Matematyka w Praktyce

612 kart pracy, aktywności i wyzwań

Klasy 4–6 • Klasy 7–8 • Liceum i technikum

Zakres podstawowy



6 modułów • 24 mapy myśli • Klucze odpowiedzi

Zobacz. Sprawdź. Zrozum.

Matematyka w Praktyce

Informacje o wydaniu

Wersja 1.0 • 02.11.2026

Zbiór autorskich materiałów do pracy nauczyciela i ucznia.

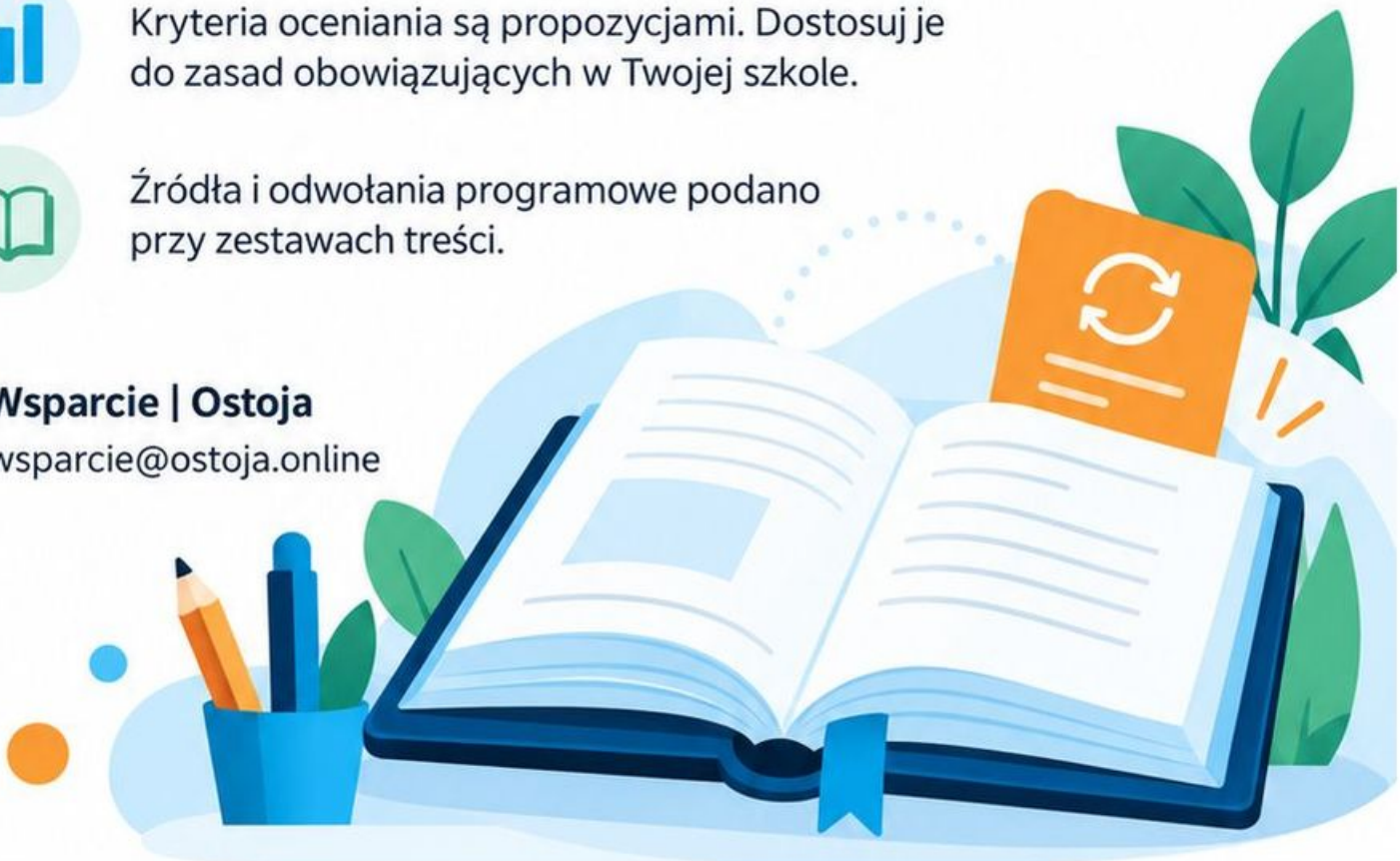
Przykłady sytuacji, dane i postacie są fikcyjne, chyba że wskazano źródło.

Materiały pomocnicze dobieraj do klasy, programu nauczania i aktualnych wymagań. Etapy szkolne mają różne zakresy treści.

Kryteria oceniania są propozycjami. Dostosuj je do zasad obowiązujących w Twojej szkole.

Źródła i odwołania programowe podano przy zestawach treści.

Wsparcie | Ostoja
wsparcie@ostoja.online



Wybierz kartę w trzy kroki

1

Określ umiejętność

Zapisz, co uczeń ma umieć pokazać, obliczyć lub uzasadnić po pracy.



2

Sprawdź etap i temat

Nie wybieraj karty wyłącznie po tytule. Przeczytaj cel, polecenia i potrzebne wiadomości.



3

Zajrzyj do odpowiedzi

Przewidź trudne miejsce i przygotuj jedno pytanie pomocnicze.



Przykład

Cel: uczeń tworzy ułamki równe. Wybierz M01-056. Przygotuj ołówek i miejsce na rysunek.



Po pracy

Poproś o wyjaśnienie, dlaczego różne zapisy opisują tę samą część całości.



Trzy etapy, różne potrzeby

Klasy 4–6

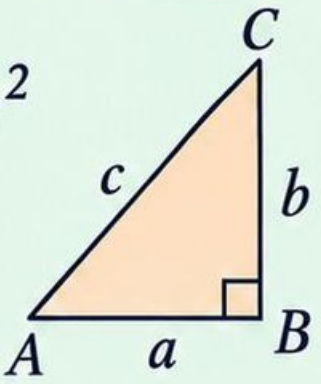
Zaczynaj od przedmiotów, rysunków, pomiarów i wyjaśniania własnymi słowami.



Klasy 7–8

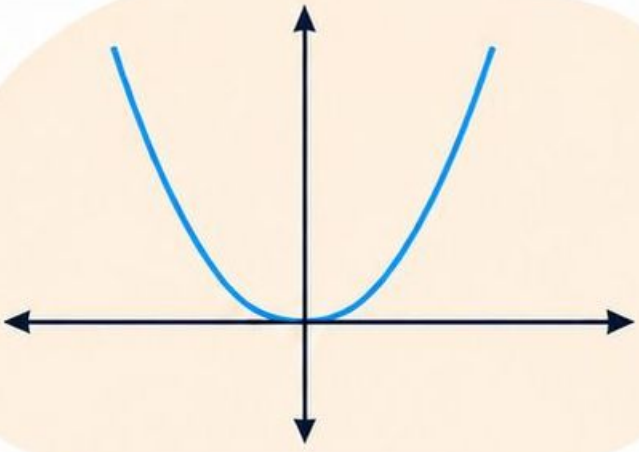
Łącz obliczenia z zapisem algebraicznym, własnościami figur i uzasadnianiem.

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Liceum i technikum

W zakresie podstawowym pracuj z modelami, funkcjami, równaniami i analizą danych.



Ważne

Tematy nie występują na wszystkich etapach w tym samym zakresie. Potęgi, pierwiastki i funkcje dobieraj do programu klasy.

Reforma 2026

Wdrażanie nowej podstawy jest stopniowe. Sprawdź wymagania właściwe dla danej klasy i roku szkolnego. [1]

Sześć modułów



01 • Liczby i działania • 013–136

02 • Procenty i proporcje • 137–260

03 • Algebra i równania • 261–384

04 • Geometria i pomiary • 385–508

05 • Funkcje i zależności • 509–632

06 • Dane i prawdopodobieństwo • 633–756

W każdym module

102 karty | 17 stron odpowiedzi | 4 mapy myśli

Odpowiedzi i mapy znajdują się po kartach danego modułu.

Znajdź materiał po umiejętności



Obliczam i szacuję → moduł 1 → 1



Porównuję oferty i skale → moduł 2 → 2



Zapisuję zależności symbolami → moduł 3 → 3



Mierzę i rozpoznaję własności figur → moduł 4 → 4



Czytam i tworzę modele → moduł 5 → 5



Analizuję dane i szanse → moduł 6 → 6

Jak czytać kod?



M01-056 oznacza moduł 1, kartę 56.
Kod pozwala połączyć kartę z odpowiedziami i własnym planem lekcji.
Zapisz wybrane kody w swoim terminarzu.
Nie musisz realizować całej biblioteki po kolei.



Przygotuj wydruk

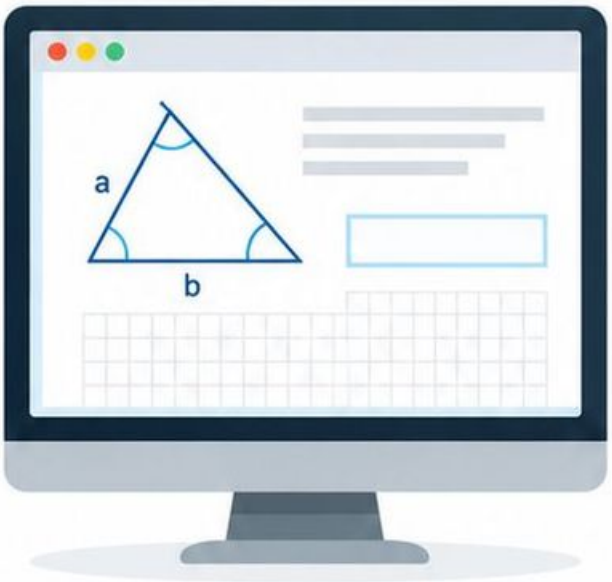
Format A4 • pionowo

Wybierz druk jednostronny dla kart, na których uczeń rysuje lub wykonuje dłuższe obliczenia.



Przed większym nakładem wydrukuj jedną stronę. Sprawdź czytelność znaków, pól odpowiedzi i podziałek.

Kolor pomaga odróżniać elementy. Przy druku czarno-białym sprawdź, czy granice i oznaczenia pozostają wyraźne.



Na ekranie

Powiększ diagram, ale pozostaw uczniom widoczny cały warunek zadania.

Przy pracy z miarką

Sprawdź skalę wydruku.
Nie traktuj rysunku poglądowego jako wzorca długości.

Samodzielnie, w parze, w grupie

Samodzielnie

Najpierw krótka próba bez podpowiedzi. Zaznacz miejsce, w którym potrzebujesz pomocy.



W parze

Jedna osoba wyjaśnia strategię, druga sprawdza warunki. Po zadaniu zamieńcie role.



W grupie

Ustalcie osobę prowadzącą, zapisującą i sprawdzającą. Każdy przygotowuje własne uzasadnienie.



Pytania nauczyciela



Co już wiesz?
Co przedstawia rysunek?
Jak możesz sprawdzić odpowiedź?

Zamknięcie pracy



Porównajcie dwie strategie. Wskażcie, kiedy każda z nich jest wygodna.

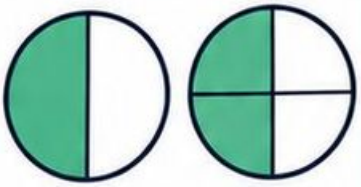
Krótka diagnoza przed lekcją

Zanim rozdasz karty, zapytaj:

1. Jak oszacujesz 198 + 403?

≈ 600

2. Czy 1/2 i 2/4 opisują tę samą część całości? Pokaż.



3. Co sprawdzisz po obliczeniu ceny zakupów?



Obserwuj sposób myślenia

Czy uczeń przedstawia zależność? Czy dobiera działanie? Czy potrafi sprawdzić wynik?

Dobór wsparcia

Jeśli potrzebuje modelu, zacznij od rysunku. Jeśli oblicza poprawnie, poproś o uzasadnienie lub zmianę warunków.

Dla nauczyciela

Możliwe odpowiedzi: około 600; tak, połowa; sumę kosztów, jednostkę i resztę.

Korzystaj z odpowiedzi

Zanim pokażesz rozwiązanie

Poproś ucznia o zapis działania i krótkie wyjaśnienie.



Czy wynik się zgadza?

Sprawdź także jednostkę, warunki zadania i sens odpowiedzi.



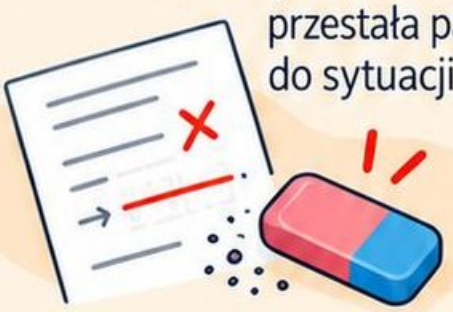
Inny poprawny sposób

Rozwiązanie może różnić się od przykładu. Oceń poprawność rozumowania, nie podobieństwo zapisu.



Błąd jako informacja

Oddziel błąd obliczeniowy od złego modelu. Zapytaj: na którym kroku odpowiedź przestała pasować do sytuacji?



Praca własna

Zakryj klucz, rozwiąż zadanie, potem porównaj. Poprawę zapisz innym kolorem.



Mapa myśli, która pomaga

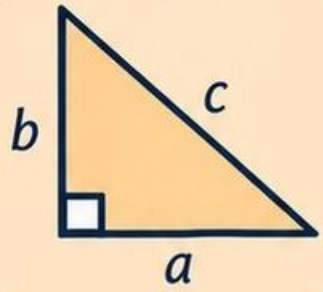
1 Przed tematem

Sprawdź, które pojęcia uczniowie już znają. Wskaż jedno połączenie do odkrycia.

2 W trakcie

Połącz regułę z rysunkiem i przykładem. Poproś ucznia, aby sam dopowiedział warunek jej użycia.

Rysunek



Przykład

$a = 3, \quad b = 4$

$c^2 = 3^2 + 4^2$

$c^2 = 9 + 16 = 25$

$c = 5$

Twierdzenie Pitagorasa

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Reguła

W trójkącie prostokątnym suma kwadratów przyprostokątnych jest równa kwadratowi przeciwprostokątnej.

3 Po temacie

Zakryj wybraną gałąź. Odtwórz zależność z pamięci i sprawdź ją na własnym przykładzie.

Nie tylko wzór

Uczeń powinien umieć wskazać, co oznaczają symbole i kiedy reguła działa.

Pytanie kontrolne

Co zmieni się w wyniku, gdy zmienisz jeden warunek?

Zapisz przebieg pracy

Po lekcji zanotuj tylko to, co pomoże wybrać następny krok.

Klasa i data: _____

Kod karty: _____

Co uczniowie potrafili wyjaśnić?

_____

Jaki błąd wymaga powrotu?

_____

Jakie wsparcie pomogło?

_____

Następny krok: _____



Źródła orientacji programowej

[1] MEN: nowe podstawy programowe i ich stopniowe wdrażanie, 2026. gov.pl/web/edukacja

[2] ZPE: Matematyka, szkoła podstawowa oraz liceum i technikum. zpe.gov.pl/podstawa-programowa

Dostęp: 02.11.2026.

MODUŁ 1

Liczby i działania

Od szacowania do świadomego liczenia



W tym module

- Porównujesz liczby i szacujesz wyniki.
- Wykonujesz działania i sprawdzasz ich sens.
- Łączysz ułamki, liczby dziesiętne, potęgi i pierwiastki.

Jak pracować?

1. **Zobacz zależność.**
2. **Wybierz sposób.**
3. **Oblicz i sprawdź.**



Zacznij od pytania

Czy wynik jest rozsądny?

Co znaczy miejsce cyfry?

Cel: wyjaśniasz wartość pozycyjną cyfr.

Potrzebujesz: ołówka i kartki.

4	0	5	2

4	5	2	0

tysiące	setki	dziesiątki	jedności

Narysuj tabelę: tysiące, setki, dziesiątki, jedności. Wpisz 4052 i 4520. Jak zmieniła się wartość cyfry 5? Postaw hipotezę: przesunięcie cyfry o jedno miejsce w lewo zwiększa jej wartość dziesięciokrotnie. Sprawdź na liczbach 452 i 4520, porównując wartość cyfry 4.

Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

Sprawdź wynik innym sposobem.

M01-002 • Klasy 4–6 • 15 minut

Rozłóż i złóż liczbę

Cel: zapisujesz liczbę jako sumę wartości cyfr.

Potrzebujesz: ołówka i kartki.

Przykład: 3074 = 3000 + 70 + 4. Rozłóż 6089 i 20 507. Złóż liczbę: 40 000 + 600 + 9. Uporządkuj otrzymane trzy liczby rosnąco.



Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

_____

_____

_____

_____

Sprawdź wynik innym sposobem.

M01-003 • Klasy 4–6 • 15 minut

Czy stadion pomieści widzów?

Cel: szacujesz i porównujesz liczby naturalne.
Potrzebujesz: ołówka i kartki.

Na zawody zgłosiło się 12 486 osób. Stadion ma 12 500 miejsc. Zaokrąglij obie liczby do setek. Czy zaokrąglenie wystarczy do rozstrzygnięcia, czy wszyscy usiądą? Oblicz dokładną liczbę wolnych miejsc.



Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

Sprawdź wynik innym sposobem.

M01-004 • Klasy 4–6 • 15 minut

Zero nie znika

Cel: rozpoznajesz błędy w zapisie pozycyjnym.

Potrzebujesz: ołówka i kartki.



1 Olek zapisał: 50 206 = 5000 + 200 + 6. Popraw zapis. Następnie twierdzi: „49 950 po zaokrągleniu do setek to 49 900”. Oceń i wyjaśnij rolę cyfry dziesiątek.

Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

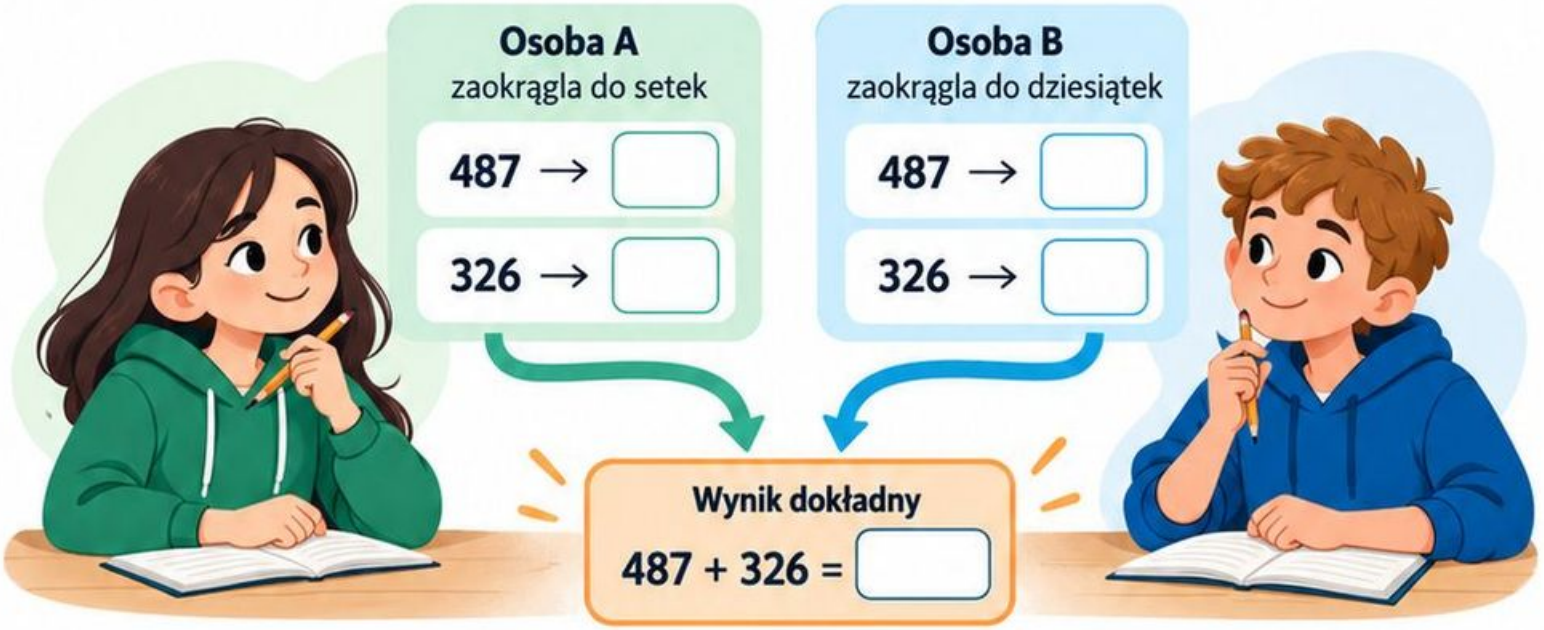
2 Sprawdź wynik innym sposobem.

M01-005 • Klasy 4–6 • 15 minut

Dwie drogi do oszacowania

Cel: porównujesz dokładność oszacowań. | **Potrzebujesz:** ołówka i kartki.

W parze oszacujcie **487 + 326**. Osoba A zaokrągla składniki do setek, osoba B do dziesiątek. Obliczcie wynik dokładny oraz odległość każdego oszacowania od wyniku. Które jest bliższe?



Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

Sprawdź wynik innym sposobem.

M01-006 • Klasy 4–6 • 15 minut

Kod do skrzynki

Cel: stosujesz warunki dotyczące cyfr i przybliżeń.

Potrzebujesz: ołówka i kartki.

Kod jest czterocyfrowy. Cyfra tysięcy to 3, setek to 7, a jedności to 2. Po zaokrągleniu do setek otrzymujesz 3800. Wypisz wszystkie możliwe kody. Wyjaśnij, dlaczego innych nie ma.



Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

Sprawdź wynik innym sposobem.

M01-007 • Klasy 4–6 • 15 minut

Skoki na osi

Cel: przedstawiasz dodawanie jako przesunięcia.

Potrzebujesz: ołówka i kartki.

Narysuj oś od 460 do 520. Zaznacz 478. Wykonaj skok +20, potem +7. Zapisz sumę. Z tego samego punktu startowego wykonaj +30 i −3. Porównaj końce dróg i wyjaśnij.



Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

Sprawdź wynik innym sposobem.

M01-008 • Klasy 4–6 • 15 minut

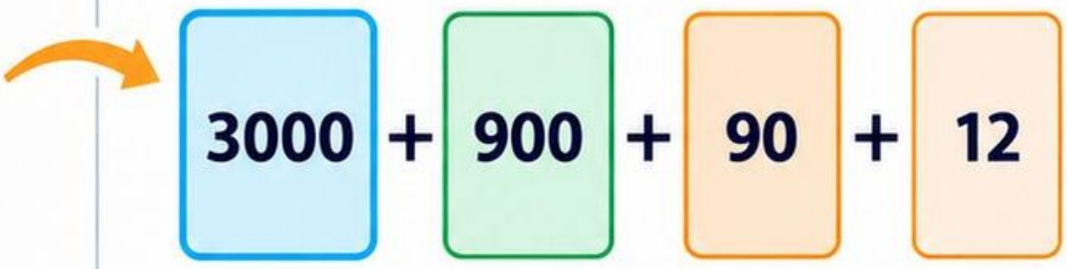
Przekroczenie progu

Cel: wykonujesz odejmowanie z zamianą jednostek.
Potrzebujesz: ołówka i kartki.

Oblicz 4002 − 1786. Pokaż zamiany: 4002 = 3000 + 900 + 90 + 12.
Potem oblicz 7000 − 2684, samodzielnie zapisując potrzebne zamiany.
Sprawdź oba wyniki dodawaniem.

4002

4002 = 3000 + 900 + 90 + 12



Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

Sprawdź wynik innym sposobem.

M01-009 • Klasy 4–6 • 15 minut

Biblioteka liczy książki

Cel: dobierasz działania do zmiany stanu.
Potrzebujesz: ołówka i kartki.



Biblioteka w Toruniu miała 2438 książek. Otrzymała 175 nowych, a 86 zniszczonych wycofała. Ile książek ma teraz? O ile wzrosła liczba książek? Zapisz dwa działania opisujące sytuację.

Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

Sprawdź wynik innym sposobem.

M01-010 • Klasy 4–6 • 15 minut

Gdzie zgubiono setkę?

Cel: wyjaśniasz błąd w odejmowaniu.

Potrzebujesz: ołówka i kartki.

Maja obliczyła 503 − 278 = 375, odejmując w każdej kolumnie mniejszą cyfrę od większej. Wyjaśnij, dlaczego tak nie wolno. Zapisz poprawne zamiany i wynik. Sprawdź dodawaniem.

$$\begin{array}{r} 503 \\ -\,278 \\ \hline 375 \end{array}$$



Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

Sprawdź wynik innym sposobem.

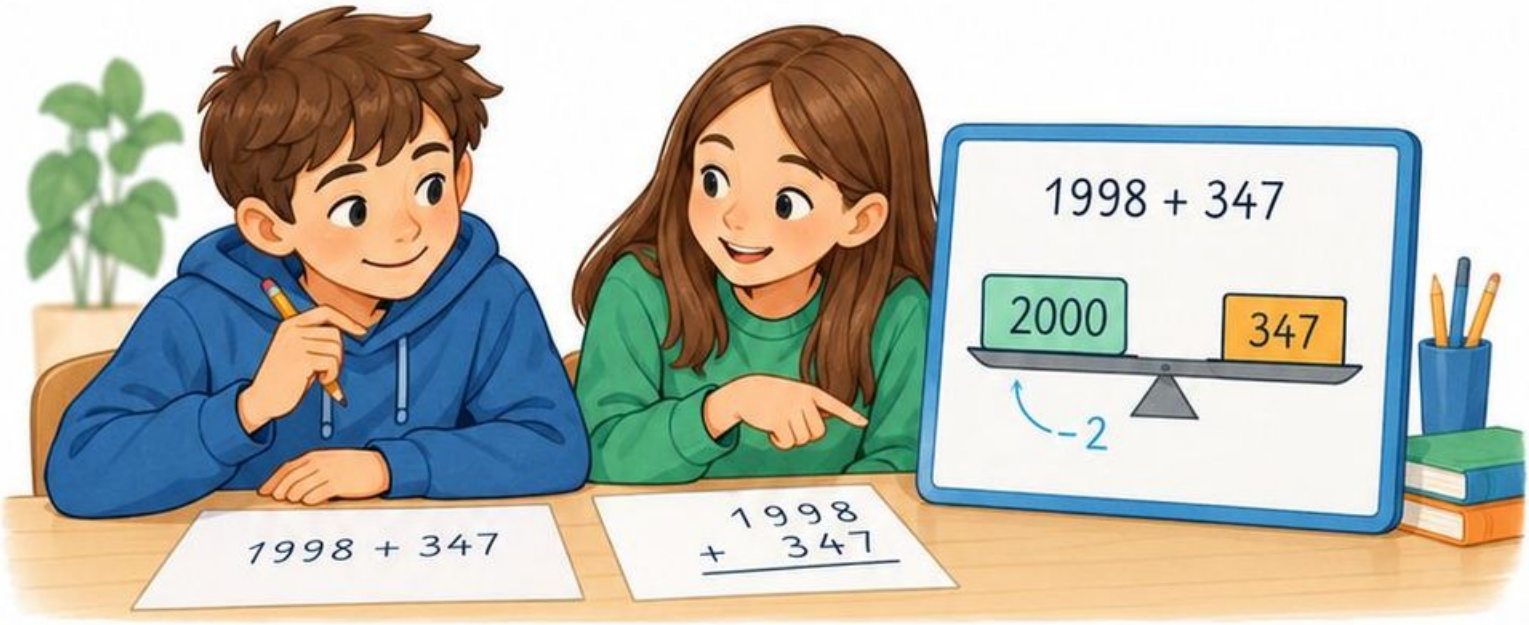
M01-011 • Klasy 4–6 • 15 minut

Sprytniej w parze

Cel: porównujesz kompensację i liczenie pisemne.

Potrzebujesz: ołówka i kartki.

Obliczcie 1998 + 347. Jedna osoba dodaje 2000, potem koryguje wynik; druga stosuje zapis pisemny. Następnie wspólnie obliczcie 605 – 298 metodą kompensacji. Opiszcie, co trzeba skorygować.



Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

Sprawdź wynik innym sposobem.

Brakujący odczyt

Cel: odtwarzasz stan początkowy. | **Potrzebujesz:** ołówka i kartki.



Podczas wycieczki licznik roweru zwiększył wskazanie o 48 km.
Wieczorem wskazywał 12 035 km. Jaki był odczyt rano?
Następnego dnia rowerzysta przejechał 67 km. Jaki był odczyt po dwóch dniach?

Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

Sprawdź wynik innym sposobem.

M01-013 • Klasy 4–6 • 15 minut

Prostokąt pełen kropek

Cel: łączysz mnożenie z układem rzędów.

Potrzebujesz: ołówka i kartki.

Narysuj 6 rzędów po 14 kropek, dzieląc każdy rząd na 10 i 4. Zapisz dwa iloczyny, których suma daje liczbę kropek. Postaw hipotezę dla 6 × 15 i sprawdź ją przez dodanie jednej kolumny.



Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

Sprawdź wynik innym sposobem.

M01-014 • Klasy 4–6 • 15 minut

Dzielenie krok po kroku

Cel: dzielisz liczbę przez liczbę jednocyfrową.

Potrzebujesz: ołówka i kartki.



Przykład: 936 : 3 = 900 : 3 + 36 : 3 = 312. Podobnie oblicz 848 : 4.
Następnie oblicz 965 : 6 z resztą. Sprawdź: dzielnik × iloraz + reszta = dzielna.

Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

Sprawdź wynik innym sposobem.

M01-015 • Klasy 4–6 • 15 minut

Wyjazd do muzeum

Cel: interpretujesz dzielenie z resztą. | **Potrzebujesz:** ołówka i kartki.

Do muzeum jedzie 137 uczniów i 11 opiekunów. Bus ma 20 miejsc dla pasażerów. Ile busów trzeba zamówić? Ile miejsc pozostanie wolnych? Zapisz, dlaczego samo podanie ilorazu całkowitego nie wystarcza.



Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

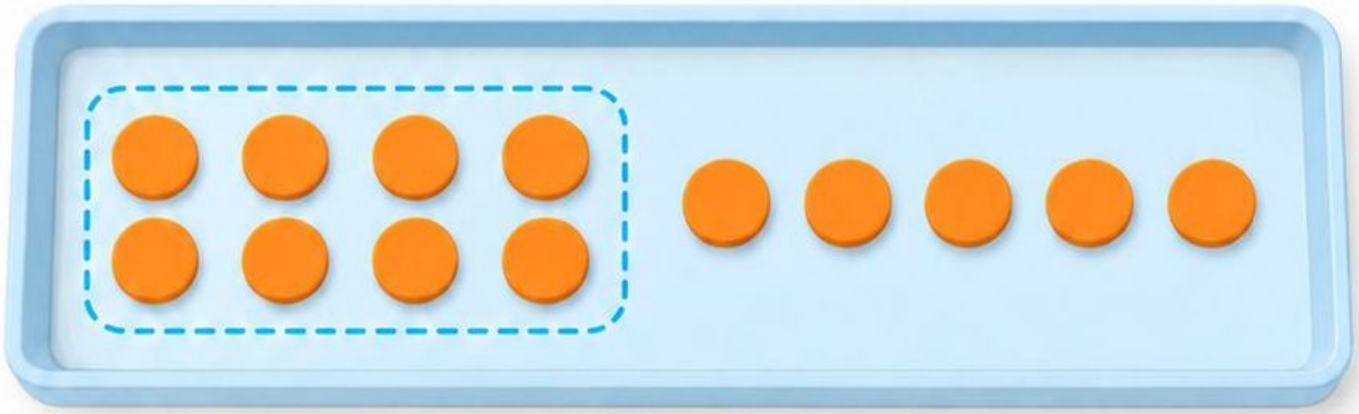
Sprawdź wynik innym sposobem.

M01-016 • Klasy 4–6 • 15 minut

Reszta też ma regułę

Cel: sprawdzasz poprawność dzielenia.
Potrzebujesz: ołówka i kartki.

Tomek zapisał: 157 : 8 = 18 reszty 13. Równość 8 × 18 + 13 = 157 jest prawdziwa. Dlaczego zapis dzielenia nadal jest błędny? Popraw go, rozdzielając jeszcze jedną grupę ośmiu.



Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

Sprawdź wynik innym sposobem.

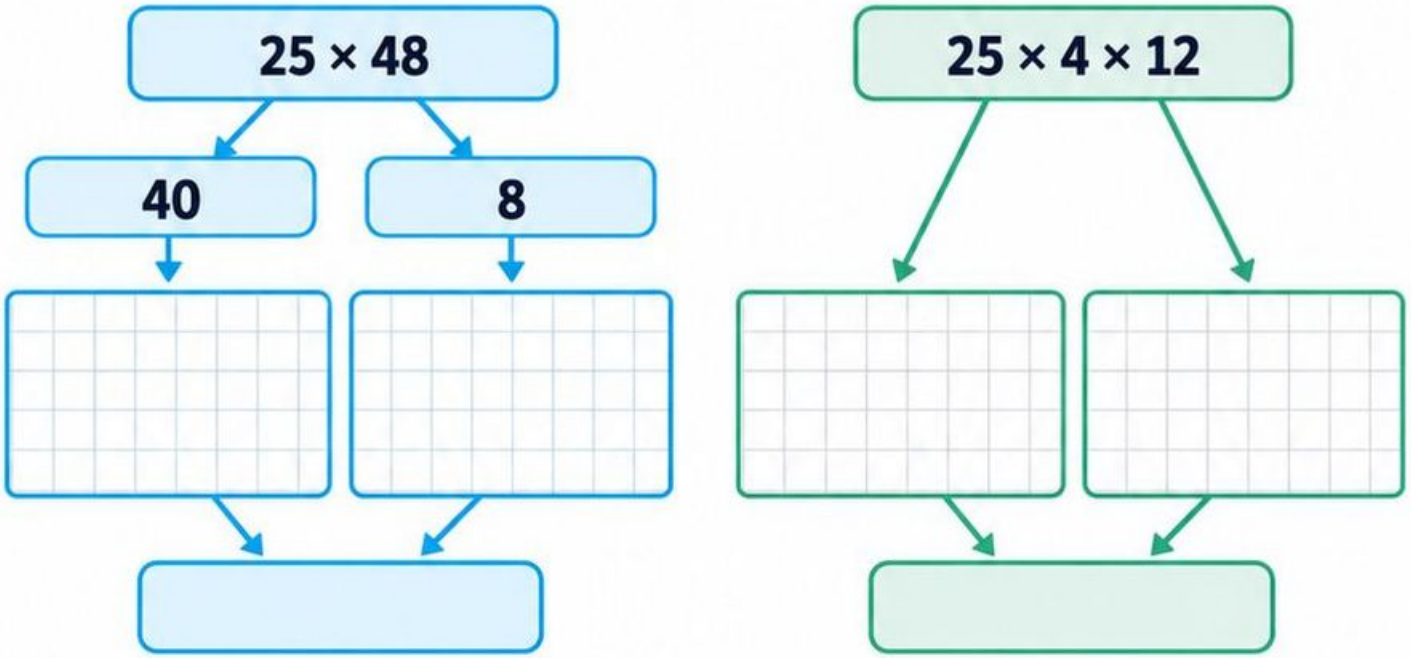
M01-017 • Klasy 4–6 • 15 minut

Rozdziel albo przekształć

Cel: wybierasz wygodny sposób mnożenia.
Potrzebujesz: ołówka i kartki.

W parze obliczcie 25 × 48. Osoba A rozdziela 48 na 40 + 8; osoba B zapisuje 25 × 4 × 12. Porównajcie obliczenia. Następnie znajdźcie wygodny sposób na 125 × 24.





Zapisz **tok** rozumowania i odpowiedź: _____

Sprawdź wynik innym sposobem.

M01-018 • Klasy 4–6 • 15 minut

Pudełka z płytkami

Cel: stosujesz mnożenie i dzielenie w planowaniu.
Potrzebujesz: ołówka i kartki.

Pracownia potrzebuje 286 płytek. Pudełko zawiera 24 płytki i kosztuje 39 zł. Kupuje się wyłącznie całe pudełka. Oblicz najmniejszą liczbę pudełek, koszt zakupu i liczbę niewykorzystanych płytek.



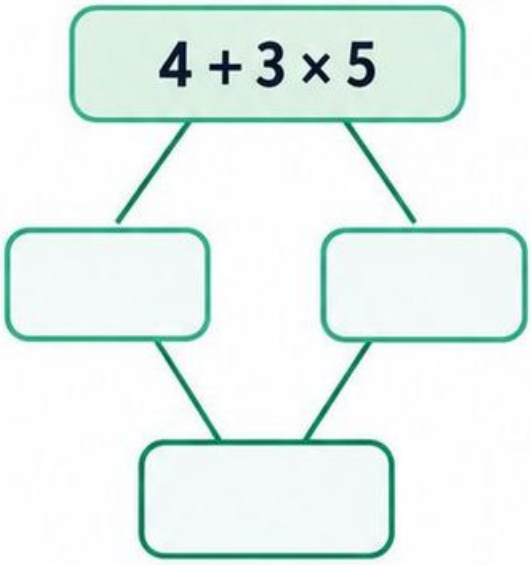
Zapisz tok rozumowania i odpowiedź: _____

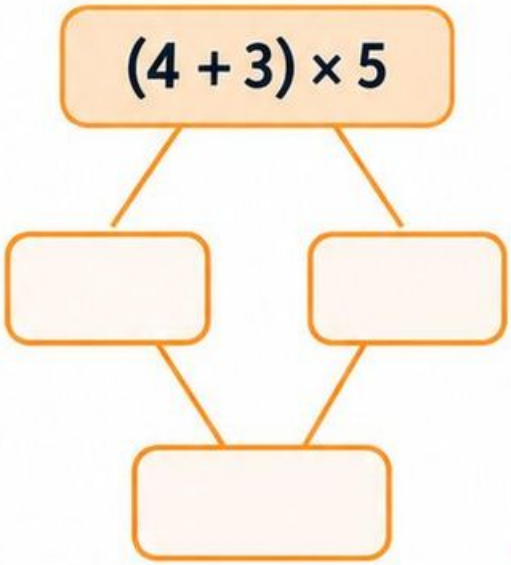
Sprawdź wynik innym sposobem.

Co robi nawias?

Cel: rozpoznajesz wpływ nawiasu na wynik.

Narysuj dwa drzewa działań: $4 + 3 \times 5$ oraz $(4 + 3) \times 5$. Oblicz wyniki. Wskaż działanie wykonywane jako pierwsze w każdym drzewie.







Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

_____

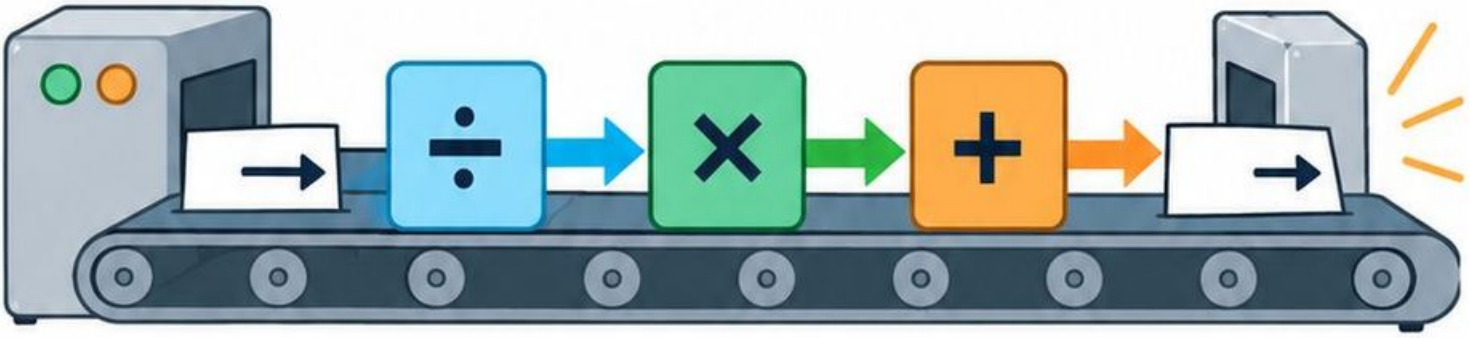
_____

_____

Jedna kolejność

Cel: stosujesz kolejność działań.

Oblicz etapami: 72 : 8 × 3 oraz 40 – 12 : 3 + 2. Działania tego samego stopnia wykonuj od lewej do prawej. Zapisz każdą zmianę wyrażenia.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-021 • Klasy 4–6 • 15 minut

Bilety dla grupy

Cel: zapisujesz sytuację jednym wyrażeniem.

Cztery osoby kupują bilety po 18 zł i wspólny przewodnik za 12 zł. Mają 100 zł. Zapisz jednym wyrażeniem resztę i oblicz ją. Jak zmieni się reszta, gdy przewodnik kosztuje 16 zł?



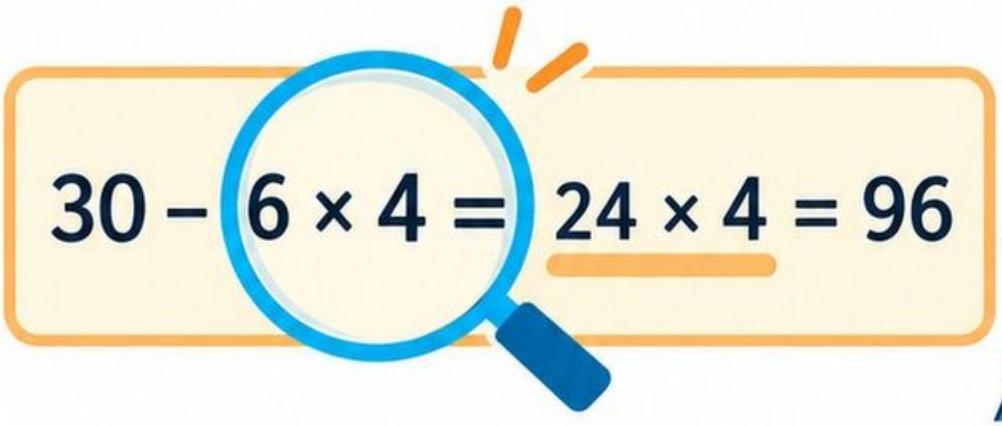
Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

Fałszywy pierwszy krok

Cel: korygujesz kolejność działań.

Zosia pisze: 30 − 6 × 4 = 24 × 4 = 96. Wskaż pierwszy błędny krok. Popraw rachunek. Następnie wstaw nawias, aby wyrażenie rzeczywiście miało wartość 96.





Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-023 • Klasy 4–6 • 15 minut

Czy nawias jest potrzebny?

Cel: porównujesz równoważne zapisy.

W parze porównajcie: 24 : (6 × 2), (24 : 6) × 2 i 24 : 6 × 2. Obliczcie wartości. Wyjaśnijcie, które dwa zapisy są równoważne i dlaczego.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

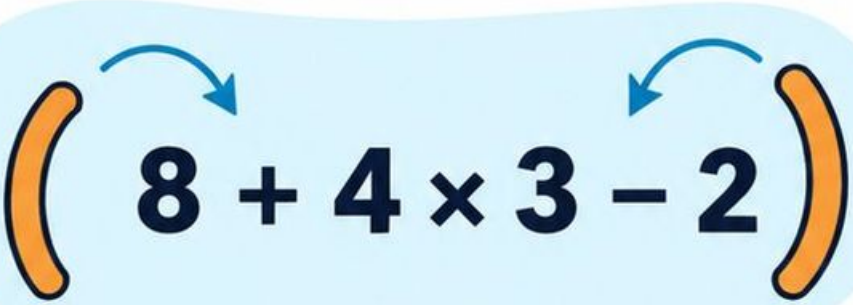
_____

_____

Zbuduj wynik

Cel: dobierasz nawiasy i sprawdzasz wyrażenie.

W zapisie **8 + 4 × 3 − 2** wstaw jedną parę nawiasów, aby uzyskać **34**. Następnie znajdź ustawienie dające **12**. Zachowaj kolejność liczb i znaków.





Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-025 • Klasy 4–6 • 15 minut

Prostokąty z 18 pól

Cel: wyznaczasz dzielniki przez pary czynników.

Narysuj wszystkie prostokąty z 18 kwadratowych pól o całkowitych bokach. Obrócone prostokąty uznaj za takie same. Wypisz dzielniki 18.

Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-026 • Klasy 4–6 • 15 minut

Dzielnik czy wielokrotność?

Cel: odróżniasz dwie relacje liczbowe.

Wypisz dodatnie dzielniki 20 i pierwszych pięć dodatnich wielokrotności 6. Uzupełnij zdanie: 4 jest ... liczby 20, a 20 jest ... liczby 4.



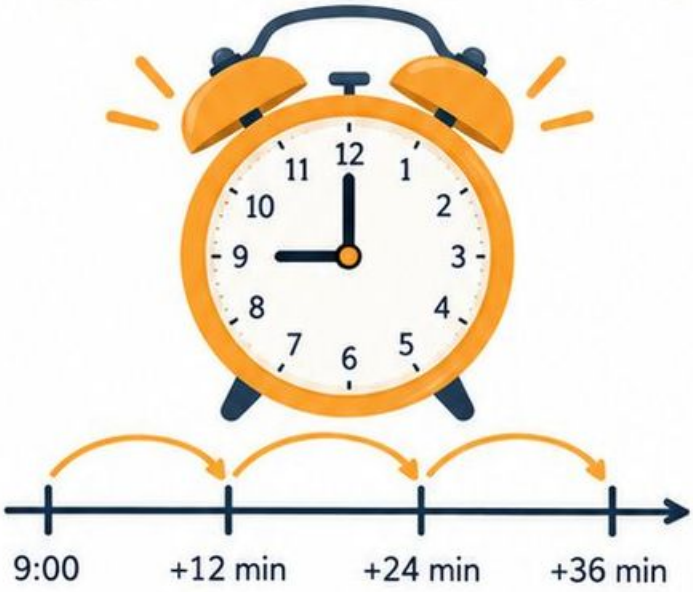
Obliczenia i uzasadnienie: _____

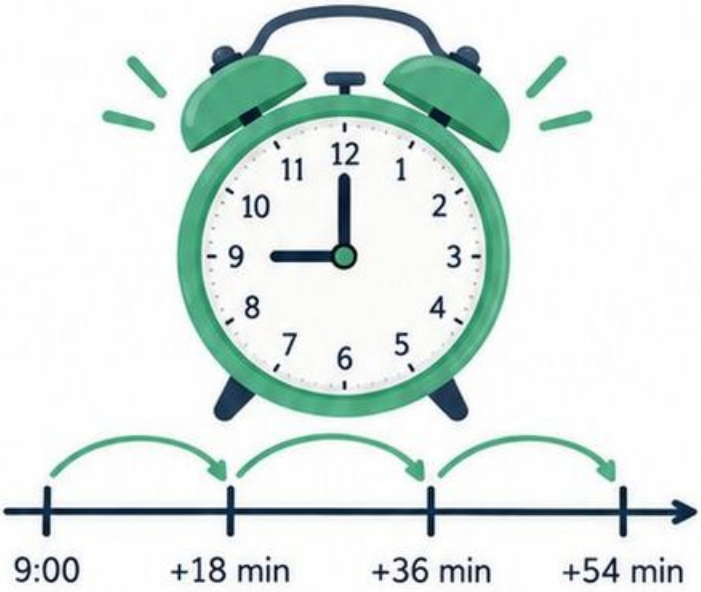
Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

Kiedy zadzwonią razem?

Cel: stosujesz wspólne wielokrotności.

Dwa sygnały brzmią jednocześnie o 9:00.
Pierwszy powtarza się co 12 minut, drugi co 18 minut.
O której najwcześniej zabrzmią znów razem?
Wypisz czasy do wspólnego sygnału.





Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-028 • Klasy 4–6 • 15 minut

Czy większa liczba dzieli mniejszą?

Cel: sprawdzasz znaczenie dzielnika.

Kuba mówi: „24 jest dzielnikiem 6, bo 24 : 6 = 4”. Popraw zdanie na dwa sposoby. Podaj działanie potwierdzające, że 6 jest dzielnikiem 24.



1. _____

2. _____

Obliczenia i uzasadnienie: _____

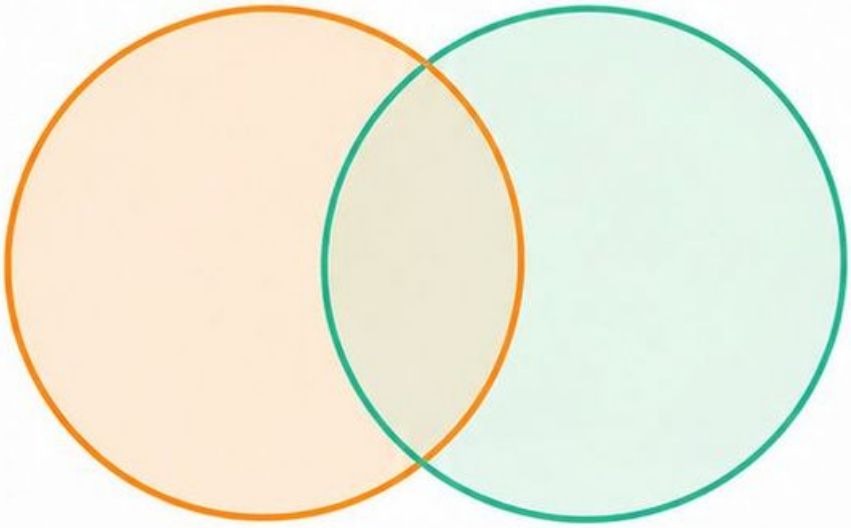
Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-029 • Klasy 4–6 • 15 minut

Dwie listy, wspólna liczba

Cel: wyznaczasz wspólne dzielniki.

W parze wypiszcie dzielniki 24 i 36. Zaznaczcie wspólne liczby i największą z nich.
Jak wykorzystać ją do podziału 24 czerwonych i 36 niebieskich koralików na jednakowe zestawy?
Wykorzystaj wszystkie koraliki.





Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-030 • Klasy 4–6 • 15 minut

Tajemnica liczby

Cel: łączysz warunki podzielności.

Szukana liczba jest większa od 40 i mniejsza od 70.
Jest wielokrotnością 6 i dzielnikiem 180.
Znajdź wszystkie możliwości, porównując dwie listy.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

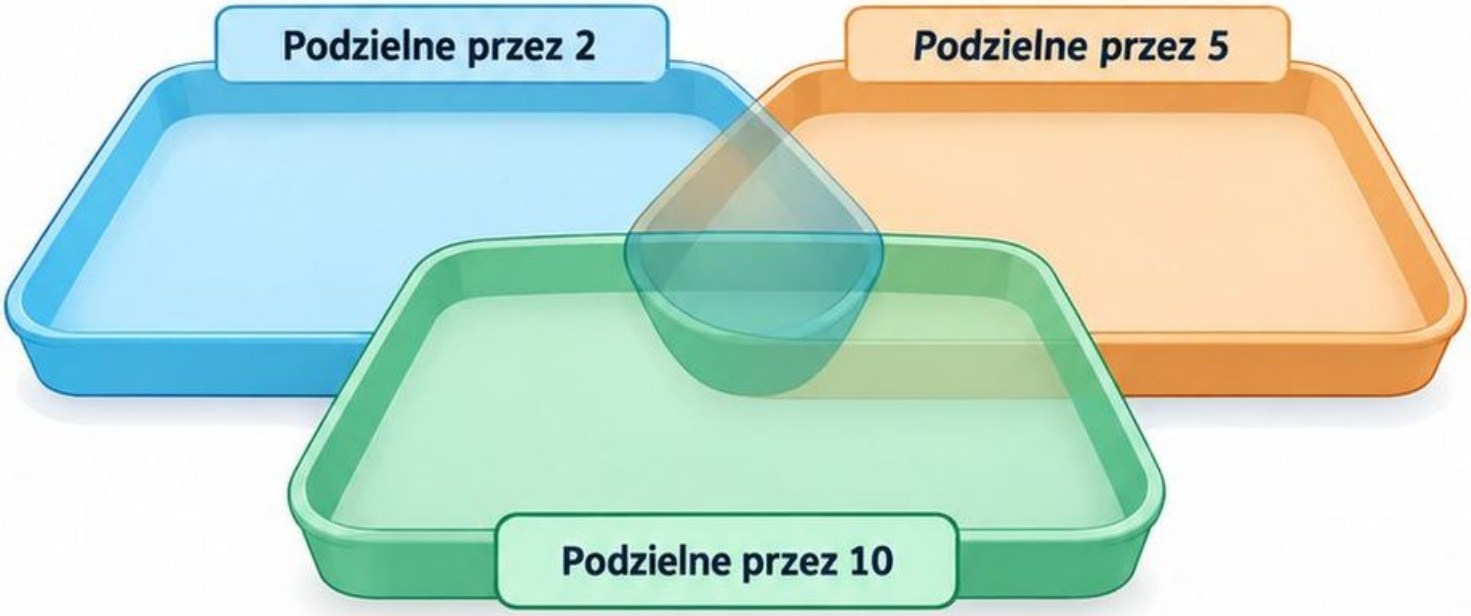
M01-031 • Klasy 4–6 • 15 minut

Co zdradza ostatnia cyfra?

Cel: odkrywasz cechy podzielności przez 2, 5, 10.

Rozdziel karty 120, 135, 248, 370, 421, 555 według podzielności przez 2, 5 i 10. Jedna karta może należeć do kilku grup. Zapisz regułę dla każdej grupy.

120	135	248	370	421	555



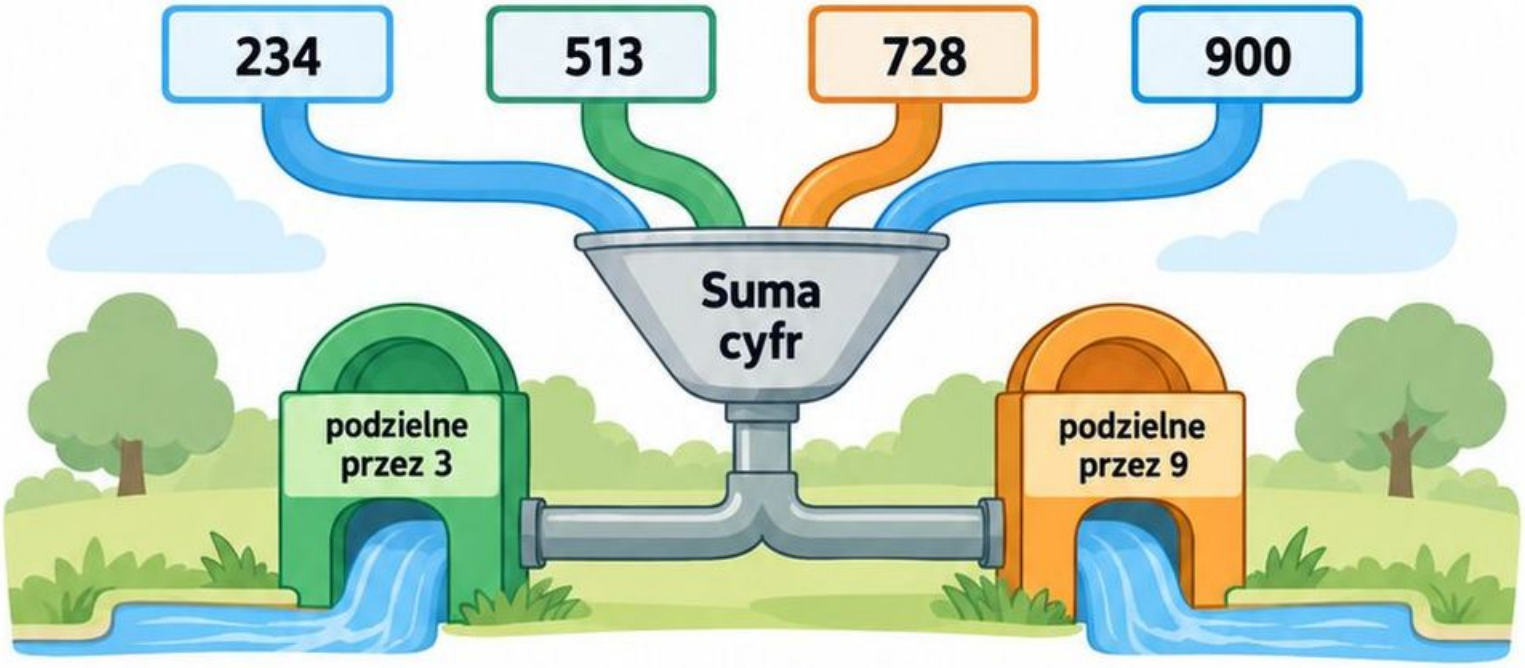
Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

Suma cyfr pomaga

Cel: stosujesz cechy podzielności przez 3 i 9.

Oblicz sumy cyfr liczb 234, 513, 728 i 900. Wskaż liczby podzielne przez 3, a następnie przez 9. Czy każda liczba podzielna przez 9 dzieli się przez 3?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-033 • Klasy 4–6 • 15 minut

Pakowanie jabłek

Cel: dobierasz wielkość opakowania.

Sadownik ma 342 jabłka.
Czy może zapakować wszystkie bez reszty do toreb po 2, po 3, po 5 lub po 9 sztuk?
Przy każdym rozstrzygnięciu podaj cechę podzielności.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

_____

_____

_____

M01-034 • Klasy 4–6 • 15 minut

Dziewiątka w liczbie

Cel: odrzucasz błędną regułę.

Ania twierdzi, że 194 dzieli się przez 9, bo zawiera cyfrę 9. Sprawdź sumę cyfr. Podaj liczbę trzycyfrową podzielną przez 9, która nie zawiera cyfry 9.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-035 • Klasy 4–6 • 15 minut

Brakująca cyfra

Cel: badasz kilka warunków jednocześnie.

W parze znajdźcie wszystkie cyfry, które można wstawić do 4□2, aby liczba dzieliła się przez 3. Która z uzyskanych liczb dzieli się także przez 9?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-036 • Klasy 4–6 • 15 minut

Numer paczki

Cel: uzasadniasz jedyność rozwiązania.

Numer ma postać 72□.
Jest podzielny przez 2 i przez 9.

Znajdź brakującą cyfrę i sprawdź oba warunki.

Oceń zdanie:
„Cyfra 0 nie pasuje”.
Uzasadnij ocenę.



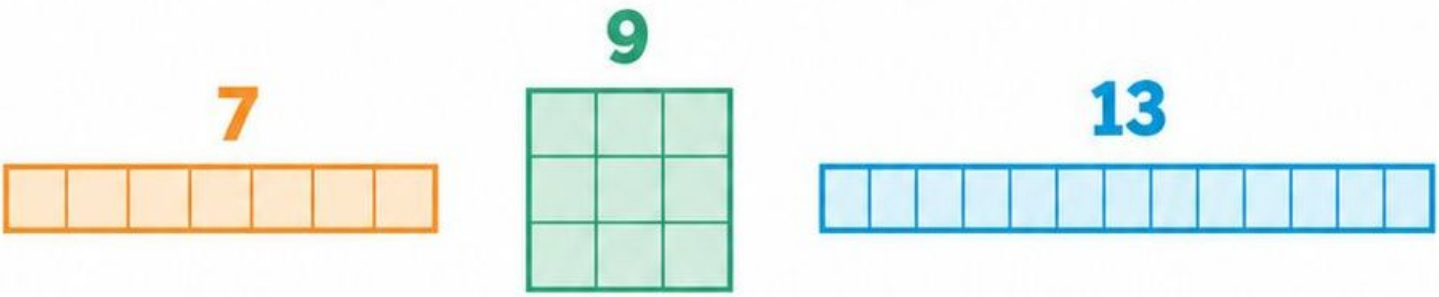
Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

Ile dzielników ma liczba?

Cel: rozpoznajesz liczby pierwsze.

Zbuduj prostokąty dla 7, 9 i 13 pól. Wypisz dzielniki każdej liczby.
Liczba pierwsza ma dokładnie dwa dodatnie dzielniki.
Które z badanych liczb są pierwsze?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

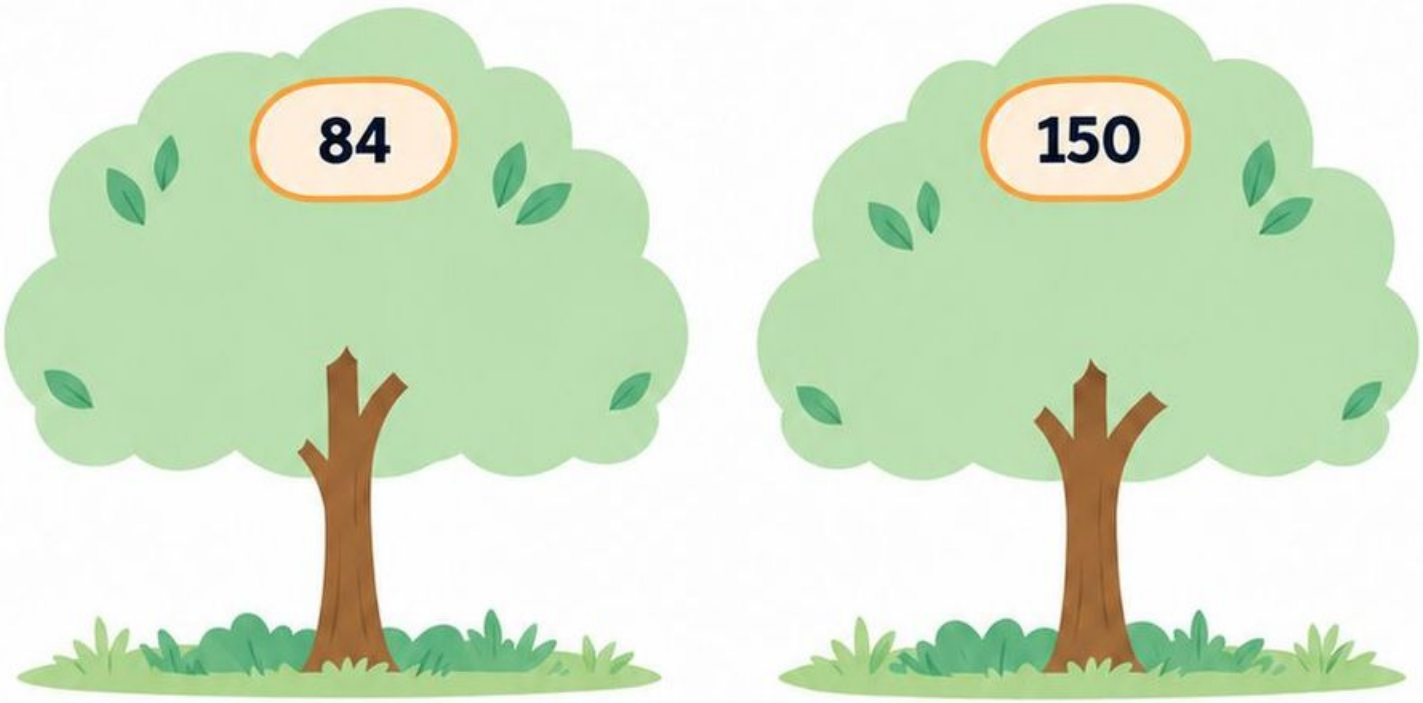
Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-038 • Klasy 4–6 • 15 minut

Drzewo czynników

Cel: rozkładasz liczbę na czynniki pierwsze.

Rozłóż 84, zaczynając od 12×7, a potem rozkładając czynniki złożone. Zapisz wynik z potęgami. Tak samo rozłóż 150, zaczynając od 15×10.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-039 • Klasy 4–6 • 15 minut

Ustawienia krzeseł

Cel: łączysz pierwszość z układem rzędów.

W sali stoi 29 krzeseł. Czy można ustawić je w prostokąt z co najmniej dwoma rzędami i co najmniej dwoma krzesłami w rzędzie? Co zmieni dokupienie jednego krzesła?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-040 • Klasy 4–6 • 15 minut

Jedynka poza listą

Cel: wyjaśniasz definicję liczby pierwszej.

Leon wpisał 1 na listę liczb pierwszych, a 21 uznał za pierwszą, bo jest nieparzysta. Popraw oba błędy. Podaj dzielniki 1 i rozkład 21.



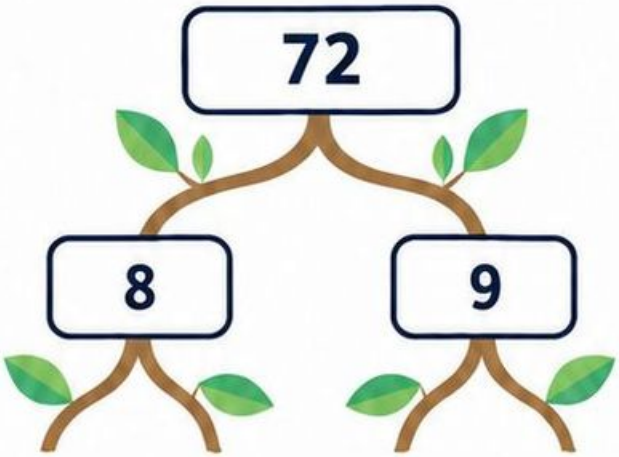
Obliczenia i uzasadnienie: _____

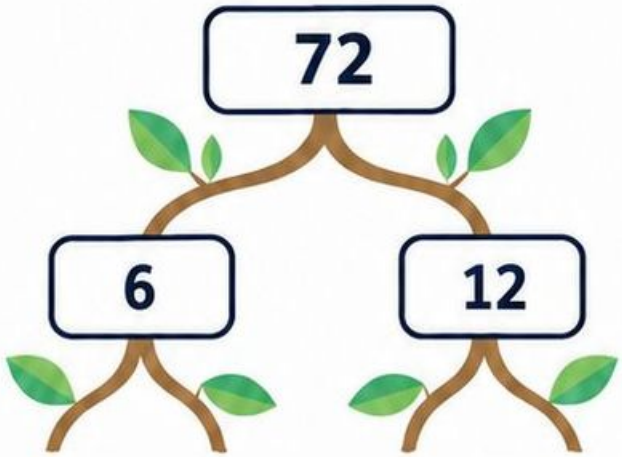
Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

Dwa drzewa, ten sam rozkład

Cel: porównujesz rozkłady na czynniki.

W parze rozłóżcie 72: jedna osoba zaczyna od 8 × 9, druga od 6 × 12. Porównajcie końcowe czynniki pierwsze. Obliczcie iloczyn, aby sprawdzić rozkład.





Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

Szyfr z czynników

Cel: odtwarzasz liczbę i oceniasz warunki.

Szyfr jest iloczynem trzech różnych liczb pierwszych. Dwie z nich to 2 i 5. Szyfr jest większy od 50 i mniejszy od 100. Znajdź wszystkie możliwości.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

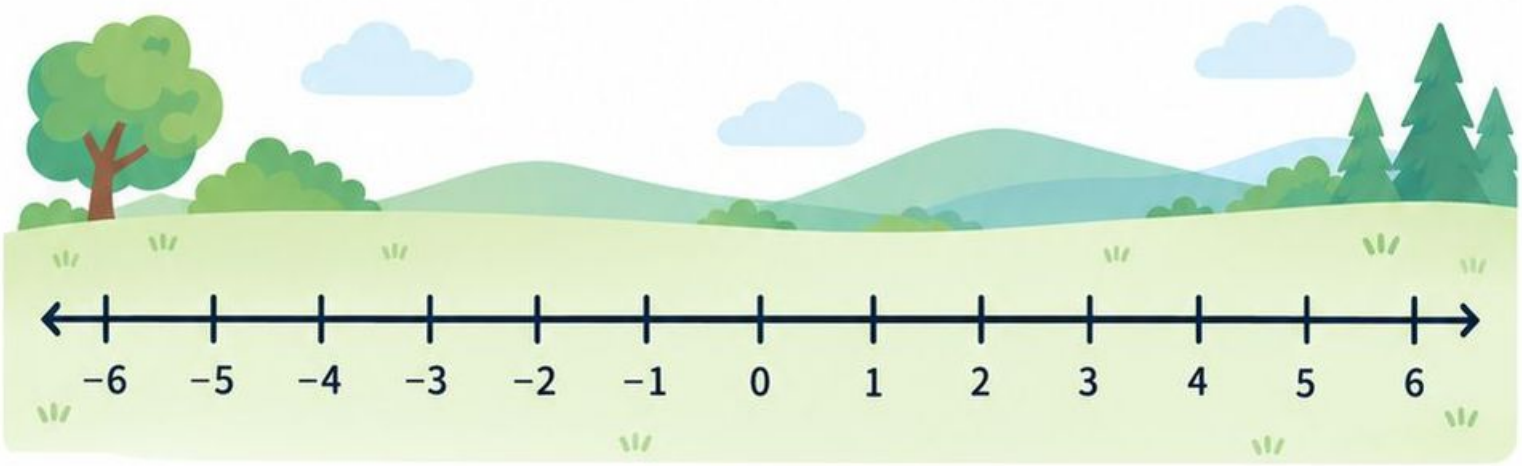
Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-043 • Klasy 4–6 / 7–8 • 15 minut

Liczby po obu stronach zera

Cel: porównujesz liczby całkowite.

Narysuj oś od −6 do 6. Zaznacz −5, 2, −1 i 4. Uporządkuj liczby rosnąco. Podaj parę spośród nich leżącą najbliżej siebie i jej odległość.



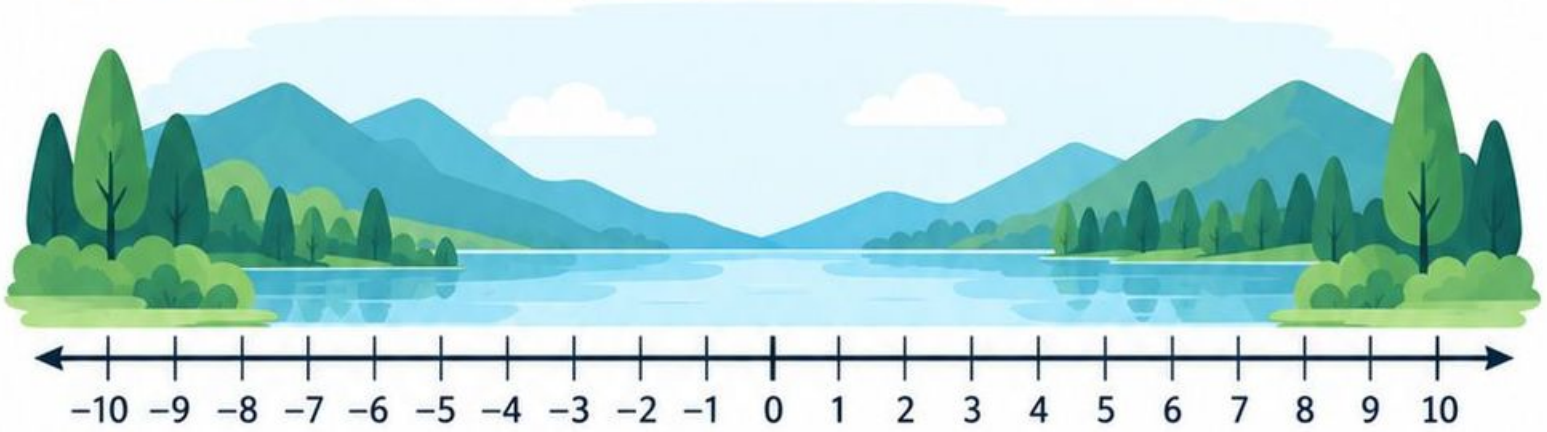
Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

Liczby przeciwne

Cel: wyznaczasz odległość od zera.

Do liczb −8, 0 i 5 zapisz liczby przeciwne.
Zaznacz wszystkie na osi.
Które dwie różne liczby leżą osiem jednostek od zera?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

_____

_____

_____

M01-045 • Klasy 4–6 / 7–8 • 15 minut

Temperatura o świcie

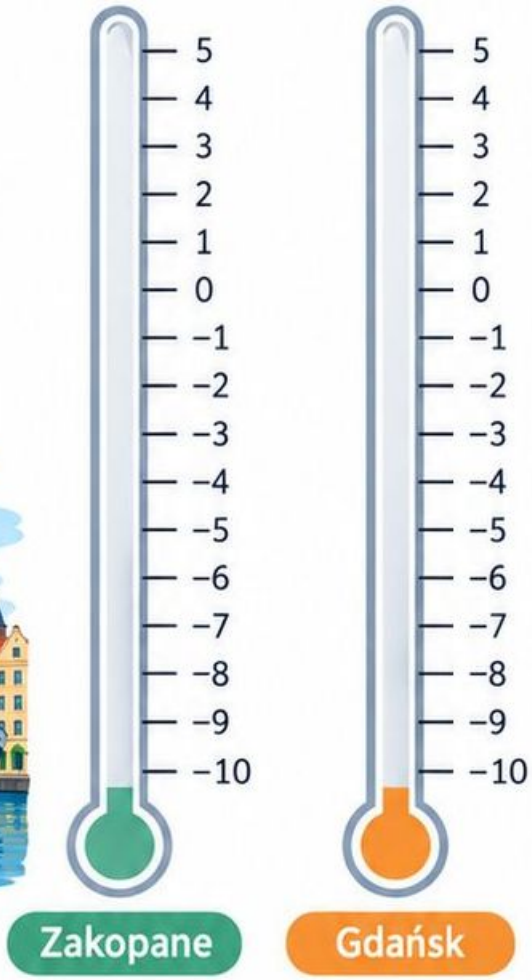
Cel: interpretujesz liczby ujemne.

W Zakopanem termometr pokazywał −7°C, a w Gdańsku 2°C. Gdzie było cieplej i o ile stopni? Zaznacz obie temperatury na pionowej osi.



Zakopane

Gdańsk



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

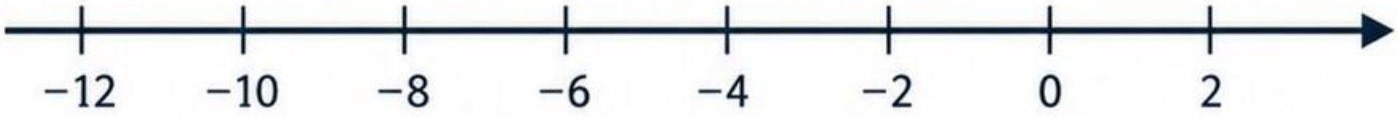
M01-046 • Klasy 4–6 / 7–8 • 15 minut

Minus nie znaczy większy

Cel: uzasadniasz porządek liczb ujemnych.

Ewa mówi: „$-12 > -4$, bo $12 > 4$”. Popraw nierówność.
Wyjaśnij ją na osi lub na przykładzie temperatur.
Która liczba jest bliżej zera?





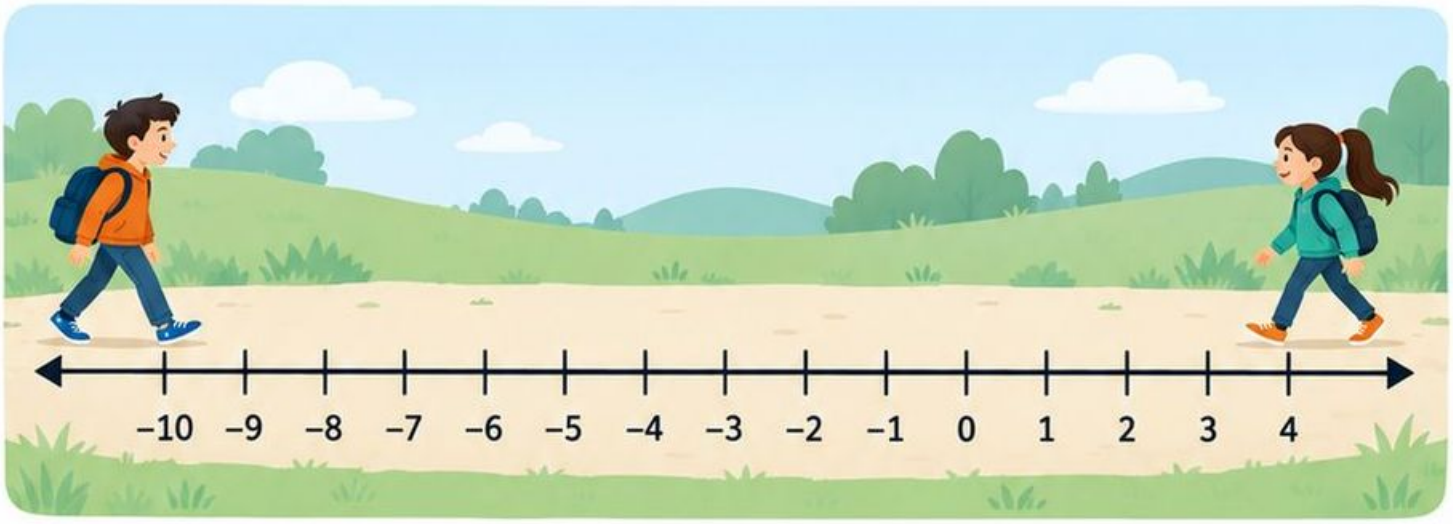
Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

Środek między liczbami

Cel: znajdujesz punkt jednakowo odległy.

W parze zaznaczcie −9 i 3. Jedna osoba liczy jednostki od lewej, druga od prawej. Znajdźcie liczbę w połowie drogi i odległość od każdego końca.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-048 • Klasy 4–6 / 7–8 • 15 minut

Piętra nad i pod ziemią

Cel: rozróżniasz położenie i odległość.

Winda stoi na poziomie −3. Magazyn jest na poziomie 4, a parking na −5. Ile poziomów dzieli windę od każdego miejsca? Które jest bliżej?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

Żetony się zerują

Cel: modelujesz dodawanie liczb całkowitych.

Żeton dodatni i ujemny tworzą parę o wartości 0. Narysuj 5 żetonów ujemnych i 8 dodatnich. Usuń pary zerowe. Zapisz działanie. Powtórz dla $-6 + (-2)$.

Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

Odejmowanie i znak

Cel: zamieniasz odejmowanie na dodawanie.

Przykład: $4 - (-3) = 4 + 3$. **Oblicz:** $-7 - (-12)$, $-9 + 4$ oraz $(-6) \times (-3)$. Przy każdym działaniu zapisz zastosowaną regułę.

$a - (-b) \rightarrow a + b$

$a - b \rightarrow a + (-b)$

$(-a) - b \rightarrow (-a) + (-b)$

×	+	−
+	+	−
−	−	+

Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-051 • Klasy 7–8 • 15 minut

Saldo konta z debetem

Cel: obliczasz zmianę wartości ze znakiem.

Saldo konta z dopuszczonym debetem wynosi −35 zł. Na konto wpływa 80 zł, następnie wypłacono 57 zł. Oblicz saldo końcowe. Ile trzeba wpłacić, aby saldo wynosiło 0 zł?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

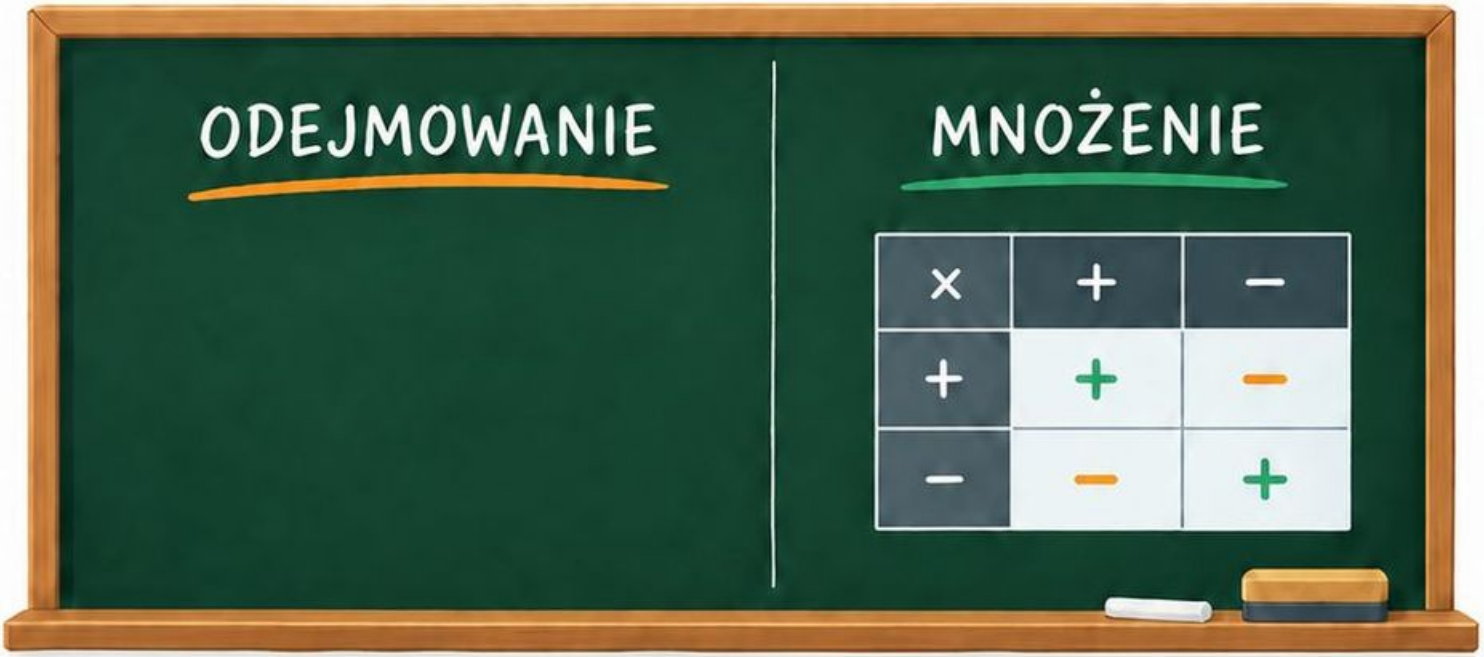
Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-052 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dwa minusy pod lupą

Cel: korygujesz reguły znaków.

Filip zapisał: $-4-7=3$ oraz $(-4)\times(-7)=-28$. Popraw oba wyniki. Wyjaśnij, dlaczego nie można stosować jednej reguły do odejmowania i mnożenia.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

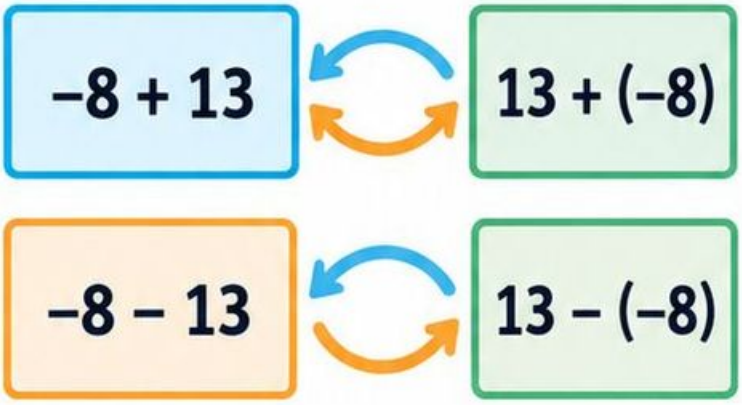
Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

M01-053 • Klasy 7–8 • 15 minut

Czy zamiana pomaga?

Cel: porównujesz własności działań.

W parze obliczcie $-8 + 13$ oraz $13 + (-8)$, a potem $-8 - 13$ oraz $13 - (-8)$. Które działanie pozwala zamienić kolejność liczb bez zmiany wyniku?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

Punkty w turnieju

Cel: budujesz wyrażenie z liczbami ujemnymi.

W grze za poprawną odpowiedź otrzymujesz 4 punkty, za błędną −3, a za brak odpowiedzi 0.

Ola udzieliła 7 poprawnych i 5 błędnych odpowiedzi. Ile ma punktów? Ile kolejnych poprawnych odpowiedzi potrzeba, by miała co najmniej 25 punktów?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, czy odpowiedź spełnia wszystkie warunki.

Jedna całość, różne podziały

Cel: porównujesz ułamki na tym samym modelu.

Narysuj dwa jednakowe prostokąty. Pierwszy podziel na 3 równe części i zaznacz 2. Drugi podziel na 6 równych części i zaznacz 4. Porównaj zaznaczone pola. Uzupełnij: 2/3 = □/12.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

M01-056 • Klasy 4–6 • 10 minut

Ułamki równe, różne zapisy

Cel: rozpoznajesz i tworzysz ułamki równe.

Zobacz tę samą część całości

Każdy pasek ma taką samą długość.



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

Spójrz na licznik i mianownik

Pomnóż obie liczby przez tę samą liczbę różną od zera.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

Twoja kolej

Uzupełnij: $\frac{3}{4} = \frac{\square}{8} = \frac{\square}{12}$.

Narysuj trzy jednakowe paski. Podziel je na 4, 8 i 12 równych części. Zaznacz ten sam ułamek.

Sprawdź

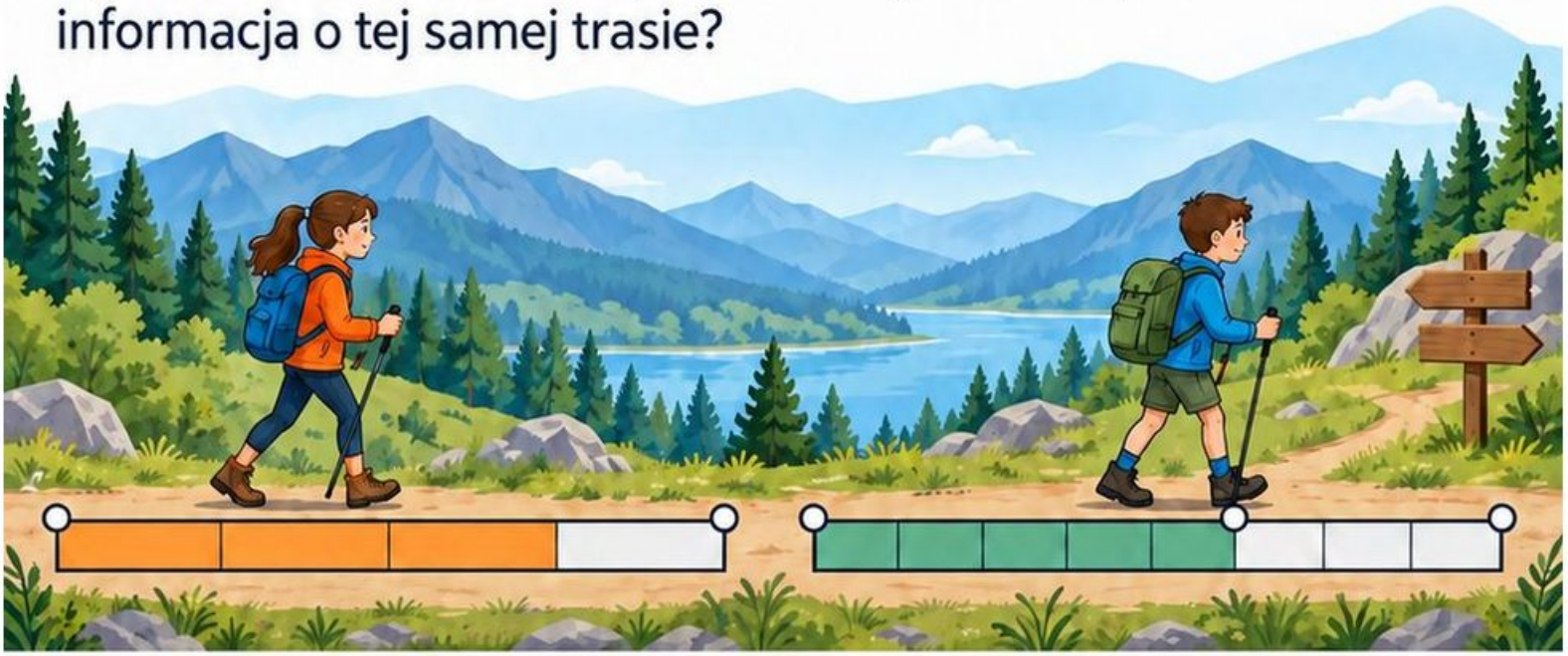
Czy w każdym pasku zaznaczona część jest tak samo duża?

M01-057 • Klasy 4-6 • 15 minut

Trasy spacerowe

Cel: porównujesz ułamki tej samej wielkości.

Hania przeszła 3/4 trasy, a Igor 5/8 tej samej trasy. Kto przeszedł więcej i o jaką część całej trasy? Sprowadź ułamki do ósmych. Dlaczego ważna jest informacja o tej samej trasie?



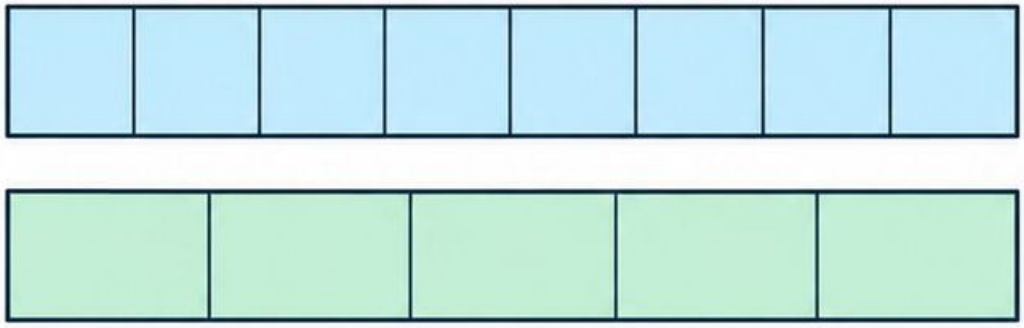
Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

Większy mianownik?

Cel: korygujesz błędne porównanie ułamków.

Bartek twierdzi: $\frac{1}{8} > \frac{1}{5}$, bo $8 > 5$. Narysuj dwa równe paski i popraw nierówność. Potem porównaj $\frac{7}{8}$ i $\frac{7}{5}$, korzystając z tej samej zasady.





Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

M01-059 • Klasy 4–6 • 15 minut

Dwie metody porównania

Cel: dobierasz wspólny licznik lub mianownik.

W parze porównajcie $\frac{4}{9}$ i $\frac{2}{5}$. **Osoba A** sprowadza do mianownika 45; osoba B do licznika 4. Zapiszcie oba rozumowania i wspólny wniosek.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

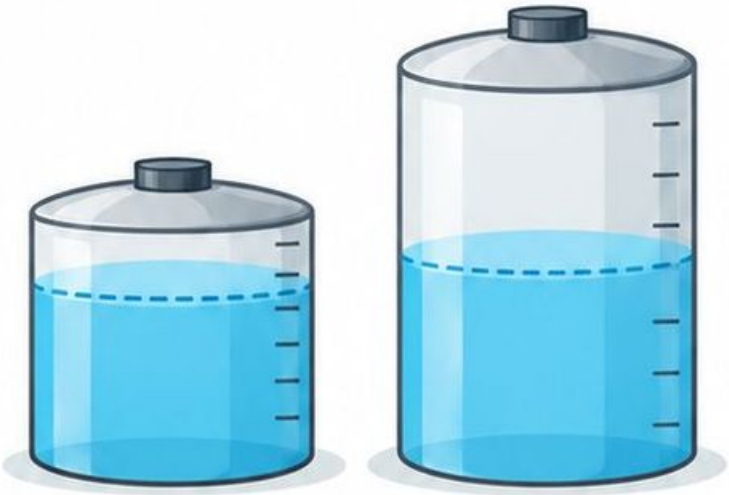
Sprawdź sens wyniku.

Który zbiornik jest pełniejszy?

Cel: odróżniasz ułamek pojemności od objętości.

Zbiornik A ma pojemność 12 l i jest wypełniony w 3/4. Zbiornik B ma 20 l i jest wypełniony w 1/2.

Który ma większą część pojemności zajętą, a który zawiera więcej wody?



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

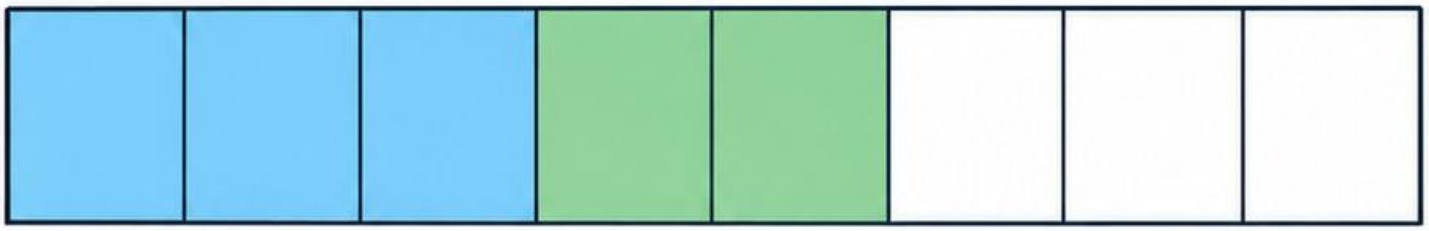
Sprawdź sens wyniku.

M01-061 • Klasy 4–6 • 15 minut

Łączenie części

Cel: dodajesz ułamki o wspólnym mianowniku.

Narysuj pasek podzielony na 8 równych części. Zaznacz 3/8 kolorem niebieskim i dalsze 2/8 zielonym. Zapisz sumę. Ile części pozostaje niezaznaczonych?



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

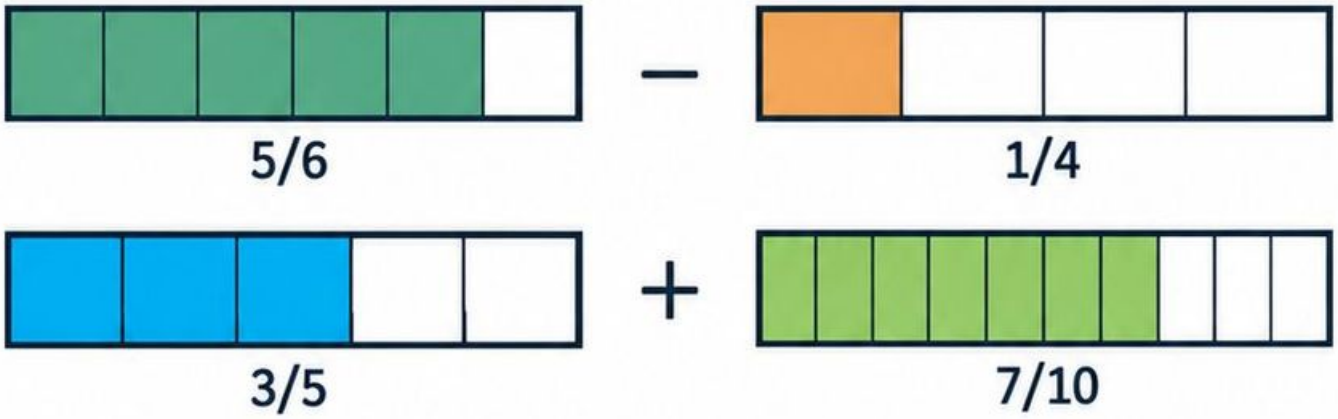
Sprawdź sens wyniku.

M01-062 • Klasy 4–6 • 15 minut

Wspólny mianownik

Cel: dodajesz i odejmujesz różne ułamki.

Przykład: 1/3 + 1/4 = 4/12 + 3/12 = 7/12. Oblicz 5/6 – 1/4 oraz 3/5 + 7/10. Drugi wynik zapisz jako liczbę mieszaną.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

Mąka na dwa wypieki

Cel: stosujesz sumę i różnicę ułamków.

Na chleb zużyto 3/4 kg mąki, na bułki 2/3 kg. Ile mąki zużyto razem? Ile zostało z dwukilogramowej paczki?



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

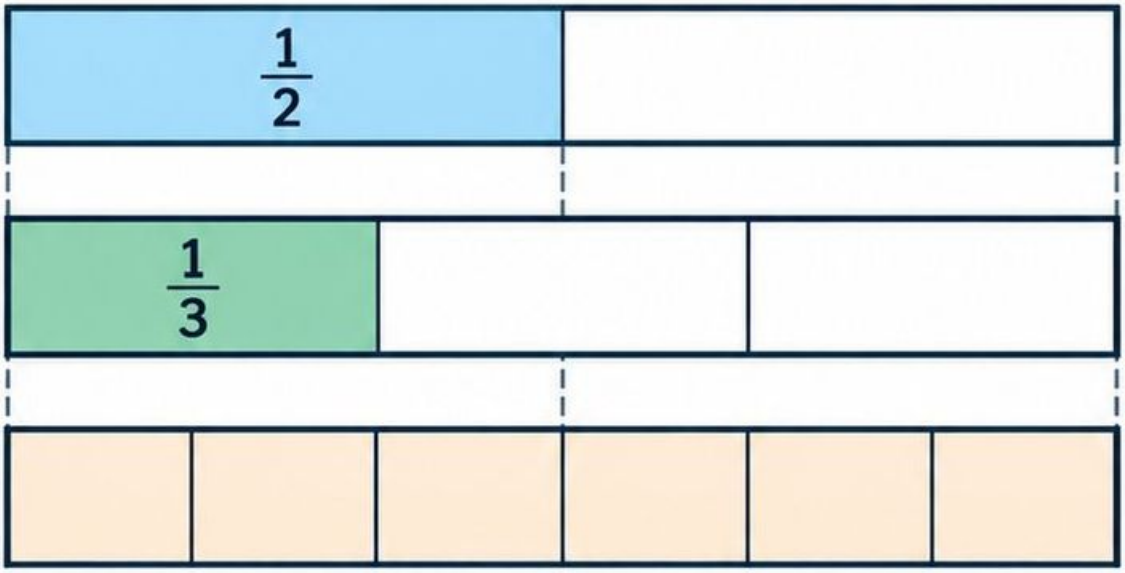
Sprawdź sens wyniku.

M01-064 • Klasy 4–6 • 15 minut

Nie dodawaj mianowników

Cel: wyjaśniasz sens wspólnej jednostki.

Nina napisała: 1/2 + 1/3 = 2/5. Sprawdź jej wynik, zauważając, że suma musi być większa od 1/2. Popraw rachunek przy użyciu szóstych.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

M01-065 • Klasy 4–6 • 15 minut

Które odejmowanie wygodniejsze?

Cel: porównujesz dwie strategie odejmowania.

W parze obliczcie $2\frac{1}{4} - \frac{5}{6}$. Osoba A zamienia liczbę mieszaną na ułamek niewłaściwy. Osoba B zapisuje $2\frac{1}{4}$ jako $1 + \frac{15}{12}$. Porównajcie wyniki.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

M01-066 • Klasy 4–6 • 15 minut

Plan treningu

Cel: rozpoznajesz nadmiar i brak ułamka.

Lena planuje $\frac{1}{3}$ godziny rozgrzewki, $\frac{3}{4}$ godziny jazdy i $\frac{1}{6}$ godziny odpoczynku. Czy zmieści się w $1\frac{1}{4}$ godziny? Oblicz łączny czas i różnicę względem limitu.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

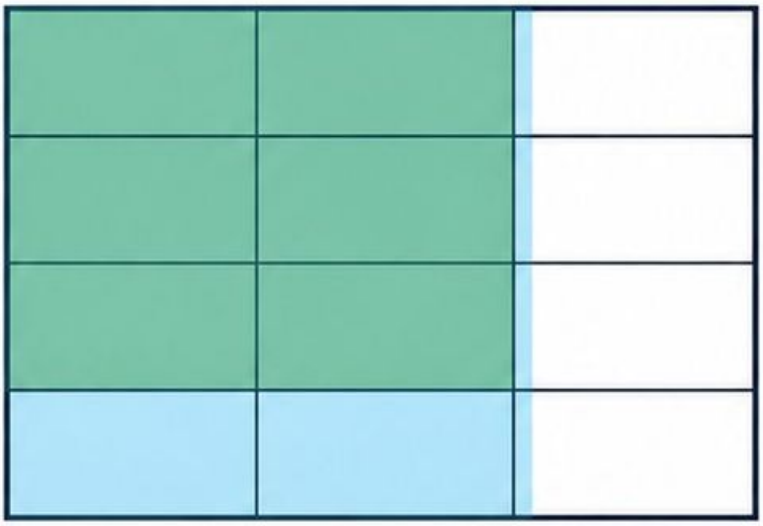
Sprawdź sens wyniku.

M01-067 • Klasy 4–6 • 15 minut

Część części

Cel: interpretujesz mnożenie ułamków.

1 Narysuj prostokąt podzielony na 3 kolumny i 4 rzędy. Zaznacz 2/3 całego pola, a innym kolorem 3/4 zaznaczonej części. Jaką część całego pola zaznaczono dwukrotnie?



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

Mnożenie i odwrotność

Cel: wykonujesz działania na ułamkach.

1 Oblicz: $\frac{5}{8} \times \frac{4}{15}$ oraz $\frac{7}{9} : \frac{14}{27}$. Przed mnożeniem skróć wspólne czynniki. W dzieleniu pomnóż przez odwrotność dzielnika. Sprawdź iloraz mnożeniem.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

Porcje soku

Cel: interpretujesz dzielenie przez ułamek.

W dzbanku jest $2\frac{1}{4}$ l soku. Jedna szklanka mieści $\frac{3}{8}$ l. Ile pełnych szklanek można napełnić? Ile soku potrzeba na 10 takich szklanek?



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

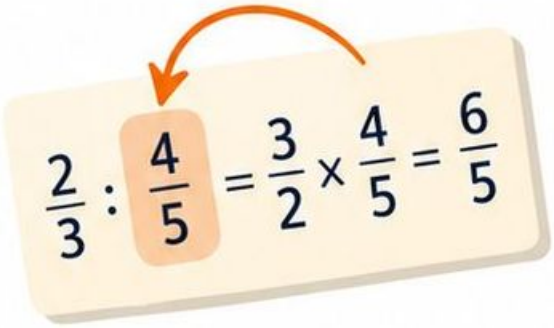
Sprawdź sens wyniku.

M01-070 • Klasy 4–6 • 15 minut

Którą liczbę odwrócić?

Cel: korygujesz algorytm dzielenia.

Oskar zapisał: $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$.
Popraw pierwszy krok i wynik. Sprawdź, czy iloraz pomnożony przez $\frac{4}{5}$ daje $\frac{2}{3}$.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

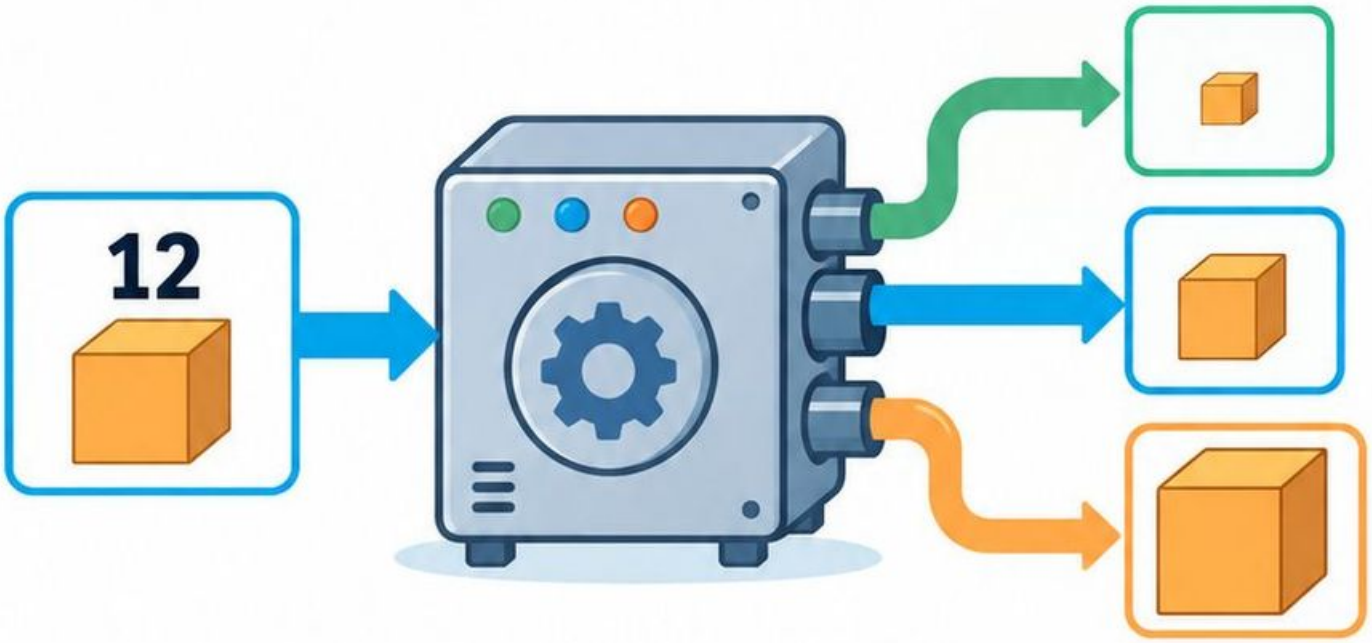
Sprawdź sens wyniku.

M01-071 • Klasy 4–6 • 15 minut

Czy mnożenie powiększa?

Cel: badasz wpływ mnożnika.

W parze obliczcie $12 \times \frac{3}{4}$, 12×1 oraz $12 \times \frac{5}{4}$. Ułóżcie wyniki rosnąco. Sformułujcie regułę dla mnożenia dodatniej liczby przez dodatni ułamek mniejszy od 1.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź:

Sprawdź sens wyniku.

M01-072 • Klasy 4–6 • 15 minut

Wstążka na dekoracje

Cel: stosujesz ułamki w kilku etapach.

Masz 5 m wstążki. Na dekorację zużywasz $\frac{3}{5}$ całości. Resztę tniesz na kawałki po $\frac{1}{4}$ m. Ile wstążki zostaje po dekorowaniu i ile kawałków uzyskasz?



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

M01-073 • Klasy 4–6 • 15 minut

Dziesiąte i setne

Cel: odczytujesz zapis dziesiętny z modelu.

1 Narysuj kwadratową siatkę 10×10. Zaznacz 37 pól. Zapisz część całości jako ułamek zwykły i dziesiętny. Zaznacz dodatkowe pola do 0,4. Ile trzeba dodać?

Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

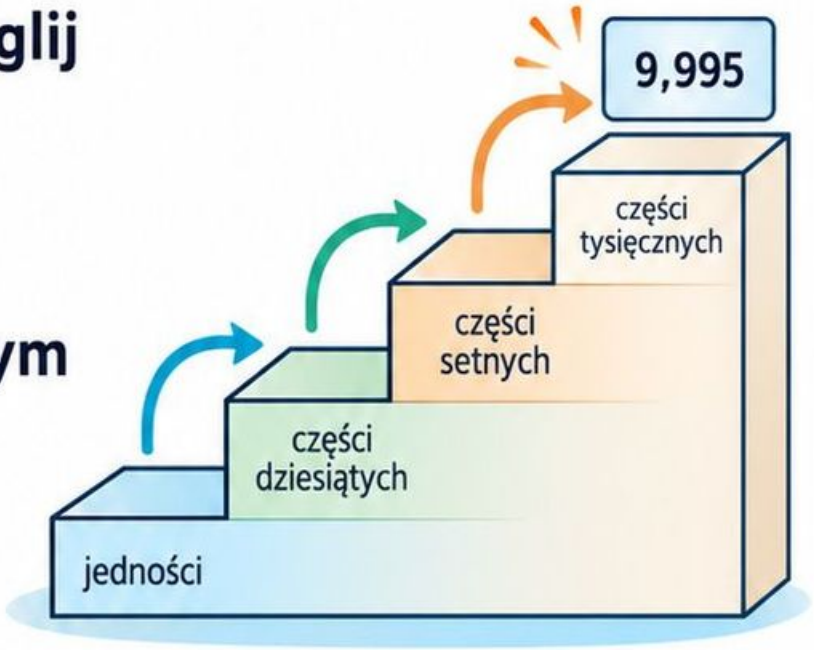
2 Sprawdź sens wyniku.

M01-074 • Klasy 4–6 • 15 minut

Zaokrąglaj świadomie

Cel: zaokrąglasz liczby dziesiętne.

Liczbę 18,476 zaokrąglij do jedności, części dziesiątych i setnych. Zaznacz cyfrę rozstrzygającą w każdym przypadku. Następnie zaokrąglij 9,995 do setnych.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

M01-075 • Klasy 4–6 • 15 minut

Zakupy pod kontrolą



Cel: mnożysz i dodajesz kwoty oraz obliczasz resztę.

Masz **20** zł. Kupujesz przybory szkolne.

Produkt	Liczba sztuk	Cena za sztukę	Koszt
Zeszyt	3	3,80 zł	
Ołówek	2	1,60 zł	

1. **Oszacuj** koszt zakupów. Czy wystarczy 20 zł?

_____

2. **Uzupełnij** koszty w tabeli i oblicz sumę.

Razem: _____ zł

3. **Ile reszty** otrzymasz z 20 zł?

Reszta: _____ zł

Sprawdź zakupy bez gumki: koszt zakupów + reszta = 20 zł.

Wyzwanie

Dokładasz gumkę za 2,50 zł. Czy nadal wystarczy pieniędzy? Uzasadnij.

_____

_____

_____

M01-076 • Klasy 4–6 • 15 minut

Zera i porównania

Cel: korygujesz porównywanie liczb dziesiętnych.

Iga twierdzi: „0,7 < 0,65, bo 7 < 65”. Dopisz zera, aby porównać setne. Popraw nierówność. Oceń też: 2,40 = 2,4. Uzasadnij oba rozstrzygnięcia.

0,7

części dziesiąte	części setne

<

0,65

części dziesiąte	części setne

Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

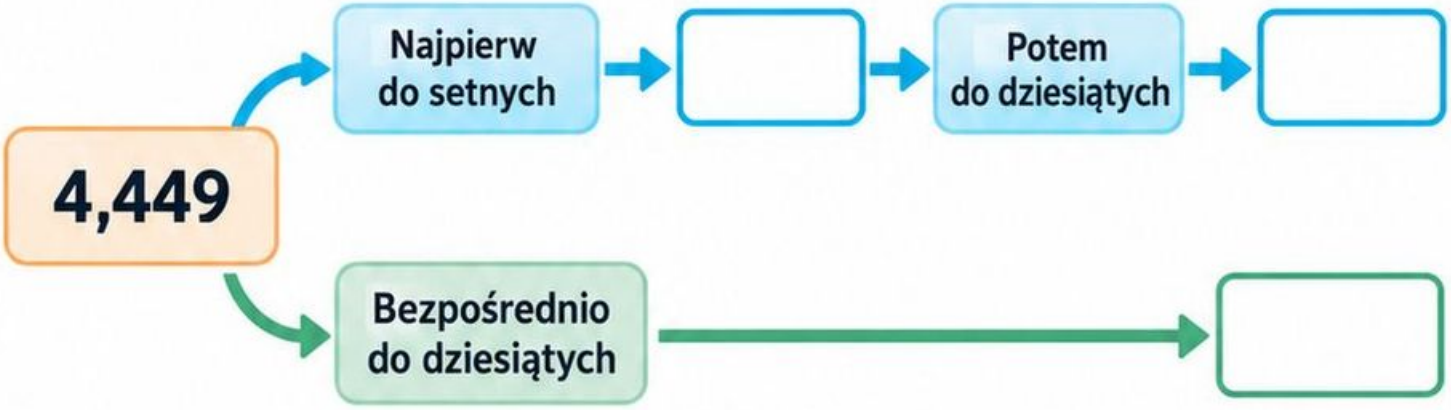
Sprawdź sens wyniku.

M01-077 • Klasy 4–6 • 15 minut

Podwójne zaokrąglenie

Cel: badasz wpływ kolejności zaokrągleń.

W parze zaokrąglijcie 4,449 do setnych, a otrzymany wynik do dziesiątych. Następnie zaokrąglijcie liczbę początkową bezpośrednio do dziesiątych. Porównajcie wyniki. Który stosować, gdy polecenie wymaga dziesiątych?



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

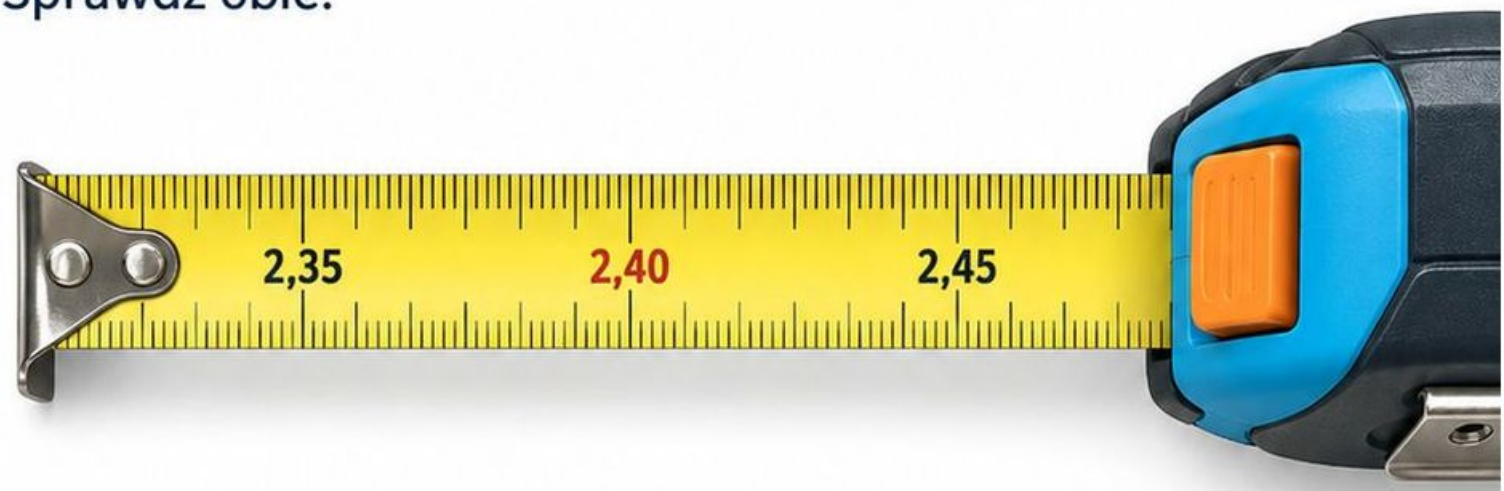
Sprawdź sens wyniku.

M01-078 • Klasy 4–6 • 15 minut

Granice pomiaru

Cel: odtwarzasz zakres liczby przed zaokrągleniem.

Długość deski po zaokrągleniu do 0,1 m wynosi 2,4 m. Podaj najmniejszą możliwą długość zapisaną z dokładnością do 0,01 m oraz największą taką długość. Sprawdź obie.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

M01-079 • Klasy 4–6 • 15 minut

Przesunięcie przecinka

Cel: interpretujesz mnożenie przez 10 i 100.

1 Zapisz 0,36 jako 36 setnych. Oblicz 0,36 × 10 i 0,36 × 100. Wyjaśnij zmianę wartości cyfry 3. Następnie oblicz 36 : 1000.

jedności	części dziesiąte	części setne	części tysięczne
0 ,	3	6	

Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

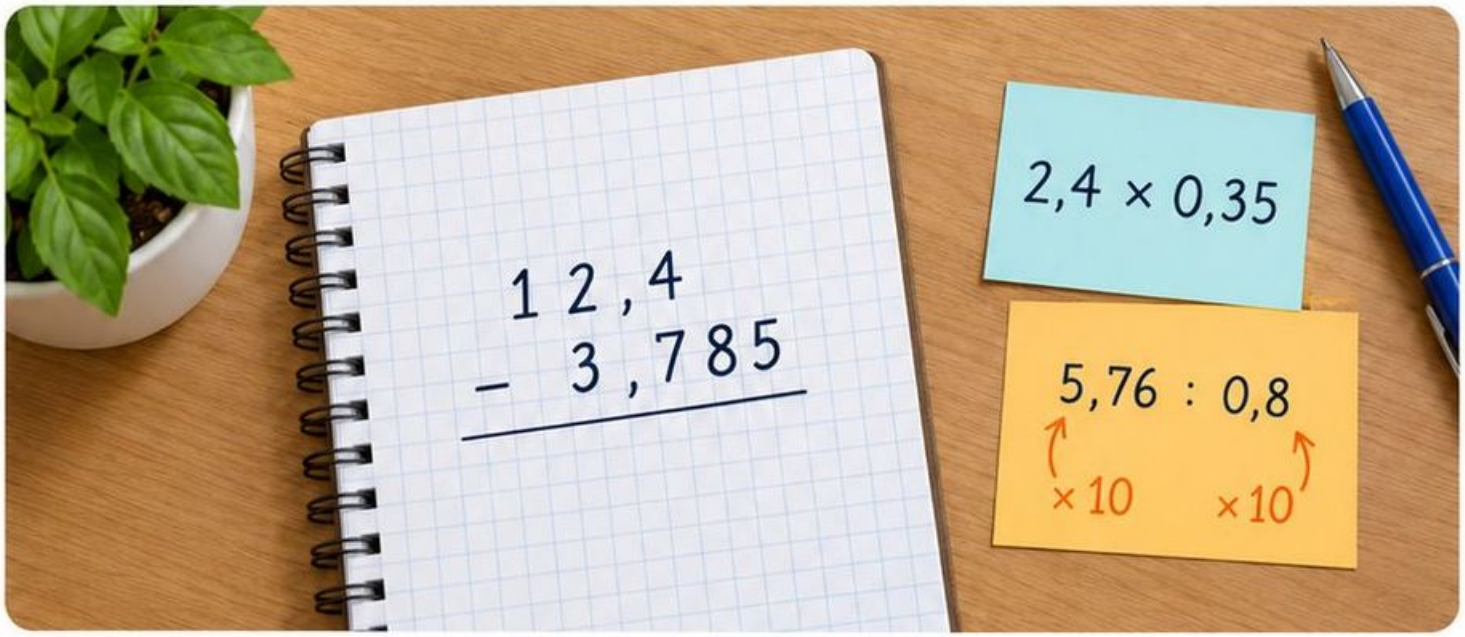
2 Sprawdź sens wyniku.

M01-080 • Klasy 4–6 • 15 minut

Przecinki w kolumnie

Cel: wykonujesz działania dziesiętne.

Oblicz 12,4 – 3,785, dopisując potrzebne zera. Następnie oblicz 2,4 × 0,35 oraz 5,76 : 0,8. W ostatnim działaniu pomnóż obie liczby przez 10.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

M01-081 • Klasy 4–6 • 15 minut

Koszt jabłek

Cel: łączysz jednostki i działania dziesiętne.

Jabłka kosztują 4,80 zł za kilogram. Kupujesz 1,75 kg. Oblicz koszt i resztę z 10 zł. Zapisz oszacowanie pozwalające sprawdzić sens wyniku.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

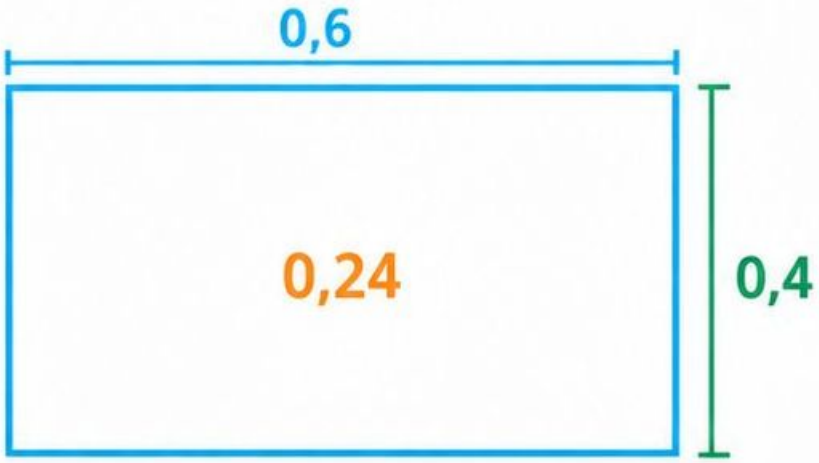
Sprawdź sens wyniku.

M01-082 • Klasy 4–6 • 15 minut

Przecinek zniknął

Cel: rozpoznajesz błąd rzędu wielkości.

Paweł obliczył 0,6 × 0,4 = 2,4. Wyjaśnij, dlaczego iloczyn powinien być mniejszy niż 0,6. Popraw wynik, zapisując działanie na ułamkach dziesiętnych.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

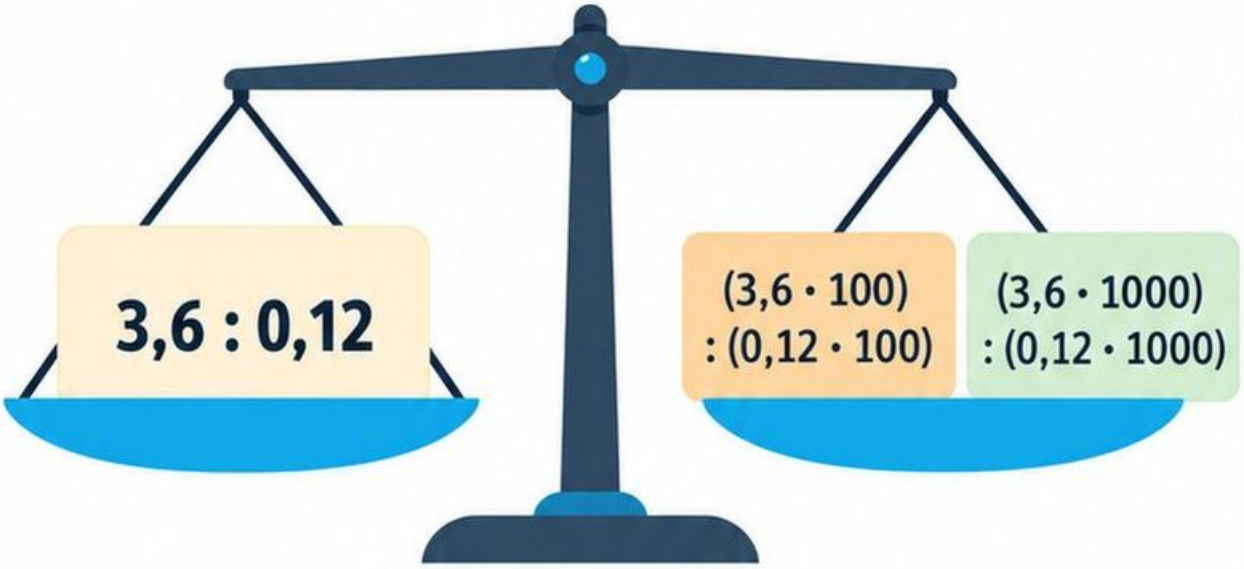
Sprawdź sens wyniku.

M01-083 • Klasy 4–6 • 15 minut

Dzielenie bez przecinka w dzielniku

Cel: porównujesz równoważne ilorazy.

W parze obliczcie 3,6 : 0,12. Jedna osoba mnoży obie liczby przez 100, druga przez 1000. Zapiszcie powstałe działania. Czy powiększenie obu liczb zmienia iloraz?



Obliczenia, rysunek i odpowiedź:

Sprawdź sens wyniku.

M01-084 • Klasy 4–6 • 15 minut

Woda do bidonów

Cel: interpretujesz iloraz i niewykorzystaną ilość.

Masz 7,5 l wody. Bidon mieści 0,6 l. Ile pełnych bidonów napełnisz? Ile wody pozostanie? Wyjaśnij, dlaczego wynik dzielenia 12,5 nie oznacza 13 pełnych bidonów.



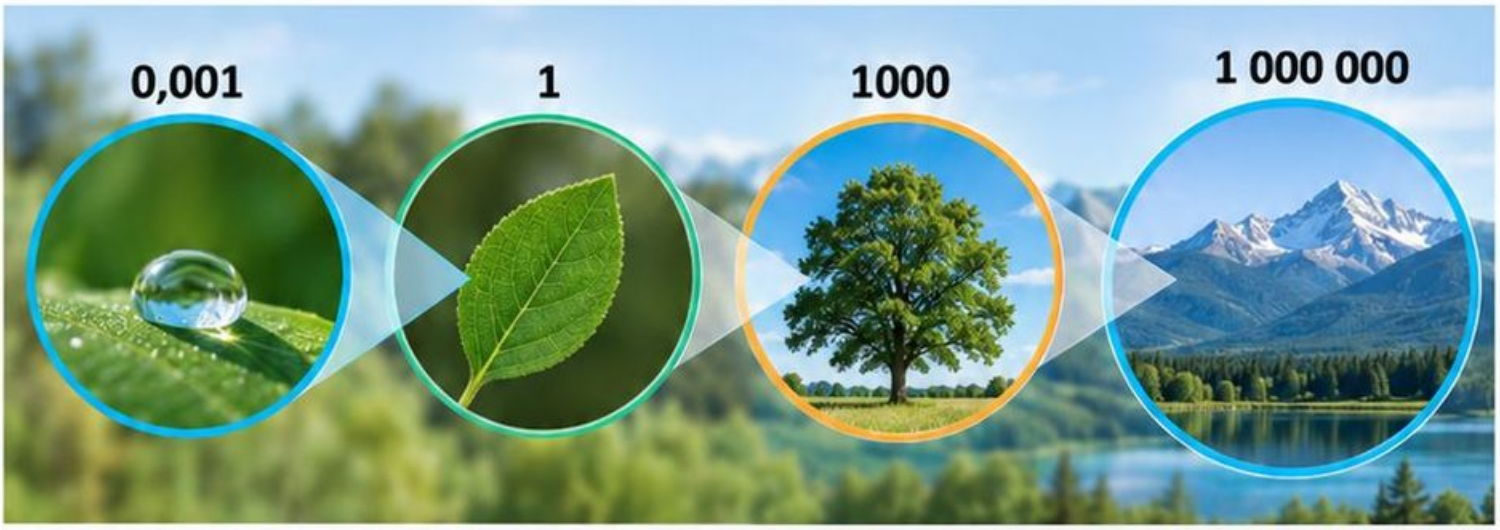
Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

M01-085 • Klasy 7–8 / liceum i technikum • 15 minut

Kolejne potęgi dziesięciu

Cel: odczytujesz znaczenie wykładnika.



Zapisz jako potęgi dziesięciu: 1000, 1 000 000 i 0,001.
Zapisz jako zwykłe liczby: 10^4 i 10^{-2}.
Wyjaśnij, jak zmienia się liczba po zwiększeniu wykładnika o 1.

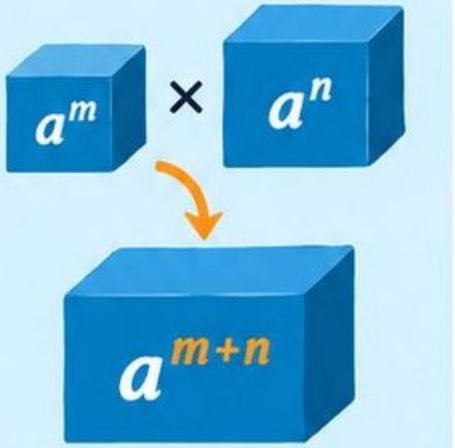
Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

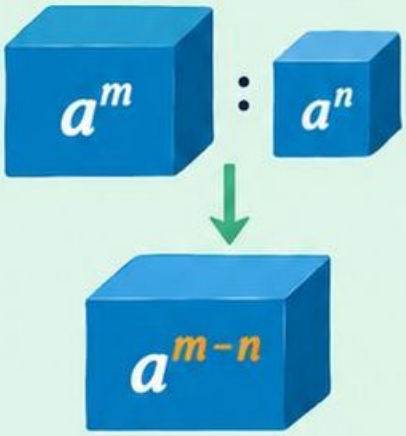
Działania na potęgach

Cel: stosujesz prawa potęg.

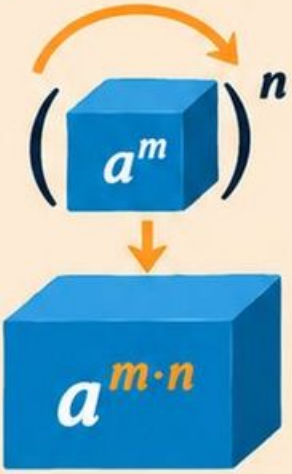
$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$



$$a^m : a^n = a^{m-n}$$



$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$



$0{,}00072 \rightarrow a \times 10^n$

1 Oblicz i zapisz jako jedną potęgę: $2^3 \times 2^5$, $5^7 : 5^3$ oraz $(3^2)^3$.
Liczbę 0,00072 zapisz w notacji wykładniczej $a \times 10^n$, gdzie $1 \leq a < 10$.

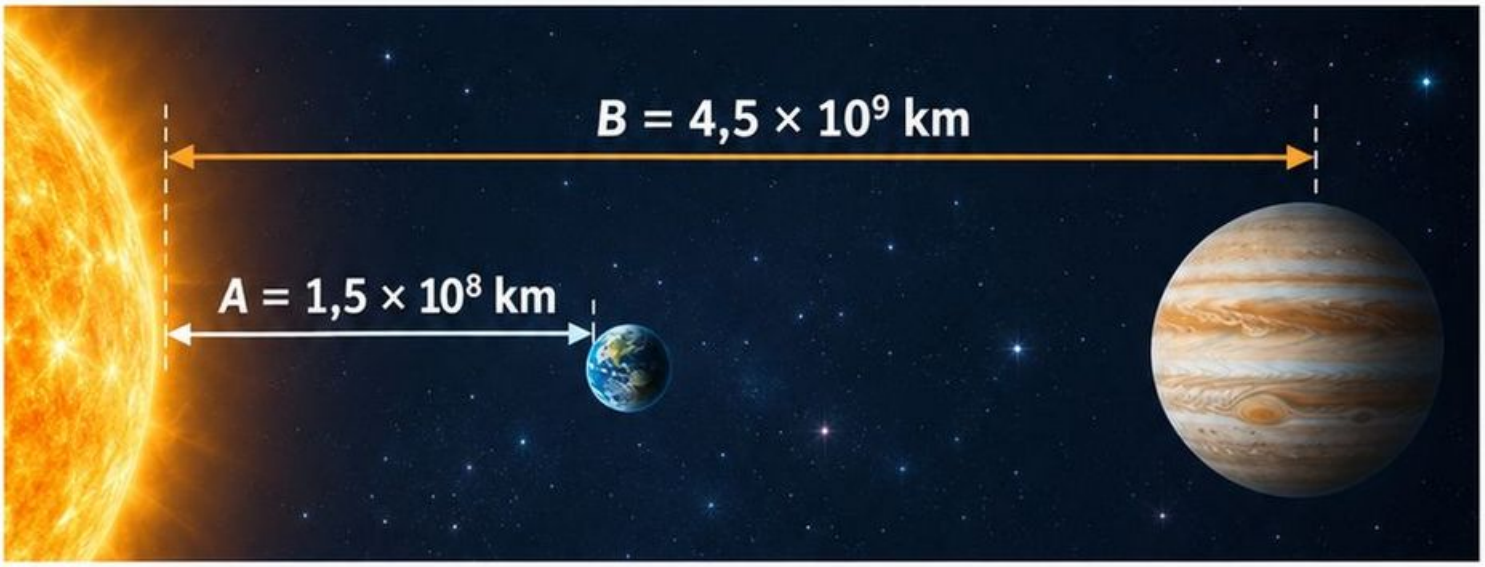
2 Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

3 Sprawdź sens wyniku.

Dane astronomiczne

Cel: porównujesz liczby w notacji wykładniczej.

W modelu przyjmij odległości: $A = 1{,}5 \times 10^8$ km i $B = 4{,}5 \times 10^9$ km. Ile razy B jest większa od A? Zapisz iloraz i uprość potęgi. Dane służą wyłącznie do obliczeń.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

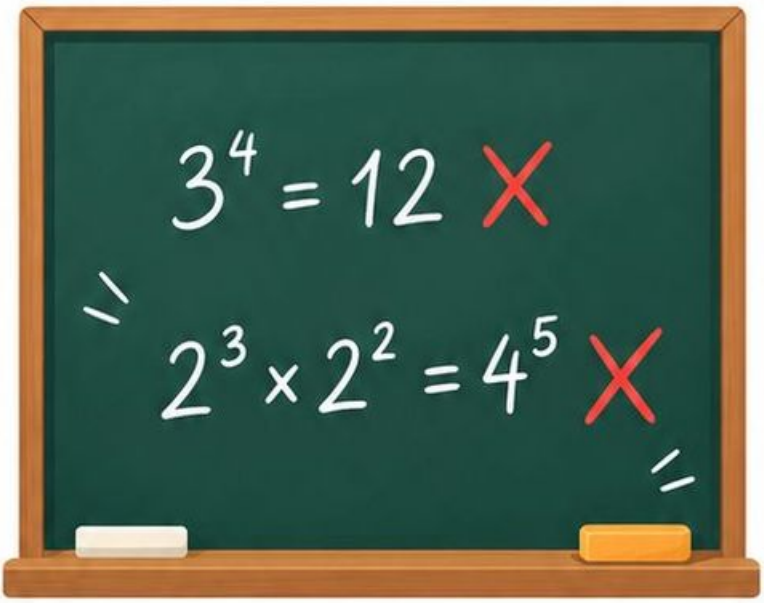
Sprawdź sens wyniku.

M01-088 • Klasy 7–8 / liceum i technikum • 15 minut

Wykładnik nie mnoży podstawy

Cel: korygujesz błędy potęgowania.

1 Ala pisze: $3^4 = 12$ oraz $2^3 \times 2^2 = 4^5$. Popraw oba zapisy. Rozpisz pierwszą potęgę jako iloczyn, a w drugim przykładzie policz liczbę czynników równych 2.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

M01-089 • Klasy 7–8 / liceum i technikum • 15 minut

Czy nawias zmienia znak?

Cel: rozróżniasz potęgę liczby ujemnej i znak przed potęgą.

W parze obliczcie $(-3)^2$, -3^2, $(-3)^3$ i -3^3. Wyjaśnijcie, dlaczego przy wykładniku parzystym nawias ma znaczenie.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

M01-090 • Klasy 7–8 / liceum i technikum • 15 minut

Pamięć w modelu

Cel: łączysz potęgi i jednostki.

W modelu jeden plik zajmuje 2^{10} bajtów, a folder zawiera 2^{8} takich plików. Ile bajtów zajmuje folder? Podaj wynik jako potęgę 2 i w zapisie dziesiętnym.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

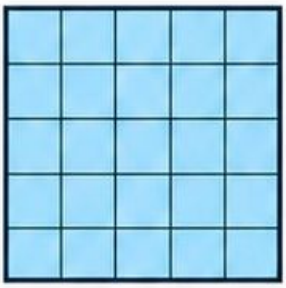
Sprawdź sens wyniku.

M01-091 • Klasy 7–8 / liceum i technikum • 15 minut

Bok z pola

Cel: interpretujesz pierwiastek kwadratowy.

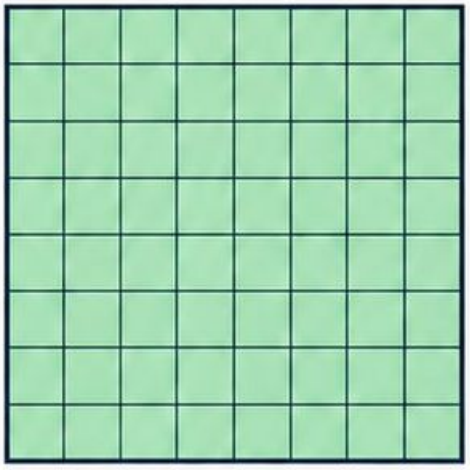
Narysuj kwadraty o polach 25 i 64 jednostek kwadratowych. Podaj długości boków. Między jakimi kolejnymi liczbami naturalnymi leży $\sqrt{40}$? Uzasadnij porównaniem pól.



pole 25



pole 40



pole 64

Obliczenia, rysunek i odpowiedź:

Sprawdź sens wyniku.

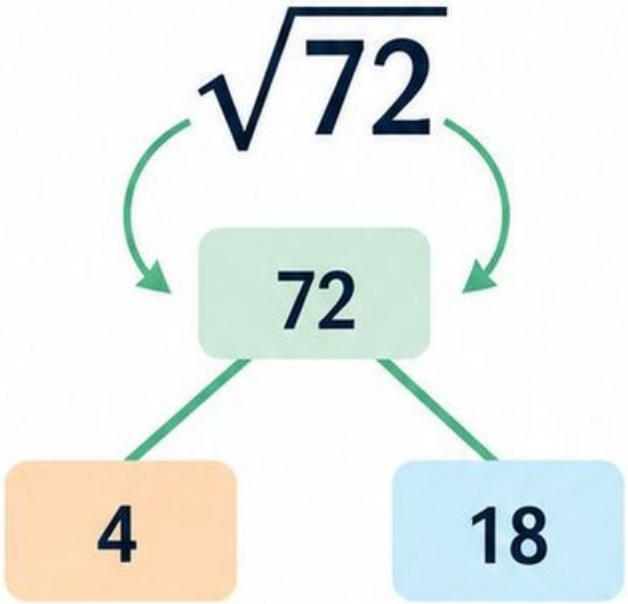
M01-092 • Klasy 7–8 / liceum i technikum • 15 minut

Wyłącz czynnik przed pierwiastek

Cel: upraszczasz pierwiastki.

Przykład: $\sqrt{12} = \sqrt{(4 \times 3)} = 2\sqrt{3}$. Uprość $\sqrt{72}$ i $\sqrt{200}$.

Oblicz $\sqrt{81} + \sqrt{49}$ oraz $\sqrt{(81 + 49)}$. Ostatni wynik pozostaw dokładny.



$$\sqrt{4 \times 18} = 2\sqrt{18} = 2\sqrt{9 \times 2} = 6\sqrt{2}$$

Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

Kwadratowa rabata

Cel: obliczasz długość na podstawie pola.



Kwadratowa rabata ma pole $50\ m^2$. Podaj dokładną długość boku i obwód. Przyjmij $\sqrt{2} \approx 1{,}414$ i oszacuj obwód do 0,1 m.

Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

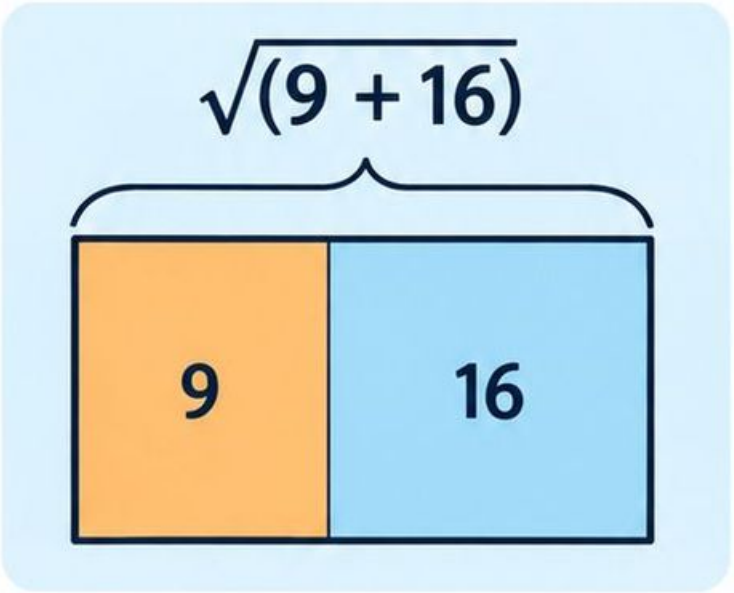
Sprawdź sens wyniku.

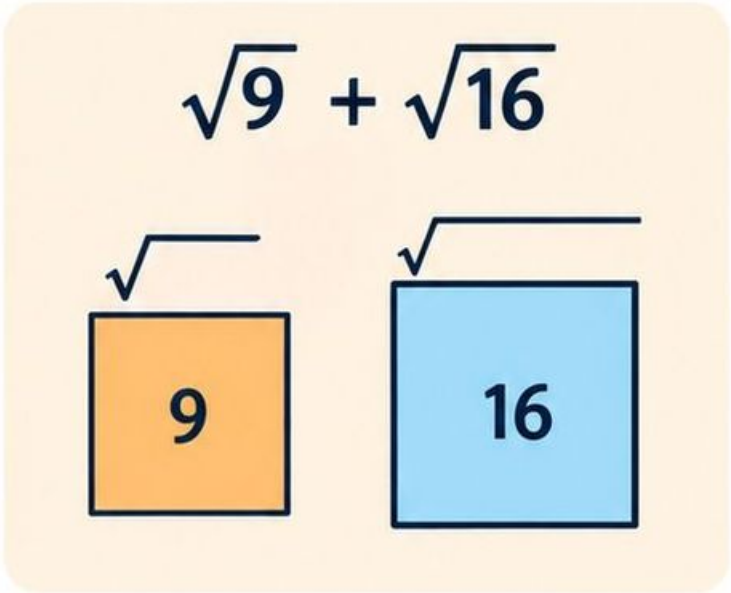
M01-094 • Klasy 7–8 / liceum i technikum • 15 minut

Pierwiastek sumy

Cel: obalasz fałszywą własność.

Adam twierdzi: $\sqrt{(9+16)} = \sqrt{9} + \sqrt{16}$. Oblicz obie strony i oceń równość. Podaj poprawną wartość $\sqrt{(9 \times 16)}$.





Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

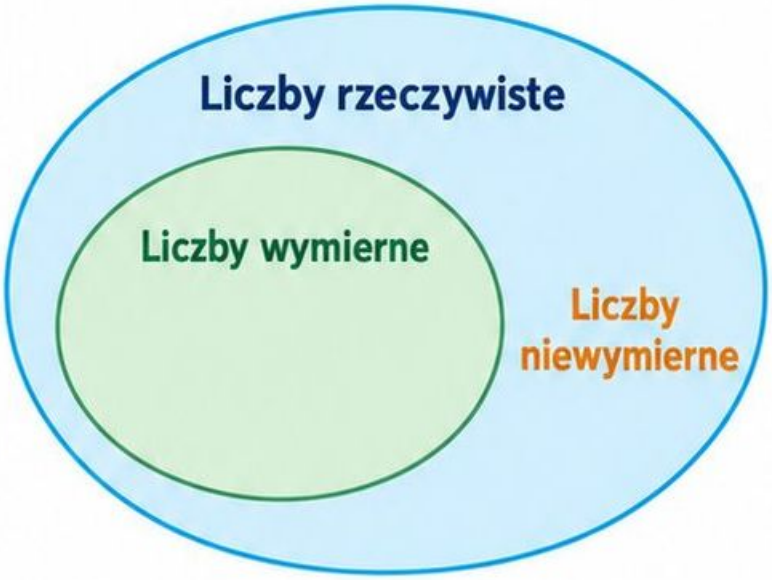
Sprawdź sens wyniku.

M01-095 • Klasy 7–8 / liceum i technikum • 15 minut

Rzeczywista czy wymierna?

Cel: klasyfikujesz liczby.

W parze sklasyfikujcie: $\sqrt{49}$, $\sqrt{2}$, $-\frac{3}{4}$, $0{,}125$. Wskażcie liczby wymierne i niewymierne. Które należą do liczb rzeczywistych? Wyjaśnijcie, dlaczego sam znak pierwiastka nie oznacza niewymierności.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

Dokładnie czy w przybliżeniu?

Cel: porównujesz wyrażenia z pierwiastkami.

Bez kalkulatora porównaj $3\sqrt{5}$ i 7. Obie liczby są dodatnie, więc porównaj ich kwadraty. Następnie uporządkuj $2\sqrt{3}$, $\sqrt{13}$ i 4 rosnąco.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

M01-097 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Otwarty czy domknięty?

Cel: przedstawiasz przedział na osi.

Narysuj przedział $[-2; 3)$. Zaznacz końce odpowiednimi kółkami. Spośród -2, 0, 3 i 4 wybierz liczby należące do przedziału. Zapisz warunek nierównością.



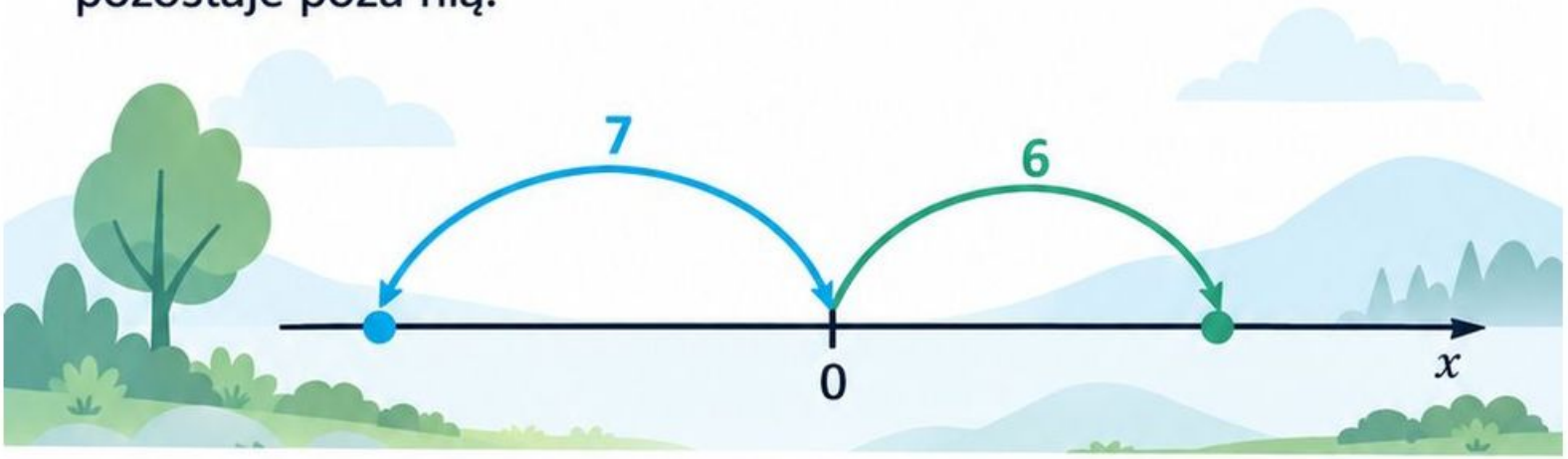
Obliczenia, rysunek i odpowiedź:

Sprawdź sens wyniku.

Odległość od zera

Cel: stosujesz wartość bezwzględną.

Oblicz $|-7|$, $|3-8|$ i $-|-4|$. Rozwiąż $|x| = 6$, wskazując punkty na osi. Pamiętaj: minus przed wartością bezwzględną pozostaje poza nią.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku. _____

M01-099 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Tolerancja temperatury

Cel: zapisujesz zakres wartości dwoma sposobami.

Dopuszczalna temperatura w modelowym magazynie różni się od 5°C o najwyżej 3°C. Zapisz warunek z wartością bezwzględną, jako podwójną nierówność i przedział. Czy $-1°C$ jest dopuszczalne?





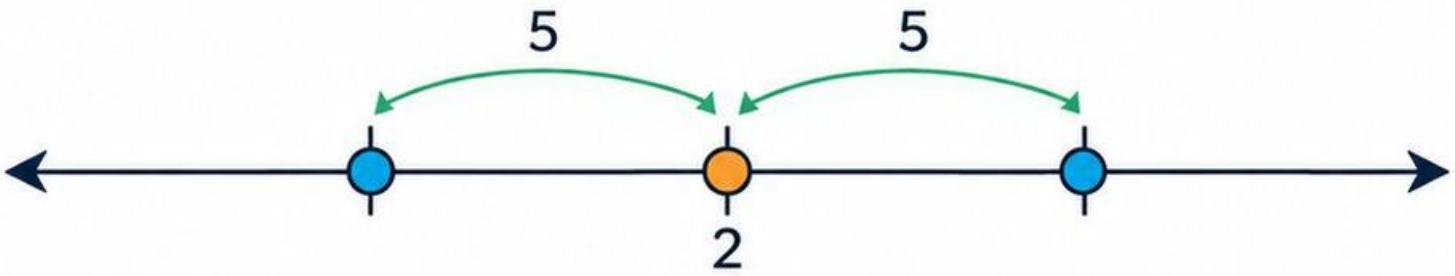
Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

Dwa rozwiązania

Cel: korygujesz równanie z modułem.

Basia rozwiązała $|x - 2| = 5$ i podała tylko $x = 7$. Znajdź brakujące rozwiązanie. Sprawdź oba przez podstawienie i wyjaśnij je jako odległości od liczby 2.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź:

Sprawdź sens wyniku.

Wspólna część czy suma?

Cel: wyznaczasz działania na przedziałach.

W parze narysujcie $A = [-4; 2]$ i $B = (0; 5)$. Wyznaczcie $A \cap B$ i $A \cup B$. Sprawdźcie osobno przynależność 0, 2 i 5 do wspólnej części.

$A = [-4; 2]$



$B = (0; 5)$



$A \cap B =$ _____

$A \cup B =$ _____

Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

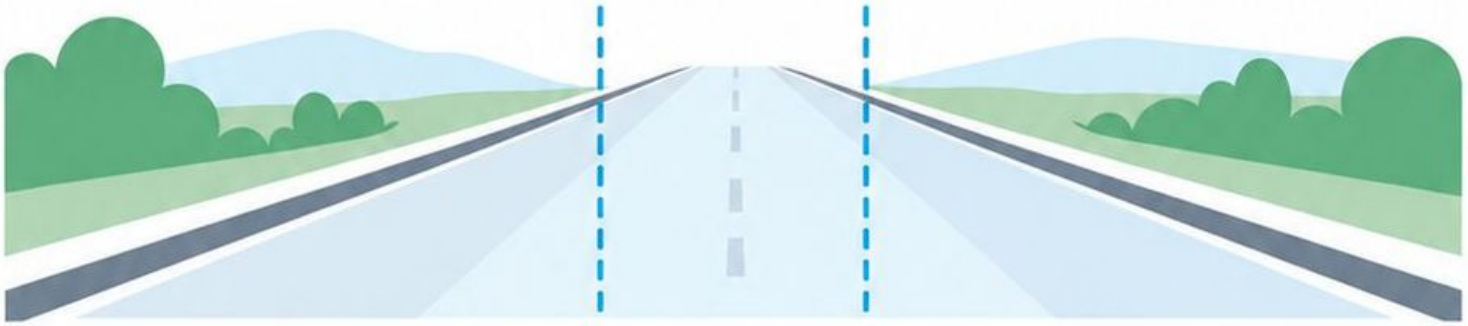
Sprawdź sens wyniku.

M01-102 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Pas bezpieczeństwa pomiaru

Cel: przekształcasz nierówność z modułem.

Rozwiąż $|2x - 6| < 4$. Najpierw zapisz podwójną nierówność, potem przedział. Podaj jedną liczbę całkowitą należącą do zbioru rozwiązań oraz obie liczby całkowite będące jego końcami.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź sens wyniku.

System dziesiętny i szacowanie — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

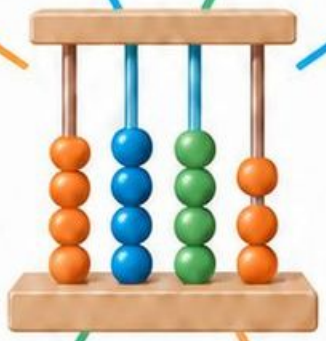
System dziesiętny i szacowanie

M01-001

5: 50 i 500;
4 w liczbach 452 i 4520: 400→4000, wzrost dziesięciokrotny.

M01-002

6089=6000+80+9;
20507=20000+500+7;
40609;
6089<20507<40609.



M01-003

Obie liczby po zaokrągleniu: 12500;
samo zaokrąglenie nie rozstrzyga;
14 miejsc.

M01-004

50206=50000+200+6;
49950≈50000;
cyfra dziesiątek 5 oznacza zaokrąglenie w górę.

M01-005

A:800;
B:820;
dokładnie 813;
błędy 13 i 7;
B bliższe.

M01-006

3752,3762,3772,3782,3792;
dziesiątki muszą wynosić 5–9.

Dodawanie i odejmowanie — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Dodawanie i odejmowanie

M01-007

$478+27=505$;
$478+30-3=505$;
$27=30-3$.

M01-008

2216 i 4316;
$2216+1786=4002$;
$4316+2684=7000$.

M01-009

2527 książek;
wzrost: 89;
$2438+175-86=2527$;
$175-86=89$.



M01-010

$503=400+90+13$;
$503-278=225$;
$225+278=503$.

M01-011

2345;
$2000+347-2$;
307;
$605-300+2$.

M01-012

11987 km rano;
12102 km po dwóch dniach.

Mnożenie i dzielenie — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Mnożenie i dzielenie

M01-013

$6 \times 10 + 6 \times 4 = 84$;
$6 \times 15 = 90$;
wzrost o 6.

M01-014

$848 : 4 = 212$;
$965 : 6 = 160$ r 5;
$6 \times 160 + 5 = 965$;
$5 < 6$.

M01-015

148 pasażerów;
8 busów;
12 wolnych miejsc;
7 busów mieści tylko 140 osób.



M01-016

Reszta musi być mniejsza od 8;
$157 : 8 = 19$ r 5.

M01-017

1200;
$1000 + 200$;
100×12;
$125 \times 8 \times 3 = 3000$.

M01-018

12 pudełek;
468 zł;
2 płytki;
$11 \times 24 = 264 < 286 \leq 288$.

Kolejność działań — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

1 **M01-019:**

19 i 35; najpierw mnożenie, w drugim dodawanie.

2 **M01-020:**

27; 38.



3 **M01-021:**

$100-(4\times18+12)=16$ zł; 12 zł.

4 **M01-022:**

Najpierw 6×4; wynik 6; $(30-6)\times4=96$.

5 **M01-023:**

2; 8; 8; drugi i trzeci, dzielenie i mnożenie od lewej.

6 **M01-024:**

$(8+4)\times3-2=34$; $8+4\times(3-2)=12$.

Wielokrotności i dzielniki — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Wielokrotności i dzielniki

M01-025:

$1 \times 18, 2 \times 9, 3 \times 6$;

1,2,3,6,9,18.

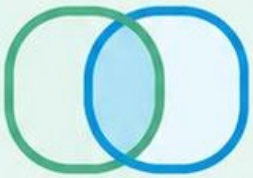
1×18

2×9

3×6

M01-026:

1,2,4,5,10,20;
6,12,18,24,30;
dzielnikiem;
wielokrotnością.



M01-027:

9:36;
12,24,36 oraz
18,36 minut.





M01-028:

6 jest dzielnikiem 24;
24 jest wielokrotnością 6;
$24:6=4$ bez reszty.

$24:6=4$

M01-029:

Dzielniki 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.
Dzielniki 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.
Wspólne: 1, 2, 3, 4, 6, 12.
Największy: 12.

Najwyżej 12 jednakowych zestawów, po 2 czerwone i 3 niebieskie koraliki, z użyciem wszystkich koralików.

M01-030:

60;
wielokrotności 42,48,54,60,66;
tylko 60 dzieli 180.

60

Cechy podzielności — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

1 M01-031:

2: 120; 248; 370;
5: 120; 135; 370; 555;
10: 120; 370.
Końcówki:parzysta;
0 lub 5; 0.

2 M01-032:

Sumy 9;9; 17; 9;
3 i 9: 234; 513; 900;
tak.

3 M01-033:

Po 2; 3; 9 tak;
po 5 nie;
końcówka 2,
suma cyfr 9,
końcówka nie 0 ani 5.



4 M01-034:

1+9+4=14;
nie;
np. 126,
suma 9.

5 M01-035:

Cyfry 0; 3; 6; 9;
402; 432; 462; 492;
przez 9 tylko 432.

6 M01-036:

Brakująca cyfra to 0.
Liczba 720 jest parzysta,
a suma jej cyfr wynosi 9.
Zdanie „Cyfra 0 nie pasuje”
jest fałszywe.

Liczby pierwsze — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Liczby pierwsze

1 **M01-037:**

7: 1; 7; 9: 1; 3; 9;
13: 1; 13;
pierwsze 7; 13.

2 **M01-038:**

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$;
$150 = 2 \times 3 \times 5^2$.

3 **M01-039:**

Nie, 29 pierwsza;
$30: 2 \times 15; 3 \times 10; 5 \times 6$
i obroty.

4 **M01-040:**

1 ma tylko
dzielnik 1;
$21 = 3 \times 7$, złożona.

5 **M01-041:**

$72 = 2^3 \times 3^2$;
oba drzewa dają
trzy dwójki i dwie
trójki.

6 **M01-042:**

70; trzeci czynnik
pierwszy 7;
3 daje 30, 11 daje 110.

Liczby całkowite na osi — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

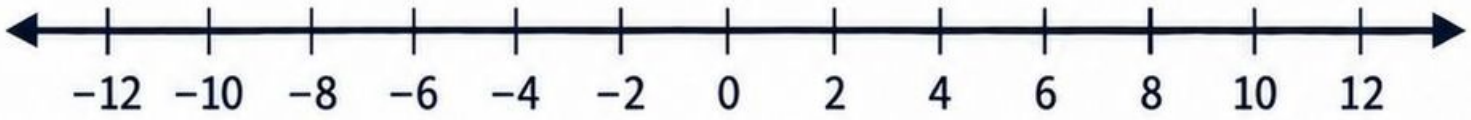
Liczby całkowite na osi

01 M01-043:

$-5 < -1 < 2 < 4$; 2 i 4; odległość 2.

02 M01-044:

8; 0; −5; −8 i 8.



03 M01-045:

W Gdańsku o 9°C; $2-(-7)=9$.



9°C

04 M01-046:

$-12 < -4$; −4 bliżej zera, odległości 12 i 4.

05 M01-047:

−3; odległość 6 od obu końców.

06 M01-048:

Magazyn 7; parking 2; parking bliżej.



Działania na liczbach całkowitych – odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Działania na liczbach całkowitych

1 **M01-049:**

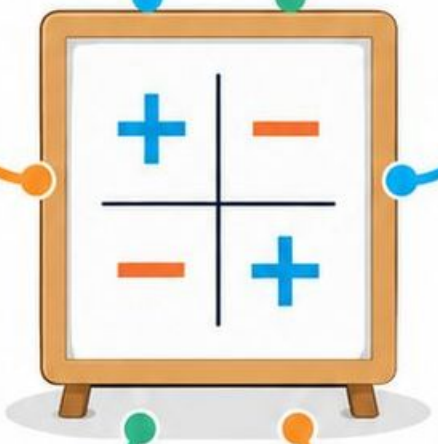
$-5+8=3;$
$-6+(-2)=-8.$

2 **M01-050:**

5; −5; 18.
Odejmowanie przeciwnej; większy moduł ujemny; iloczyn dwóch ujemnych dodatni.

3 **M01-051:**

−12 zł;
wpłacić 12 zł.



4 **M01-052:**

−11; 28;
odejmowanie 7 przesuwa w lewo, iloczyn dwóch ujemnych jest dodatni.

5 **M01-053:**

5,5, −21, 21;
dodawanie przemienne, odejmowanie nie.

6 **M01-054:**

13 punktów;
3 poprawne, bo $13+3\times4=25$.

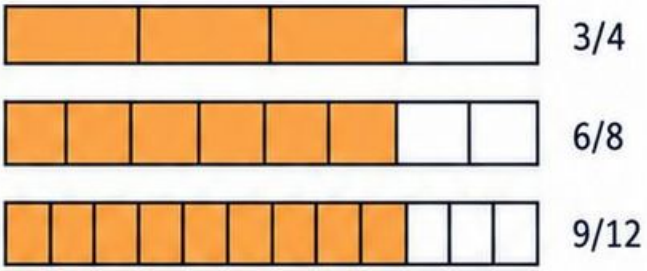
Ułamki równe i porównywanie – odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

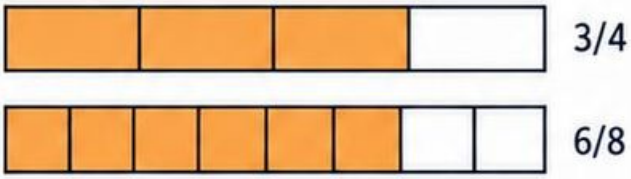
Ułamki równe i porównywanie

01 **M01-055:** Pola równe; 8/12.

02 **M01-056: W okienkach:** 6 i 9.
Na jednakowych paskach zaznacz 3 z 4, 6 z 8 i 9 z 12 równych części.
Zamalowane części mają tę samą długość: 3/4 = 6/8 = 9/12.



03 **M01-057:** Hania; 3/4=6/8, różnica 1/8; porównujemy tę samą całość.



04 **M01-058:** 1/8<1/5; 7/8<7/5; przy tym samym dodatnim liczniku większy mianownik daje mniejszy ułamek.

$$\frac{1}{8} < \frac{1}{5} \qquad \frac{7}{8} < \frac{7}{5}$$

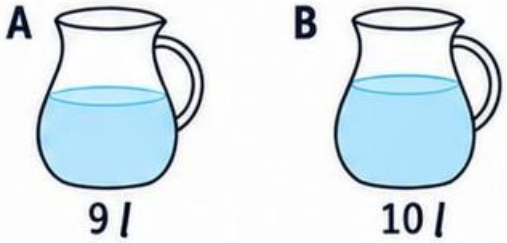
przy tym samym dodatnim liczniku większy mianownik daje mniejszy ułamek.

05 **M01-059:** 20/45>18/45; 4/9>4/10=2/5.

$$\frac{20}{45} > \frac{18}{45}$$

$$\frac{4}{9} > \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

06 **M01-060:** A pełniejszy względnie; A 9 l, B 10 l; więcej wody B.

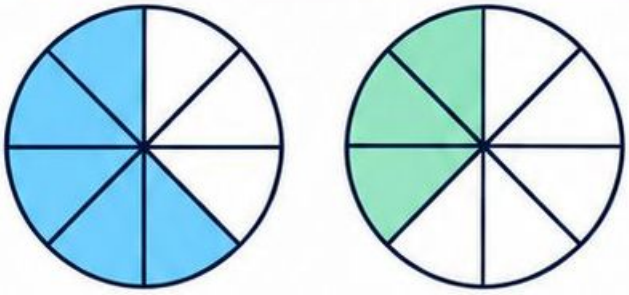


Dodawanie i odejmowanie ułamków – odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Dodawanie i odejmowanie ułamków

1 **M01-061:** 5/8; 3/8 niezaznaczone.



2 **M01-062:** 7/12; 13/10=1 3/10.

$$\frac{13}{10} = 1\frac{3}{10}$$

3 **M01-063:** 17/12=1 5/12 kg; 7/12 kg.



$$\frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}\ \text{kg}$$

$$\frac{7}{12}\ \text{kg}.$$

$$\frac{1}{12}$$

4 **M01-064:** 2/5<1/2, więc błędne; 3/6+2/6=5/6.

$$\frac{2}{5} < \frac{1}{2}\text{, więc błędne;}$$

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}.$$

5 **M01-065:** 9/4−5/6=27/12−10/12 =17/12=1 5/12; 1+15/12−10/12.

$$\frac{9}{4} - \frac{5}{6} = \frac{27}{12} - \frac{10}{12}$$

$$= \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12};$$

$$1 + \frac{15}{12} - \frac{10}{12}.$$

6 **M01-066:** 5/4=1 1/4 godziny; mieści się dokładnie; różnica 0.

$$\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

godziny;

mieści się dokładnie;

różnica 0.

Mnożenie i dzielenie ułamków – odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Mnożenie i dzielenie ułamków

1 **M01-067:** 2/3×3/4=6/12=1/2.

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

2 **M01-068:** 1/6; 3/2; 3/2×14/27=7/9.

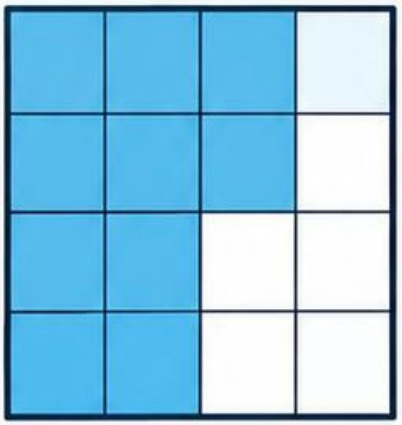
$$\frac{1}{6};\ \frac{3}{2};\ \frac{3}{2} \times \frac{14}{27} = \frac{7}{9}$$

3 **M01-069:** 6 szklanek; 15/4=3 3/4 l.



6 szklanek

$$\frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}\ l.$$



4 **M01-070:** 2/3×5/4=5/6; 5/6×4/5=2/3.

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{6};$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{3}.$$

5 **M01-071:** 9<12<15; mnożnik między 0 a 1 zmniejsza dodatnią liczbę.

$$9 < 12 < 15$$

mnożnik między 0 a 1 zmniejsza dodatnią liczbę.

6 **M01-072:** Zużyto 3 m; zostaje 2 m; 8 kawałków.



Zużyto 3 m;
zostaje 2 m;
8 kawałków.

Ułamki dziesiętne i zaokrąglanie — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Ułamki dziesiętne i zaokrąglanie

M01 M01-073

M01-073: 37/100=0,37;
3 pola, czyli 0,03.

$$\frac{37}{100} = 0{,}37$$

M01 M01-074

M01-074: 18; 18,5; 18,48; 10,00.
Cyfry 4; 7; 6; ostatnia 5.

18 18,5 18,48 10,00

Cyfry: 4; 7; 6

Ostatnia: 5

M01 M01-075

M01-075: Przykładowe oszacowanie:
3·4 zł + 2·2 zł = 16 zł. Dokładnie:
zeszyty 11,40 zł, ołówki 3,20 zł,
razem 14,60 zł, reszta 5,40 zł.
Z gumką: 17,10 zł; wystarczy pieniędzy,
zostanie 2,90 zł. Kontrola: 14,60 + 5,40 = 20.



M01 M01-076

M01-076: 0,70>0,65; 2,40=2,4;
końcowe zera nie zmieniają wartości.

0,70 > 0,65 **2,40 = 2,4**

końcowe zera
nie zmieniają wartości.

M01 M01-077

M01-077: 4,45→4,5; bezpośrednio 4,4;
stosować bezpośrednie zaokrąglenie.

4,45 → 4,5
bezpośrednio 4,4

stosować bezpośrednie
zaokrąglenie.

M01 M01-078

M01-078: 2,35 m i 2,44 m;
obie zaokrąglają się do 2,4 m.

2,35 m → 2,4 m
2,44 m → 2,4 m

obie zaokrąglają się
do 2,4 m.

Działania dziesiętne – odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Działania dziesiętne

1 M01-079:

3,6; 36;
cyfra 3 ma kolejno wartości
0,3; 3; 30;
36:1000=0,036.

2 M01-080:

8,615; 0,84; 7,2.

3 M01-081:

8,40 zł; 1,60 zł;
np. 1,75×5≈8,75 zł.



4 M01-082:

6/10×4/10=24/100=0,24;
mnożenie przez 0,4
zmniejsza dodatnią liczbę.

5 M01-083:

360:12=30;
3600:120=30;
iloraz bez zmian.

6 M01-084:

12 pełnych;
0,3 l zostaje;
13 wymaga 7,8 l.

Potęgi i notacja wykładnicza — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Potęgi i notacja wykładnicza

1 M01-085:

10^3; 10^6;
10^{-3}; 10000; 0,01;
wartość rośnie 10 razy.

2 M01-086:

2^8; 5^4; 3^6;
$7{,}2 \times 10^{-4}$.

3 M01-087:

30 razy;
$(4{,}5 : 1{,}5) \times 10^1 = 30$.

4 M01-088:

$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$.
$2^3 \cdot 2^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2) =$
$2^5 = 32$;
pięć czynników równych 2.

5 M01-089:

9, −9, −27, −27;
bez nawiasu minus stoi przed wynikiem potęgowania.

6 M01-090:

$2^{18} = 262144$ bajty.



Pierwiastki i liczby rzeczywiste — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Pierwiastki i liczby rzeczywiste



1

M01-091:

5 i 8; $6<\sqrt{40}<7$, bo $36<40<49$.

2

M01-092:

$6\sqrt{2}$; $10\sqrt{2}$; 16; $\sqrt{130}$.

3

M01-093:

Bok $5\sqrt{2}$ m; obwód $20\sqrt{2}$ m $\approx 28{,}3$ m.

4

M01-094:

Lewa 5, prawa 7; równość fałszywa; $\sqrt{144}=12$.

5

M01-095:

Wymierne $7, -3/4, 0{,}125$; niewymierna $\sqrt{2}$; wszystkie rzeczywiste; $\sqrt{49}=7$.

6

M01-096:

$3\sqrt{5}<7$, bo $45<49$; $2\sqrt{3}<\sqrt{13}<4$, bo $12<13<16$.

Przedziały i wartość bezwzględna — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Przedziały i wartość bezwzględna

1 M01-097:

-2 i 0;
$-2 \leq x < 3$;
-2 zamknięte, 3 otwarte.



2 M01-098:

7; 5; -4;
$x = -6$ lub 6.





3 M01-099:

$|T-5| \leq 3$;
$2 \leq T \leq 8$;
$[2; 8]$;
-1 nie.

4 M01-100:

$x = -3$ lub 7;
$|-3-2| = 5$;
$|7-2| = 5$.

5 M01-101:

$A \cap B = (0; 2]$;
$A \cup B = [-4; 5)$;
0 nie, 2 tak, 5 nie.

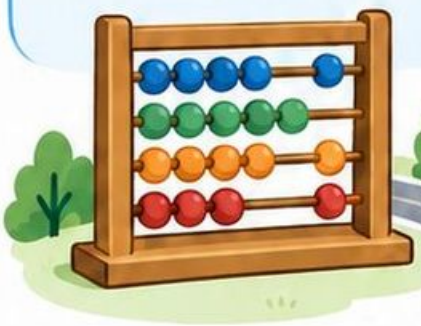
6 M01-102:

$-4 < 2x - 6 < 4$;
$2 < 2x < 10$;
$1 < x < 5$;
$(1; 5)$;
np 3;
końce 1 i 5 nie należą.

Od cyfry do wyniku

Mapa myśli

System dziesiętny:
wartość cyfry zależy od miejsca.
$4052 = 4000 + 50 + 2$.



Szacowanie:
$487 + 326 \approx 490 + 330 = 820$.
Dokładnie: 813.



Dodawanie i odejmowanie
są działaniami odwrotnymi.
$225 + 278 = 503$.



Mnożenie
opisuje równe grupy.
$6 \times 14 = 6 \times 10 + 6 \times 4 = 84$.

Dzielenie z resztą:
$157 = 8 \times 19 + 5$,
przy czym $0 \le 5 < 8$.

Kolejność:
nawiasy, potęgi, mnożenie i dzielenie, dodawanie i odejmowanie.
Działania tego samego stopnia: od lewej.



Łącz pojęcia: oszacuj → oblicz → sprawdź działaniem odwrotnym.

Mapa myśli

Dzielniki spotykają oś

Dzielnik: 6 dzieli 24, bo $24 = 6 \times 4$.

Wielokrotność: 24 jest wielokrotnością 6.

Rozkład: $84 = 2^2 \times 3 \times 7$. Wszystkie czynniki końcowe są pierwsze.

Liczba pierwsza ma dwa dodatnie dzielniki. 1 nie jest pierwsza.



Cechy podzielności:

przez 2 — parzysta ostatnia cyfra;

przez 5 — 0 lub 5;

przez 10 — 0.

Przez 3 lub 9: sprawdź sumę cyfr. 432: suma 9, więc dzieli się przez 3 i 9.

Oś liczbowa

Oś: dalej w prawo oznacza większą liczbę. $-5 < -1 < 2$. Liczby przeciwne leżą jednakowo daleko od zera.



Znaki i części całości

Mapa myśli

Liczby całkowite: odejmowanie liczby zastąp dodaniem przeciwnej.

$$-7 - (-12) = 5.$$

Iloczyn dwóch liczb ujemnych jest dodatni.

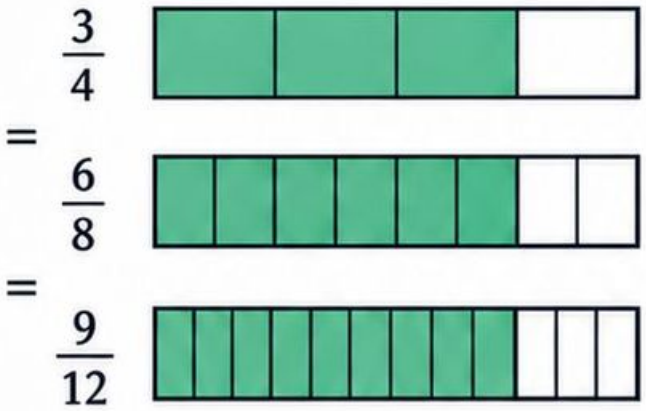
$$(-6) \times (-3) = 18.$$



Ułamki równe: pomnóż lub podziel licznik i mianownik przez tę samą liczbę różną od zera.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}.$$

Porównuj części tej samej całości.



Dodawanie: wspólny mianownik jest wspólną jednostką.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}.$$

Mnożenie: część części.

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}.$$

Dzielenie: mnożenie przez odwrotność niezerowego dzielnika.

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{5}{6}.$$

Od przecinka do przedziału

Mapa myśli

Zapis dziesiętny:

$0{,}37 = \frac{37}{100}$.

Końcowe zera nie zmieniają wartości: $2{,}40 = 2{,}4$.

Zaokrąglaj

bezpośrednio do żądanego miejsca. $4{,}449 \approx 4{,}4$ do dziesiątych.

4,449 → 4,4

Dzielenie:

× 100

pomnożenie obu liczb przez 100 zachowuje iloraz.

$3{,}6 : 0{,}12 = 360 : 12 = 30$.

Potęgi:

$2^3 \times 2^5 = 2^8$.

Notacja wykładnicza:

$0{,}00072 = 7{,}2 \times 10^{-4}$.

$7{,}2 \times 10^{-4}$

Pierwiastek:

$\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$.

$\sqrt{72}$ → $6\sqrt{2}$

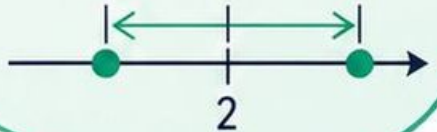
Liczby wymierne i niewymierne tworzą liczby rzeczywiste.

Wartość bezwzględna

opisuje odległość.

$|x - 2| = 5$ daje

$x = -3$ lub $x = 7$.



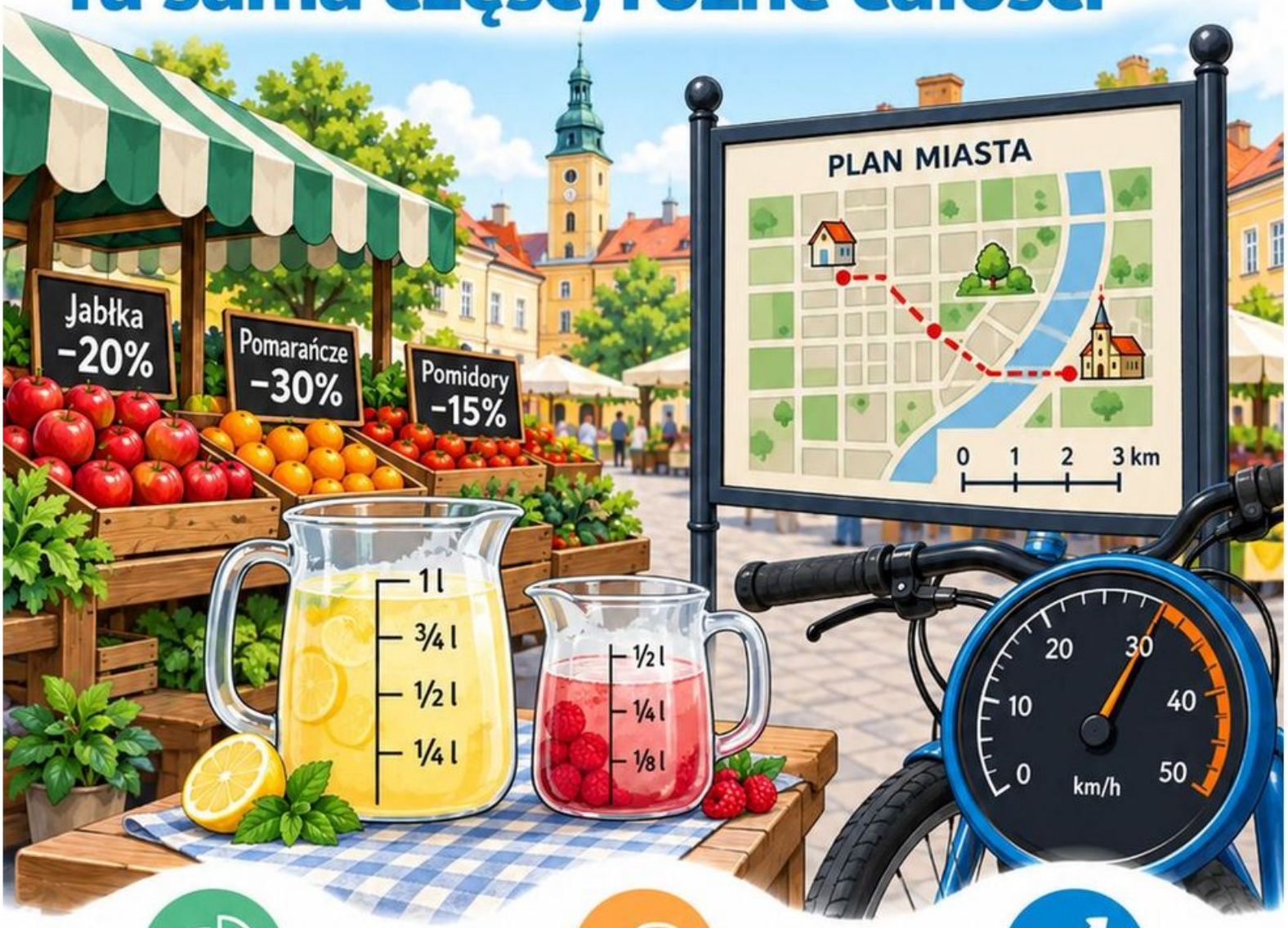
Przedział $[-2; 3)$ oznacza $-2 \leqslant x < 3$.



MODUŁ 2

Procenty i proporcje

Ta sama część, różne całości



Rozpoznajesz całość i porównujesz udziały.

Obliczasz ceny po zmianach i sprawdzasz budżet.

Budujesz modele proporcjonalności, skali i prędkości.

Zobacz model → wybierz podstawę → oblicz → sprawdź jednostki.

Pytanie na początek: procent czego?

M02-001 • Klasy 4–6 • 15 minut

Część i całość

Cel: rozpoznajesz mianownik opisujący całość.

Narysuj 12 koralików: 3 czerwone i 9 niebieskich.
Jaką część wszystkich stanowią czerwone?
Jaki jest stosunek czerwonych do niebieskich?
Wyjaśnij, dlaczego otrzymane zapisy się różnią.

Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

M02-002 • Klasy 4–6 • 15 minut

Nazwij całość

Cel: skracasz stosunek części do całości.

W pudełku jest 8 kredek zielonych i 12 innych. Oblicz liczbę wszystkich kredek. Zapisz i skróć ułamek opisujący udział zielonych. Ile zielonych byłoby w zestawie 50 kredek o tym samym udziale?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

M02-003 • Klasy 4–6 • 15 minut

Uczestnicy koła

Cel: odczytujesz udział w grupie.

Koło teatralne liczy 24 osoby. Sześć zajmuje się scenografią, pozostali grają. Jaką część grupy stanowią scenografowie, a jaką aktorzy? Zakładamy, że role się nie nakładają.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

M02-004 • Klasy 4–6 • 15 minut

Nie ta całość

Cel: wyjaśniasz błąd części do całości.

W koszyku są 4 gruszki i 6 jabłek. Ela mówi: „Gruszki to 4/6 owoców”. Popraw zdanie. Co naprawdę opisuje stosunek 4:6?



4 gruszki

6 jabłek

Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

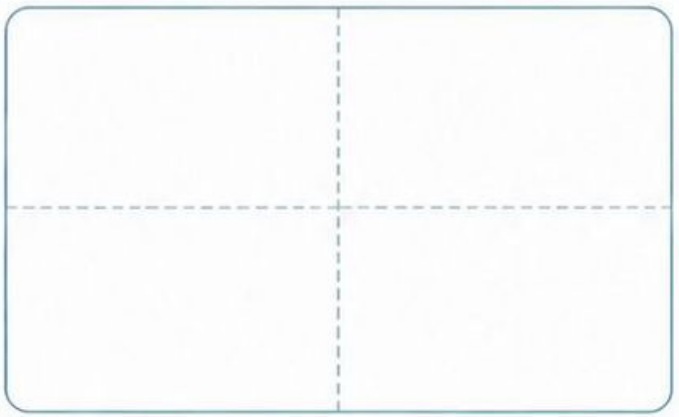
M02-005 • Klasy 4–6 • 15 minut

Różne grupy, ten sam udział

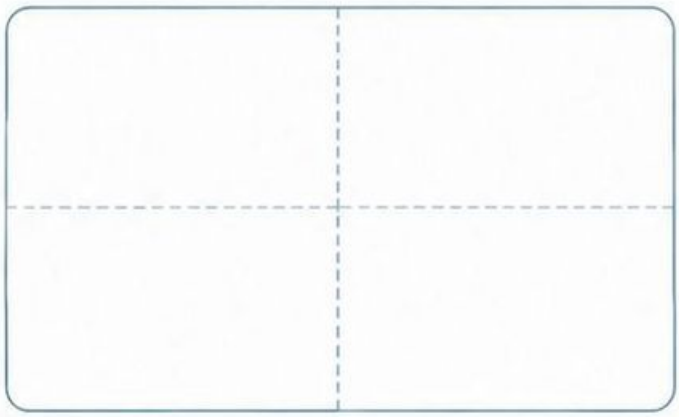
Cel: porównujesz udziały ułamkowe.

W parze porównajcie grupy: A ma 5 rowerzystów na 20 osób, B ma 8 na 32. Jedna osoba skraca ułamki, druga rysuje podziały na cztery równe grupy. Czy udziały są równe?

A: 5 rowerzystów na 20 osób



B: 8 rowerzystów na 32 osób



Obliczenia i uzasadnienie: _____

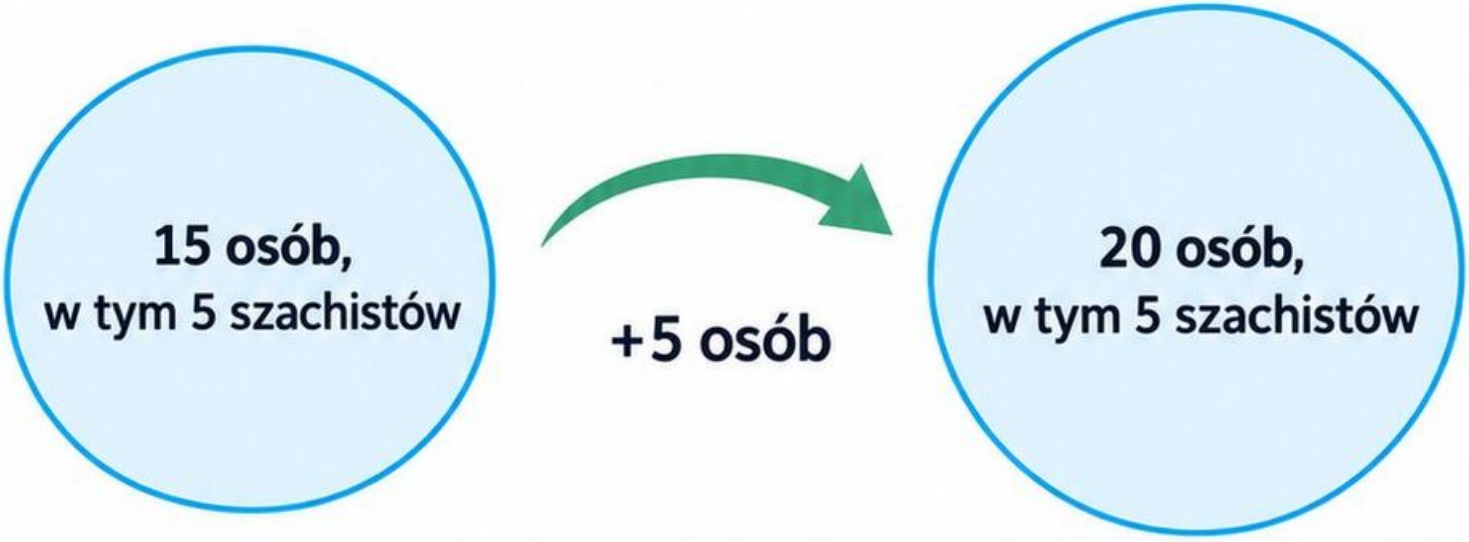
Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

M02-006 • Klasy 4–6 • 15 minut

Kto dołącza?

Cel: badasz zmianę *udziału* po zmianie całości.

W grupie 15 osób jest 5 szachistów. Dołącza 5 osób, z których żadna nie gra w szachy. Jaki był udział szachistów przed zmianą, a jaki po niej? Czy liczba szachistów zmalała?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

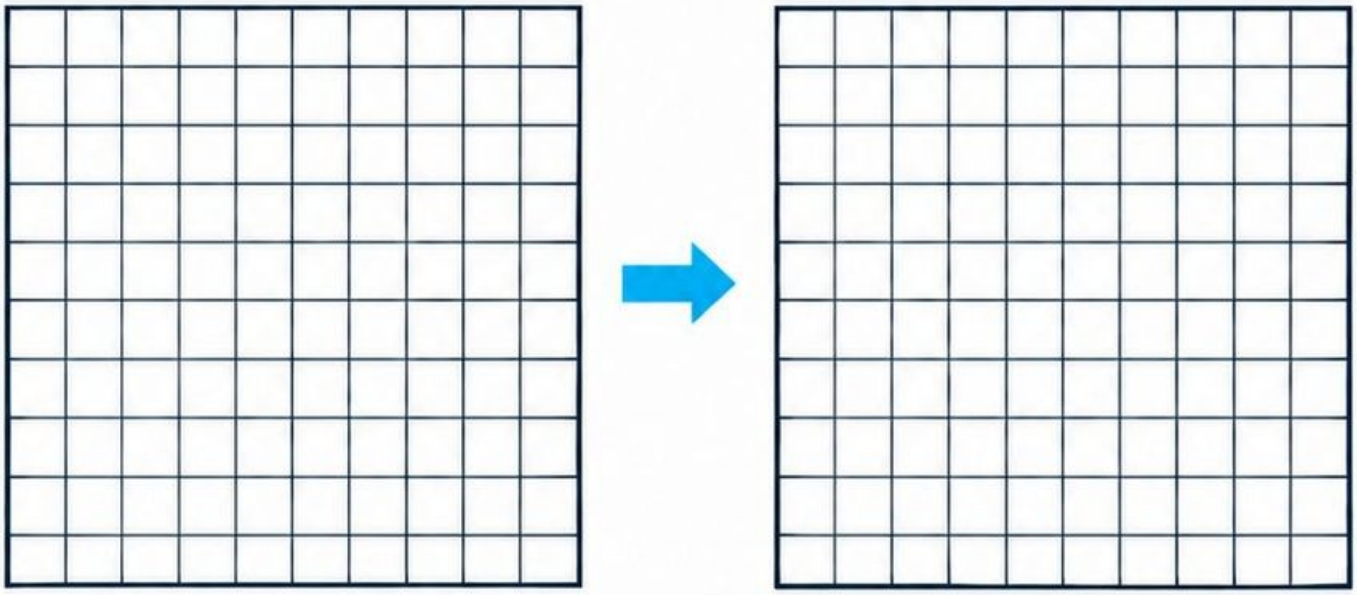
Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

M02-007 • Klasy 7–8 • 15 minut

Sto pól, sto procent

Cel: wiążesz procent z jedną setną.

Narysuj siatkę 10 × 10. Zaznacz 28 pól. Zapisz udział jako ułamek i procent. Następnie zaznacz tyle dodatkowych pól, aby zajęte było 40% siatki. Ile pól dodajesz?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

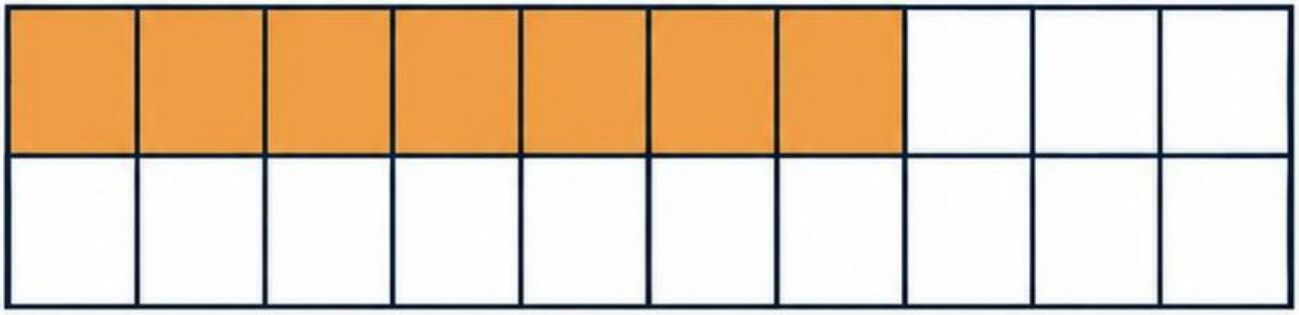
Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

M02-008 • Klasy 7–8 • 15 minut

Od pól do procentów

Cel: obliczasz procent przy innym podziale całości.

Prostokąt ma 20 równych pól. Zaznaczono 7.
Ile procent prostokąta zaznaczono? Najpierw ustal, ilu procentom odpowiada jedno pole.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

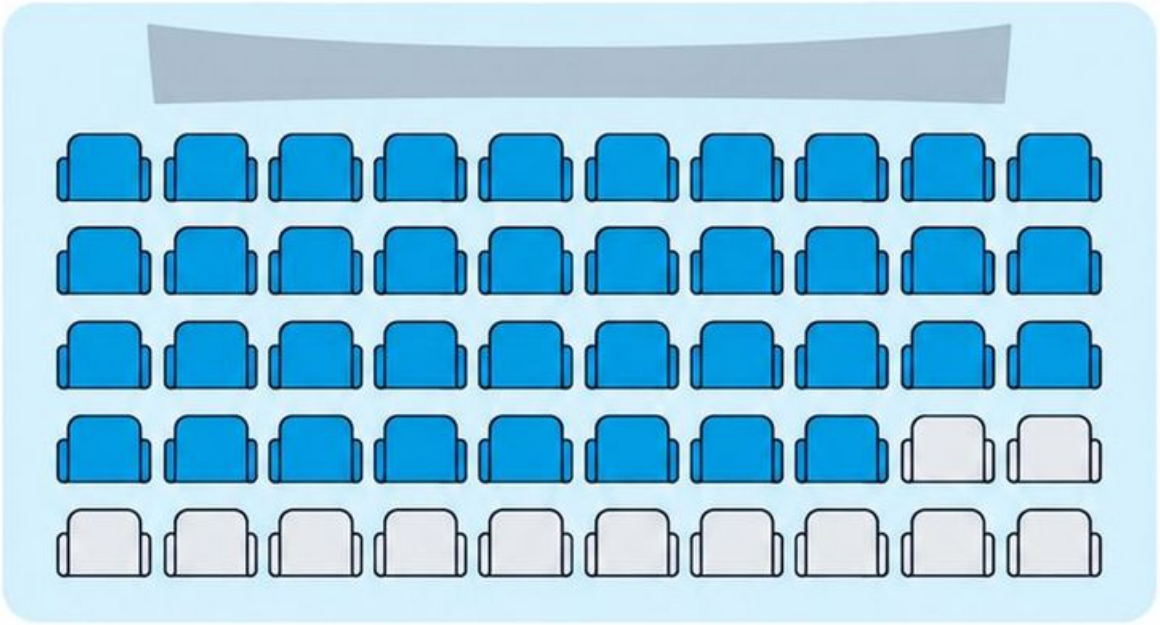
Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

M02-009 • Klasy 7–8 • 15 minut

Zajęte miejsca

Cel: interpretujesz model procentowy.

Sala ma 50 jednakowych miejsc. Zajętych jest 38. Przedstaw sytuację na siatce 50 pól i oblicz procent zajętych oraz wolnych miejsc.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

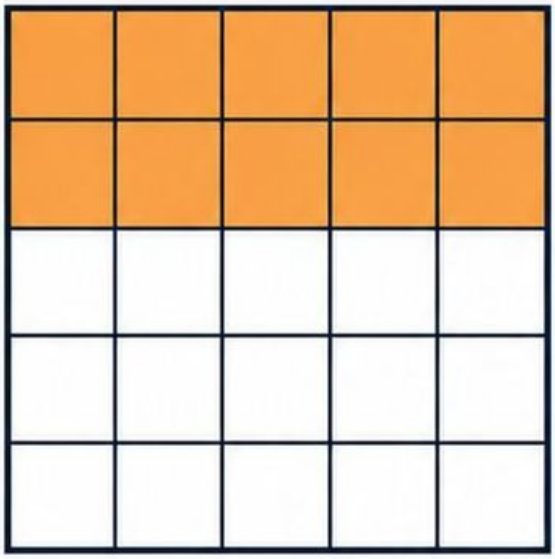
Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

M02-010 • Klasy 7–8 • 15 minut

Nie każde pole to jeden procent

Cel: sprawdzasz jednostkę modelu.

Na siatce 5 × 5 zaznaczono 10 pól. Jan twierdzi, że to 10%. Popraw wynik i wyjaśnij, dlaczego jedno pole nie oznacza tutaj 1%.



To 10%!

Obliczenia i uzasadnienie: _____

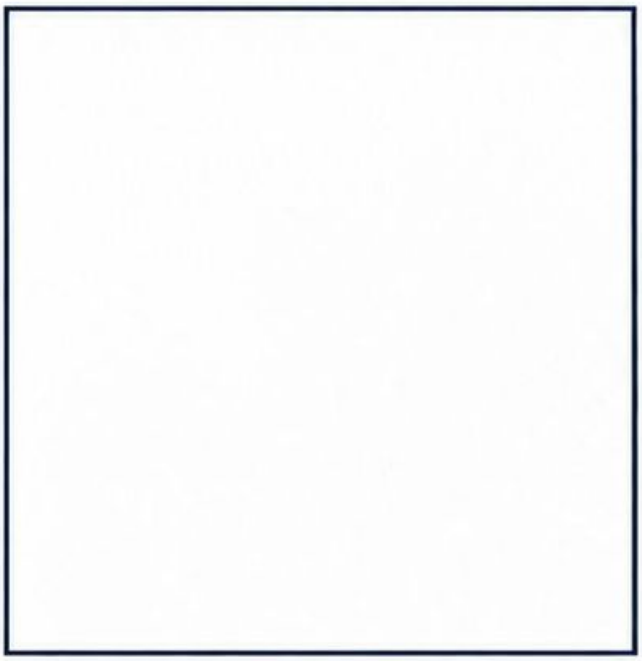
Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

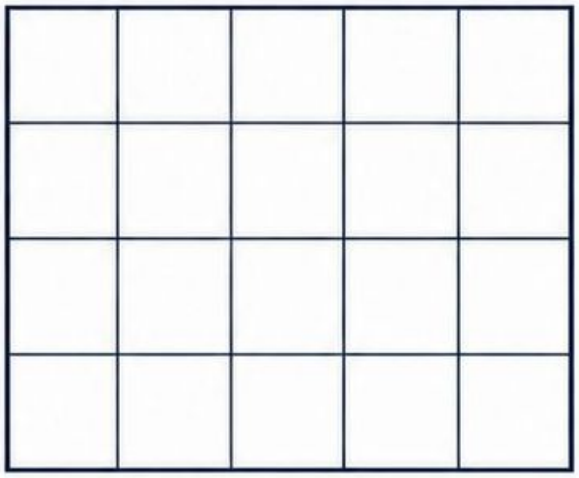
M02-011 • Klasy 7–8 • 15 minut

Ten sam procent, różne siatki

Cel: porównujesz modele jednej części.

W parze zaznaczcie 30% całości: jedna osoba na 100 równych polach, druga na 20. Ile pól zaznaczy każda osoba? Wyjaśnijcie, dlaczego różne liczby pól opisują ten sam udział.





Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

M02-012 • Klasy 7–8 • 15 minut

Brakujące pola

Cel: odtwarzasz rozmiar siatki.

Na prostokątnej siatce zaznaczono 18 równych pól. To 45% wszystkich pól. Ile pól ma cała siatka? Zaproponuj jej wymiary w całych polach.

Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

M02-013 • Klasy 7–8 • 15 minut

Trzy zapisy jednej części

Cel: łączysz ułamek, zapis dziesiętny i procent.

Na jednakowych paskach przedstaw 1/4, 0,25 i 25%. Czy zaznaczone części są równe? Podpisz, jaką część paska opisuje 0,01 oraz 1%.

$\frac{1}{4}$



0,25



25%



0,01 to _____

1% to _____

Obliczenia i uzasadnienie: _____

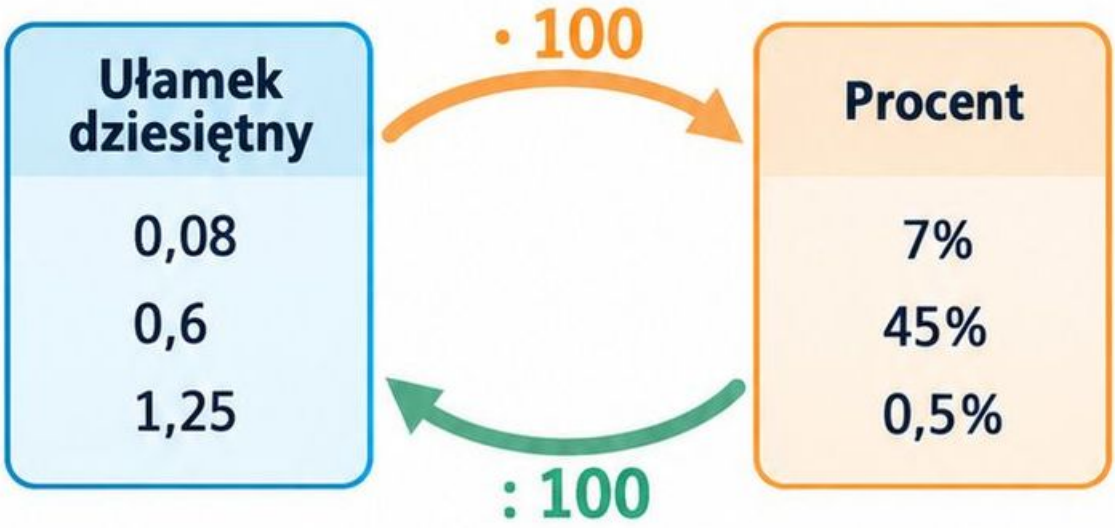
Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

M02-014 • Klasy 7–8 • 15 minut

Zamieniaj w obie strony

Cel: przekształcasz zapisy udziałów.

Zapisz procentami: 0,08; 0,6; 1,25. Zapisz ułamkami dziesiętnymi: 7%; 45%; 0,5%. Pamiętaj: 100% odpowiada liczbie 1.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

M02-015 • Klasy 7–8 • 15 minut

Etykieta składu

Cel: odczytujesz różne zapisy tego samego udziału.

Na modelowych etykietach udział owoców zapisano jako *0,35* oraz *3/8*. Zamień oba udziały na procenty. Który produkt ma większy *udział* owoców?





Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

_____

_____

_____

Zagubione zero

Cel: korygujesz zamianę procentu na ułamek.

Nela zapisała 4% = 0,4 oraz 0,04% = 0,004. Popraw obie równości. Sprawdź, zapisując procent jako ułamek o mianowniku 100.

4%



jedności	dziesiąte	setne	tysięczne	dziesięcio-tysięczne

0,04%



jedności	dziesiąte	setne	tysięczne	dziesięcio-tysięczne

Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

M02-017 • Klasy 7–8 • 15 minut

Połowa czy trzy piąte?

Cel: porównujesz udziały w różnych zapisach.

W parze uporządkujcie rosnąco: 0,55; $\frac{1}{2}$; 60%; $\frac{5}{8}$. Jedna osoba zamienia wszystko na procenty, druga na ułamki dziesiętne. Porównajcie kolejność.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

M02-018 • Klasy 7–8 • 15 minut

Ponad całą normę

Cel: interpretujesz procent większy od stu.

Plan zakładał zebranie 80 książek. Zebrano 100. Zapisz wykonanie planu jako ułamek, liczbę dziesiętną i procent. O ile książek przekroczono plan?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

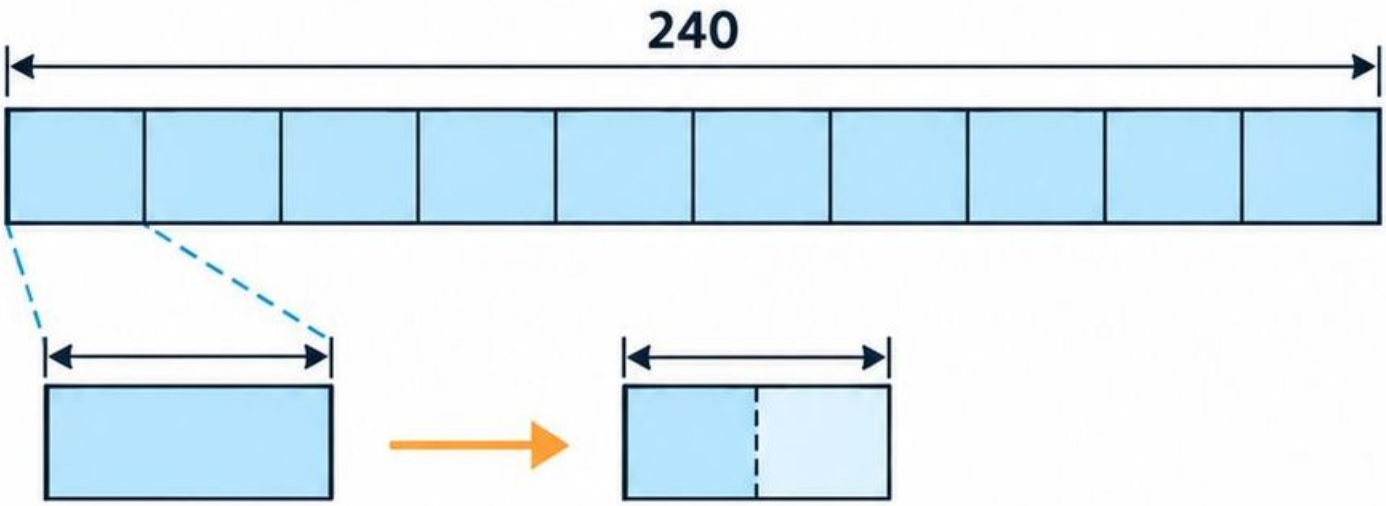
Sprawdź, do jakiej całości odnosi się wynik.

M02-019 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dziesięć części całości

Cel: obliczasz prosty procent liczby.

Przedstaw 240 jako pasek podzielony na 10 równych części.
Ile wynosi 10%, 30% i 5% tej liczby?
Wyjaśnij, jak z jednej części otrzymać połowę części.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-020 • Klasy 7–8 • 15 minut

Wybierz wygodny rozkład

Cel: obliczasz procent przez rozkład.

Oblicz 15% z 360 jako 10% + 5%. Następnie oblicz 35% z 240 jako 30% + 5%. Sprawdź wyniki mnożeniem przez ułamek dziesiętny.

15% z 360

10% + 5%

15%

35% z 240

30% + 5%

35%

Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-021 • Klasy 7–8 • 15 minut

Kiermasz szkolny

Cel: obliczasz część zebranej kwoty.

Na kiermaszu zebrano 840 zł. Na materiały przeznaczono 25%, a na transport 10% całej kwoty. Ile wydano na każdy cel i ile zostało?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-022 • Klasy 7–8 • 15 minut

Czy procent jest kwotą?

Cel: odróżniasz liczbę procentową od wartości części.



Maks mówi: „18% z 250 zł to 18 zł”. Oblicz 1% tej kwoty, a następnie 18%. O ile jego wynik jest za mały?

18%
(liczba procentowa)

z 250 zł

? zł
(wartość części)

Obliczenia i uzasadnienie: _____

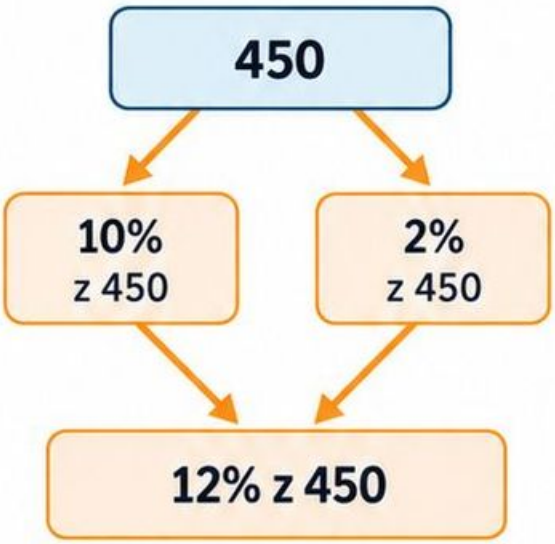
Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

Dwie drogi do dwunastu procent

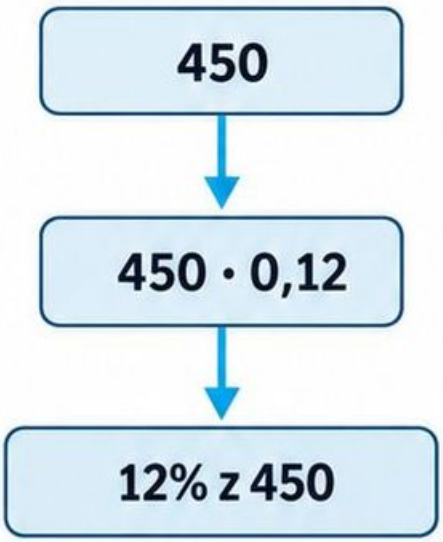
Cel: porównujesz strategie obliczania procentu.

W parze obliczcie 12% z 450. Jedna osoba wyznacza 10% i 2%, druga mnoży 450 przez 0,12. Zapiszcie oba sposoby i sprawdźcie zgodność.

Sposób 1: 10% i 2%



Sposób 2: mnożenie przez 0,12



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-024 • Klasy 7–8 • 15 minut

Rezerwa materiału

Cel: rozróżniasz procent i całość po dodaniu rezerwy.

Do wykonania dekoracji potrzeba 18 m tkaniny. Kupujesz dodatkowo 15% tej długości jako rezerwę. Ile metrów stanowi rezerwa i ile trzeba kupić łącznie?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

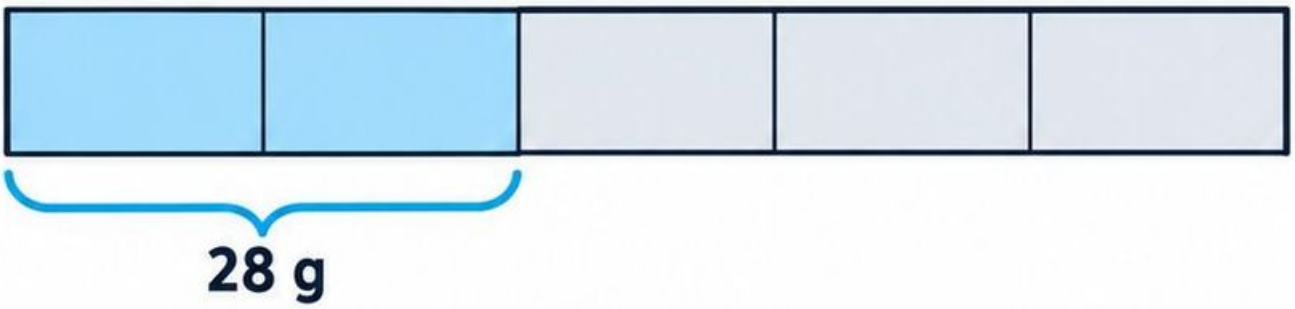
Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-025 • Klasy 7–8 • 15 minut

Odtwórz cały pasek

Cel: wyznaczasz całość z procentowej części.

Pasek podzielono na 5 równych części. Dwie części ważą razem 28 g. Jaki procent całości reprezentują? Ile waży cały pasek?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

Od części do stu procent

Cel: stosujesz metodę jednego procenta.

Wiadomo, że 15% pewnej liczby to 42. Oblicz 1%, a następnie całą liczbę. Sprawdź mnożeniem. Podobnie znajdź liczbę, której 8% wynosi 20.



15% pewnej liczby to 42.
Oblicz 1%, a następnie całą liczbę. Sprawdź mnożeniem.

Obliczenia i uzasadnienie: _____

8% pewnej liczby to 20.
Oblicz 1%, a następnie całą liczbę. Sprawdź mnożeniem.

Obliczenia i uzasadnienie: _____

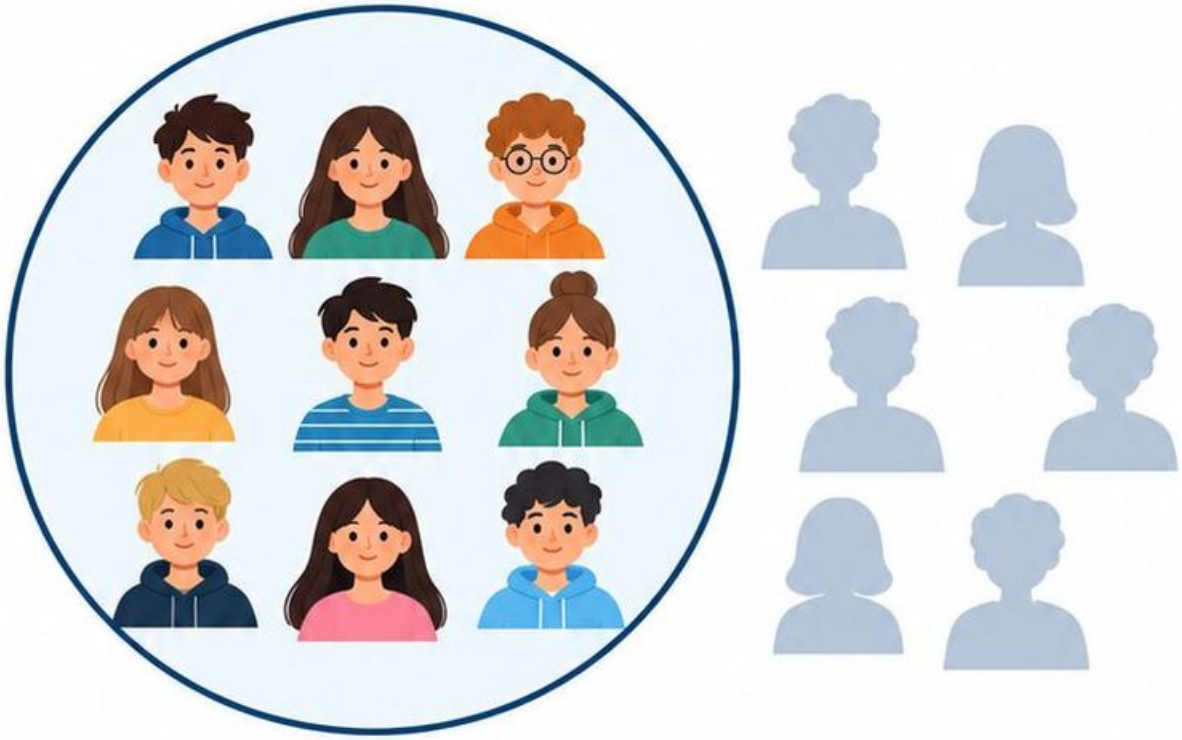
Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-027 • Klasy 7–8 • 15 minut

Ile osób jest w klubie?

Cel: odtwarzasz liczebność grupy.

Dziewięć osób stanowi 12% członków klubu. Ilu członków ma klub? Ile osób nie należy do tej dziewięcioosobowej grupy?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

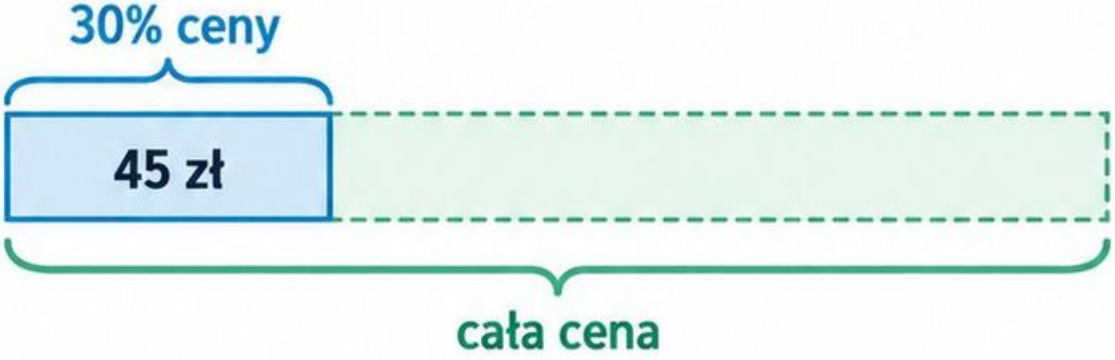
Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-028 • Klasy 7–8 • 15 minut

Mnożyć czy dzielić?

Cel: korygujesz odtwarzanie całości.

Marta wie, że 30% ceny to 45 zł. Liczy $45 \times 0{,}3 = 13{,}50$ zł jako całą cenę. Popraw działanie. Dlaczego całość musi być większa od 45 zł?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

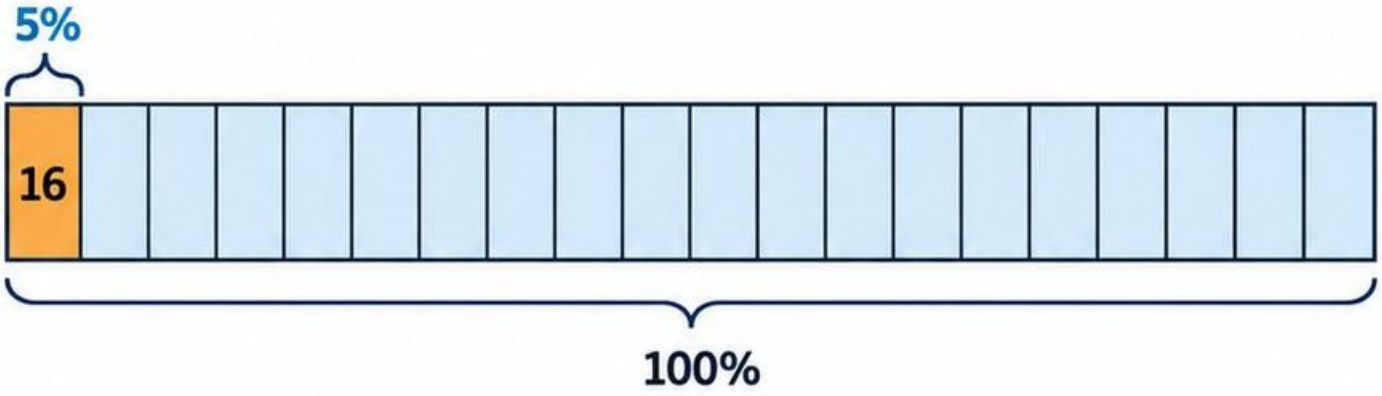
Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-029 • Klasy 7–8 • 15 minut

Od pięciu procent

Cel: porównujesz odtwarzanie całości.

W parze znajdźcie liczbę, której 5% wynosi 16. Jedna osoba mnoży przez 20, druga dzieli przez 0,05. Wyjaśnijcie, skąd bierze się liczba 20.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-030 • Klasy 7–8 • 15 minut

Pozostało po wydatkach

Cel: wyznaczasz całość z pozostałego procentu.

Po wydaniu 35% oszczędności Adamowi zostało 390 zł. Ile miał przed wydatkiem i ile wydał? Najpierw określ, jaki procent stanowi kwota pozostała.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

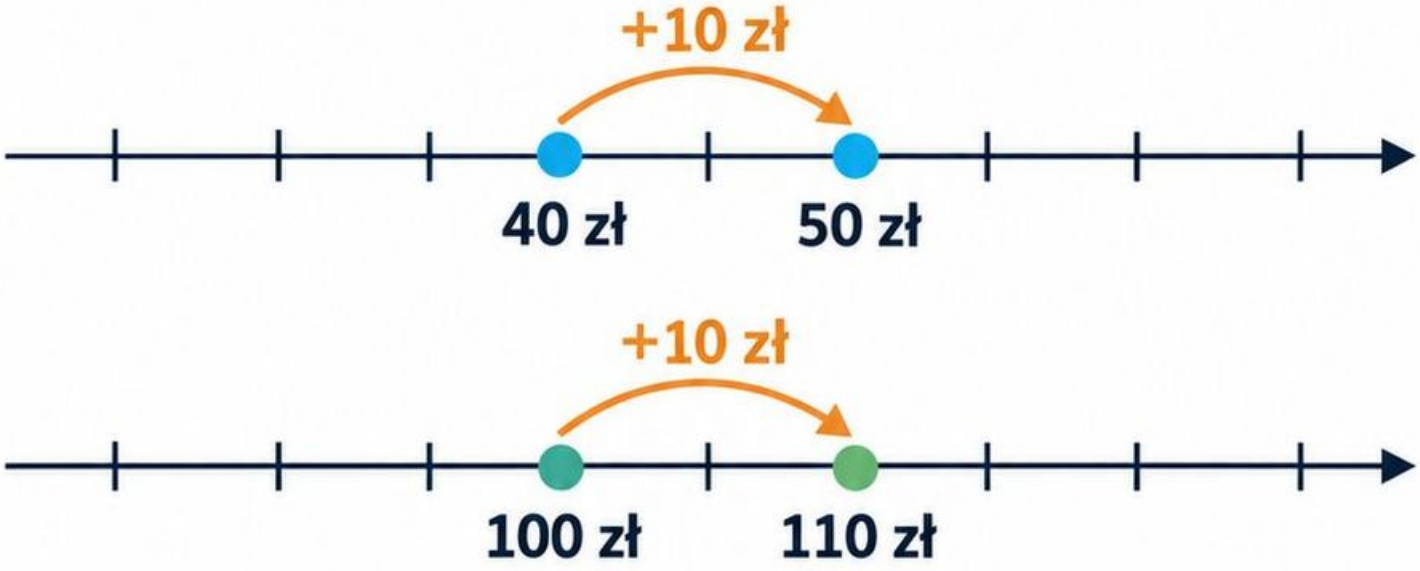
Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-031 • Klasy 7–8 • 15 minut

Ta sama różnica, inny procent

Cel: porównujesz względne zmiany.

Na osi zaznacz pary cen: 40→50 zł i 100→110 zł.
W obu przypadkach wzrost wynosi 10 zł. Oblicz wzrost procentowy względem ceny początkowej.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

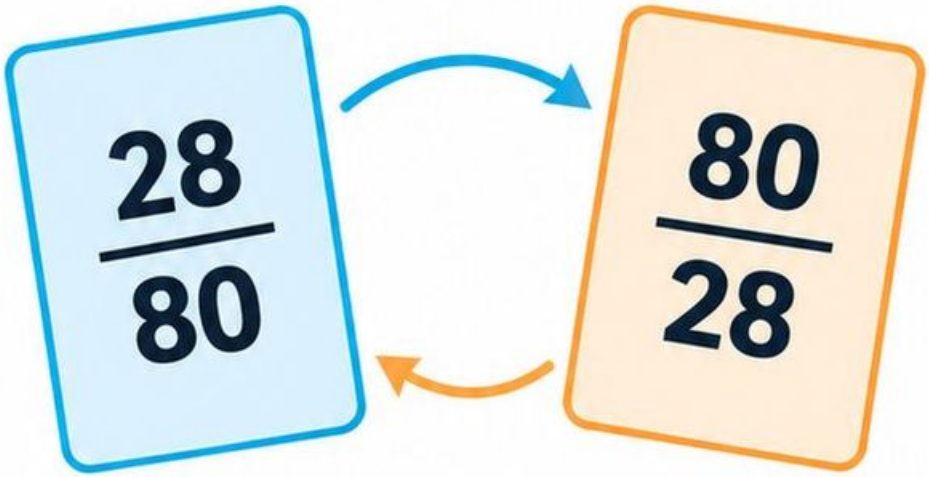
Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-032 • Klasy 7–8 • 15 minut

Jakim procentm jest część?

Cel: wyznaczasz procent jednej liczby względem drugiej.

Oblicz, jakim procentem 80 jest 28. Następnie oblicz, jakim procentem 28 jest 80. Drugi wynik podaj dokładnie jako ułamek i w przybliżeniu do 0,1%.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-033 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dwie klasy, dwa udziały

Cel: porównujesz wyniki grup o różnych liczebnościach.

W **klasie A** konkurs ukończyło 18 z 24 osób, a w B 21 z 30. Która klasa ma większy procent osób kończących konkurs? Podaj oba udziały.

Klasa A
18 z 24

Klasa B
21 z 30

Obliczenia i uzasadnienie: _____

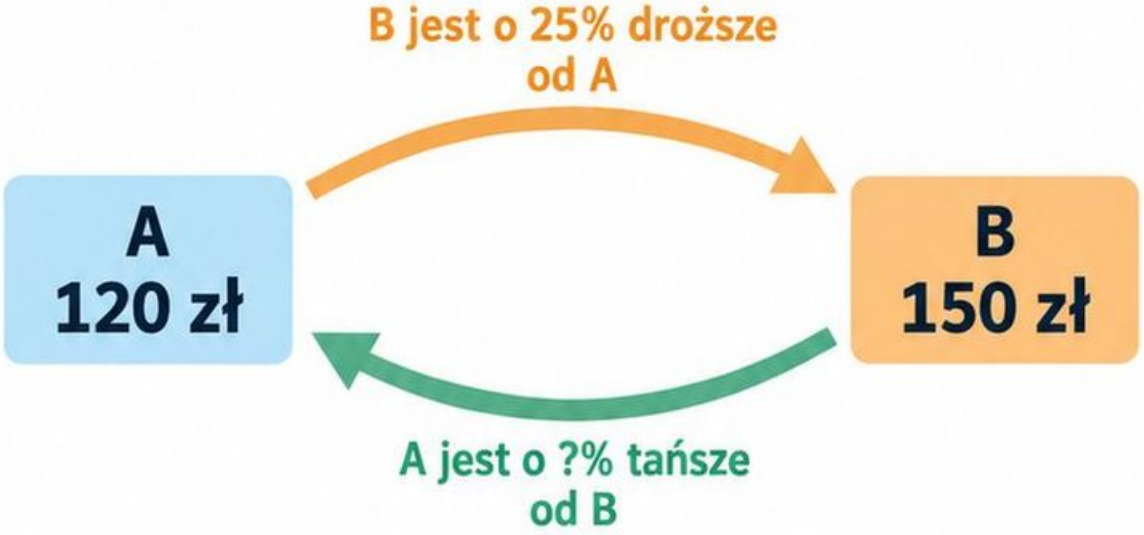
Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-034 • Klasy 7–8 • 15 minut

Więcej i mniej to inne podstawy

Cel: korygujesz symetrię procentowych porównań.

Cena A wynosi 120 zł, a B 150 zł. Franek mówi: „B jest o 25% droższe, więc A jest o 25% tańsze". Sprawdź oba porównania i popraw drugie.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

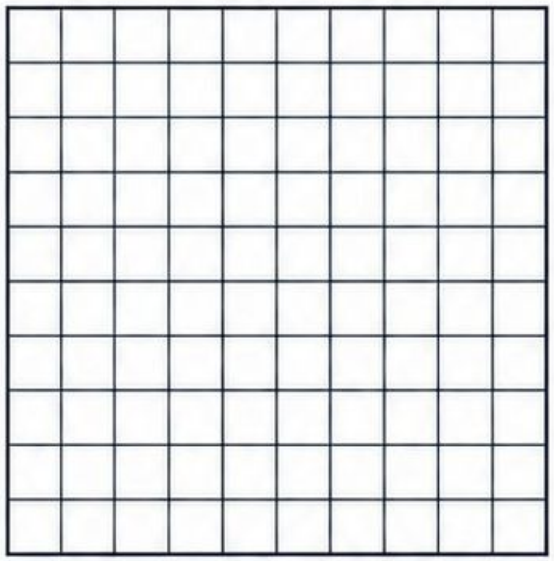
Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

Sukces grupy

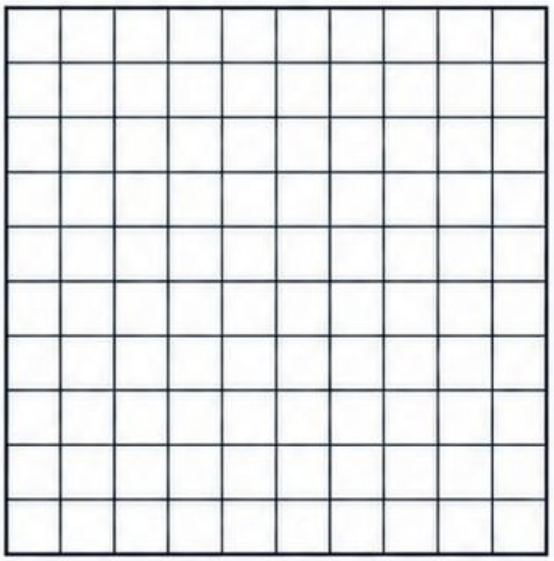
Cel: porównujesz udziały dwiema metodami.

W parze porównajcie wyniki 14/20 i 18/25. Jedna osoba zamienia na procenty, druga na ułamki o mianowniku 100. Który wynik jest większy i o jaką część całości?

$\frac{14}{20}$



$\frac{18}{25}$



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

Dwa różne pytania

Cel: rozróżniasz udział i wzrost względny.

Liczba uczestników wzrosła z 80 do 100. Jakim procentem nowej liczby jest stara liczba? O ile procent wzrosła liczba uczestników względem starej?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-037 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cena po obniżce

Cel: odczytujesz pozostały procent ceny.

Narysuj pasek ceny 200 zł. Oddziel 20% jako rabat. Jaki procent ceny pozostaje? Oblicz kwotę rabatu i nową cenę.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-038 • Klasy 7–8 • 15 minut

Mnożnik obniżki

Cel: obliczasz cenę jednym działaniem.

Kurtka kosztuje 320 zł. Obniżono cenę o 15%. Oblicz nową cenę przez odjęcie rabatu oraz przez mnożenie przez 0,85.



Przez odjęcie rabatu:

Przez mnożenie przez 0,85:

Obliczenia i uzasadnienie:

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-039 • Klasy 7–8 • 15 minut

Promocja z dostawą

Cel: uwzględniasz koszt poza rabatem.

Plecak kosztuje 180 zł. Rabat 25% obejmuje tylko plecak. Dostawa kosztuje 12 zł. Ile zapłacisz razem? Ile oszczędzasz względem zakupu za 180 zł z taką samą dostawą?





Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-040 • Klasy 7–8 • 15 minut

Piętnaście procent to nie piętnaście złotych

Cel: korygujesz naliczanie rabatu.

Sara od ceny 240 zł odejmuje 15 zł, gdy widzi napis „−15%”. Oblicz prawidłową cenę. O ile jej obliczona cena jest za wysoka?



SKLEP ODZIEŻOWY

Bluza	240 zł
Rabat	−15 zł
Do zapłaty	225 zł

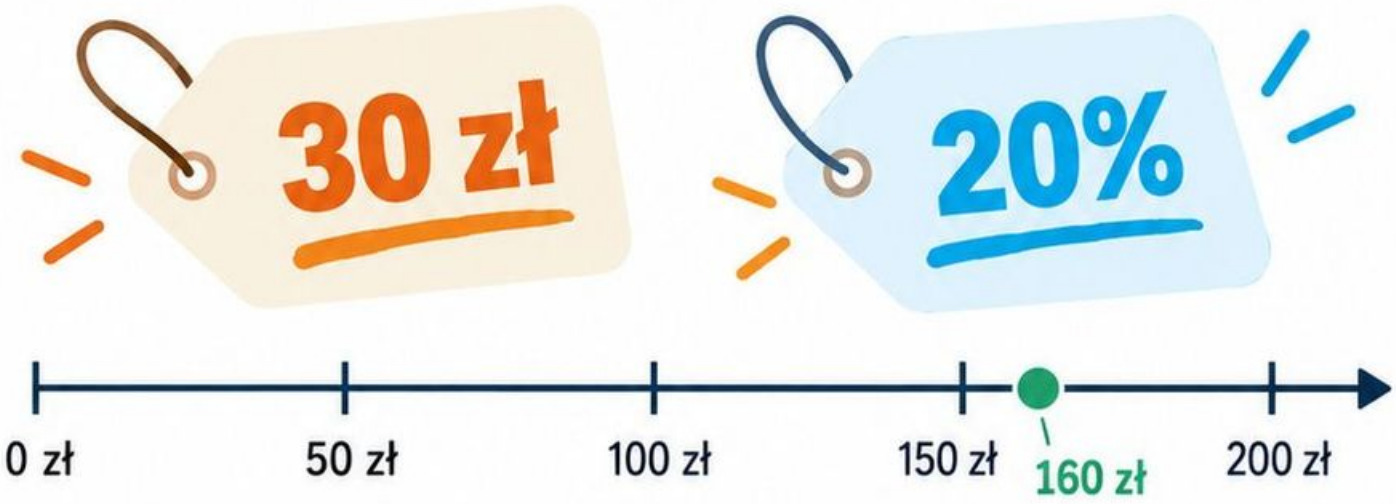
Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

Rabat kwotowy czy procentowy?

Cel: porównujesz dwa rabaty.

W parze porównajcie dla ceny 160 zł: rabat 30 zł oraz rabat 20%. Który jest korzystniejszy i o ile? Przy jakiej cenie oba rabaty są równe?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

! | Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02·042 • Klasy 7–8 • 15 minut

Odtwórz cenę przed rabatem

Cel: wyznaczasz podstawę obniżki.

Po obniżce o 30% buty kosztują 189 zł.
Ile kosztowały wcześniej? Jaka jest kwota rabatu?
Zapisz, dlaczego dzielisz przez 0,7.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-043 • Klasy 7–8 • 15 minut

Więcej niż całość

Cel: modelujesz podwyżkę procentową.

Narysuj pasek długości 100% i dołącz 12% tej długości. Cena początkowa wynosi 250 zł. Ile wynosi podwyżka i nowa cena?

Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-044 • Klasy 7–8 • 15 minut

Mnożnik wzrostu

Cel: obliczasz wartość po podwyżce.

Oblicz cenę 75 zł podwyższoną o 8%. Następnie kwotę 480 zł podwyższoną o 12,5%. Zapisz odpowiednie mnożniki.

75 zł	→	mnożnik: _____	→ cena po podwyżce: _____ zł
480 zł	→	mnożnik: _____	→ cena po podwyżce: _____ zł

Obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-045 • Klasy 7–8 • 15 minut

Zmiana opłaty

Cel: odczytujesz wzrost ceny jednostkowej.

Miesięczna opłata za modelowe zajęcia wynosi 90 zł. Wzrasta o 20%. Ile wyniesie nowa opłata i koszt 4 miesięcy przy nowej cenie?

STYCZEŃ	LUTY	MARZEC	KWIECIEŃ
			
_____ zł	_____ zł	_____ zł	_____ zł

Obliczenia i uzasadnienie: _____

! Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

Osiem procent całej ceny

Cel: korygujesz podstawę podwyżki.

Piotr oblicza nową cenę po wzroście o 8% jako 200 × 0,08 = 16 zł. Co obliczył naprawdę? Podaj poprawną cenę i mnożnik wzrostu.



Obliczenia i uzasadnienie: _____

_____

_____

_____

_____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

Ten sam wzrost, dwa zapisy

M02-047 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: porównujesz dodawanie przyrostu i mnożenie.

W parze podwyższcie 640 zł o 15%. Jedna osoba dodaje obliczony przyrost, druga mnoży przez 1,15. Który zapis od razu wskazuje nową całość?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

_____

_____

_____

_____

Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

M02-048 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: odtwarzasz wartość początkową.

Po podwyżce o 25% rower kosztuje 1500 zł. Oblicz wcześniejszą cenę i kwotę podwyżki. Dlaczego odjęcie 25% od 1500 zł nie odtwarza ceny początkowej?



Obliczenia i uzasadnienie: _____

_____

_____

_____

_____

! Sprawdź podstawę procentu i jednostki.

Dwa rabaty na pasku

M02-049 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: śledzisz zmieniającą się podstawę procentu.

Cena 100 zł spada o 20%, a potem o 10% nowej ceny. Narysuj dwa kolejne paski cen. Ile płacisz? O ile procent spadła cena względem początku?



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Mnożniki zamiast dodawania

M02-050 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: stosujesz mnożniki kolejnych zmian.

Cena 400 zł rośnie o 10%, a następnie maleje o 15%. Zapisz jeden iloczyn opisujący całą zmianę. Oblicz cenę końcową i procentową zmianę względem początku.



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Która promocja wygrywa?

M02-051 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: porównujesz promocje wieloetapowe.

Sklep **A** obniża cenę 500 zł kolejno o 20% i 10%. Sklep **B** daje jednorazowo 30%. Porównaj ceny i wskaż tańszą ofertę. Dostawa jest bezpłatna.

Sklep A



−20%

↓

−10%

Sklep B



−30%

Obliczenia, model i odpowiedź: _____

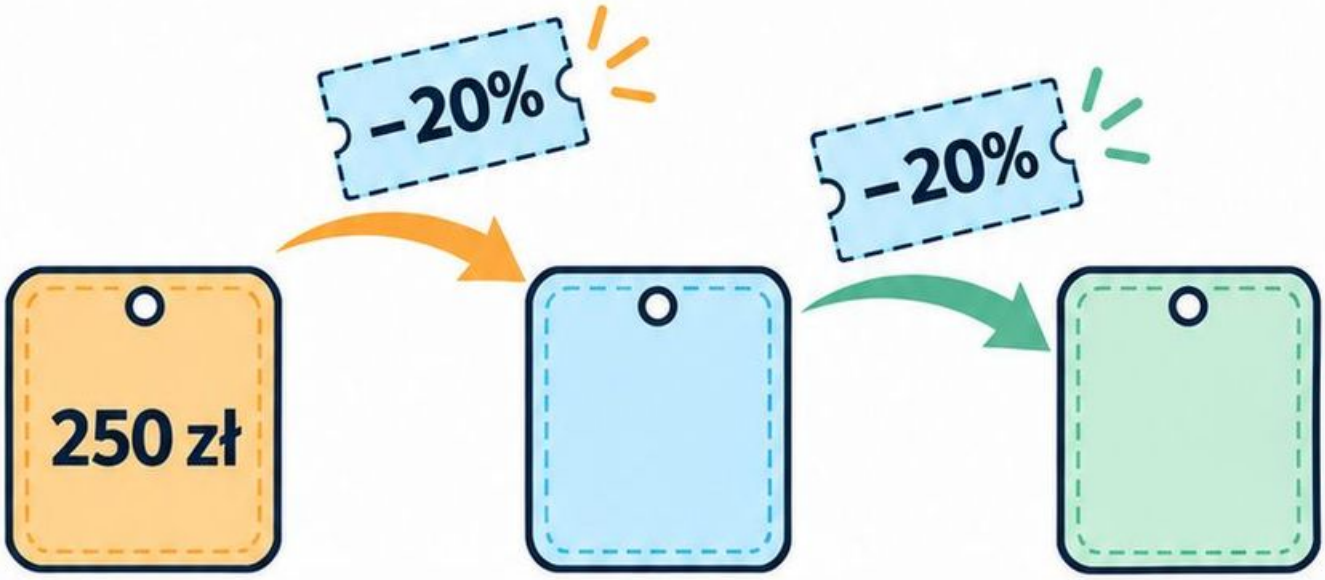
Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Dwadzieścia i dwadzieścia

M02-052 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: korygujesz sumowanie rabatów.

Mila twierdzi, że dwa kolejne rabaty po 20% dają 40% obniżki. Sprawdź na cenie 250 zł. Podaj rzeczywisty łączny rabat procentowy.



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Czy kolejność ma znaczenie?

M02-053 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: porównujesz kolejność zmian.

W parze obliczcie cenę 300 zł po zmianach +20%, potem −10%, oraz −10%, potem +20%. Pomińcie zaokrąglanie. Wyjaśnijcie zgodność wyników przez mnożniki.



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Powrót po obniżce

M02-054 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: wyznaczasz zmianę przywracającą cenę.

Cena spadła z 240 do 180 zł. O ile procent ją obniżono?
O ile procent trzeba podwyższyć 180 zł, aby wrócić do 240 zł?
Podaj drugi wynik dokładnie.



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

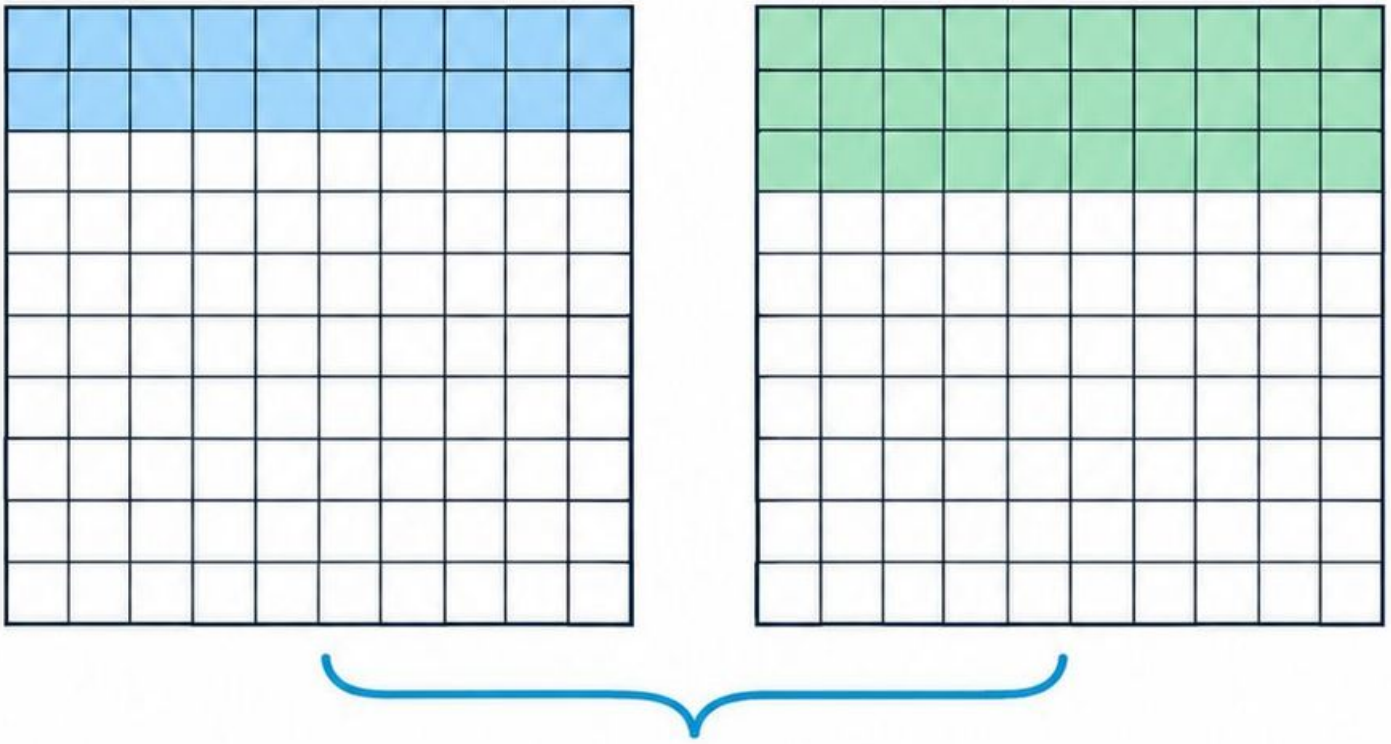
Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Dwie miary wzrostu

M02-055 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

Na dwóch siatkach pokaż 20% i 30%.
O ile punktów procentowych wzrósł udział?
O ile procent wzrósł względem początkowych 20%?



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

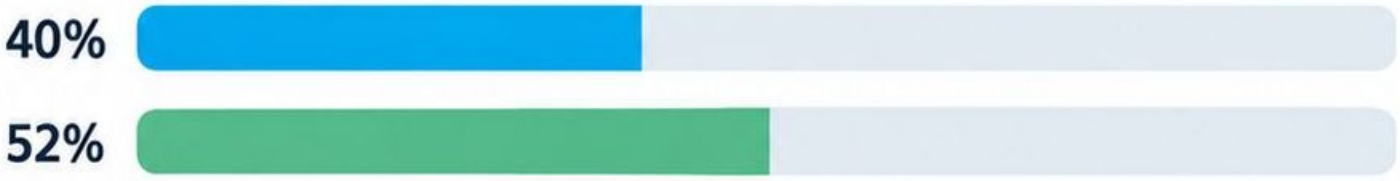
Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Punkty procentowe w rachunku

M02-056 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

Udział wzrósł z 40% do 52%. Oblicz różnicę w punktach procentowych i względny wzrost procentowy. Zapisz podstawę drugiego porównania.



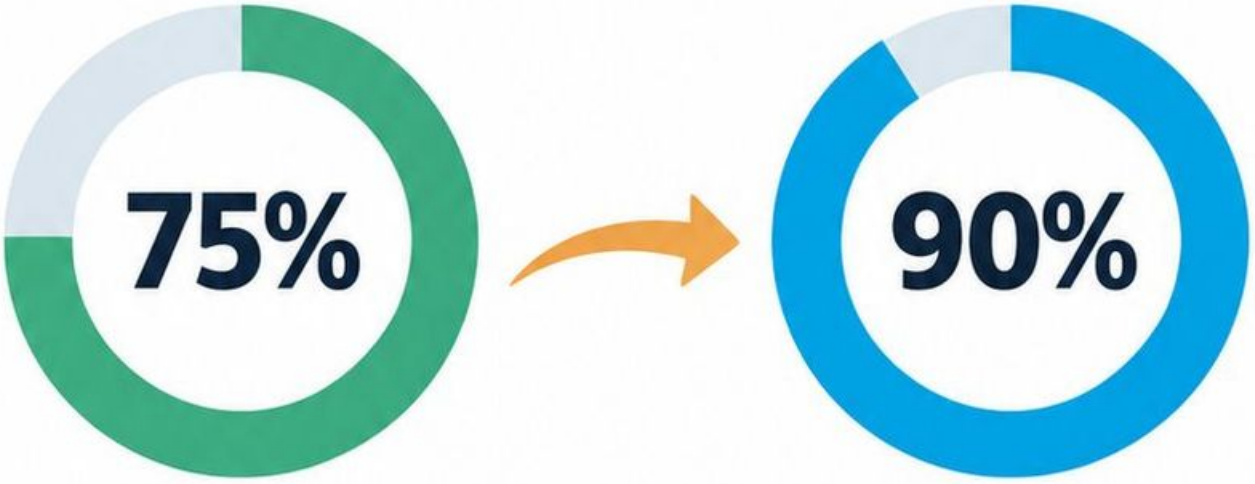
Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Frekwencja na zajęciach

M02-057 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.



Frekwencja wzrosła z 75% do 90%. Podaj wzrost w punktach procentowych i procentach względem pierwszego wyniku. Przyjmij tę samą liczebność zapisanych osób.

Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Nagłówek do poprawy

M02-058 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.



Nagłówek głosi: „Udział wzrósł z 10% do 15%, czyli o 5%”. Popraw go na dwa jednoznaczne sposoby: używając punktów procentowych oraz względnego procentu wzrostu.

Obliczenia, model i odpowiedź: _____

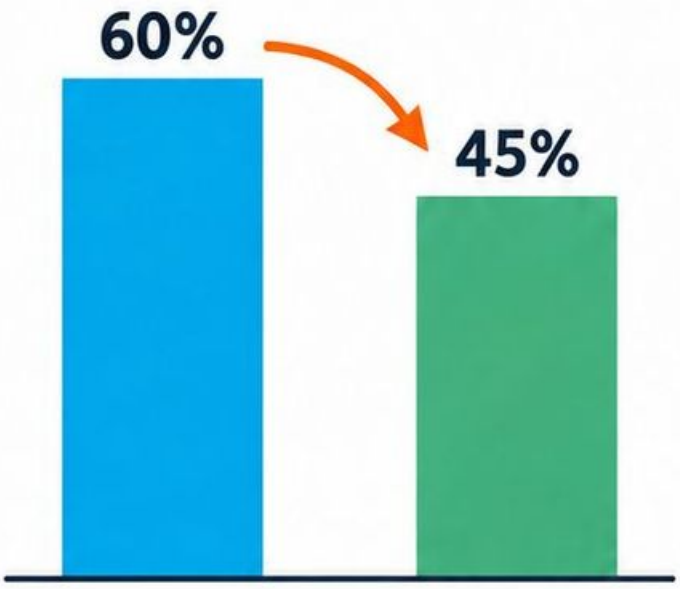
Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Spadek i jego podstawa

M02-059 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

W parze przeanalizujcie spadek udziału z 60% do 45%. Jedna osoba oblicza punkty procentowe, druga względny procent spadku. Wyjaśnijcie, dlaczego wyniki liczbowe są różne.



Spadek w punktach procentowych

Względny procent spadku

Obliczenia, model i odpowiedź: _____

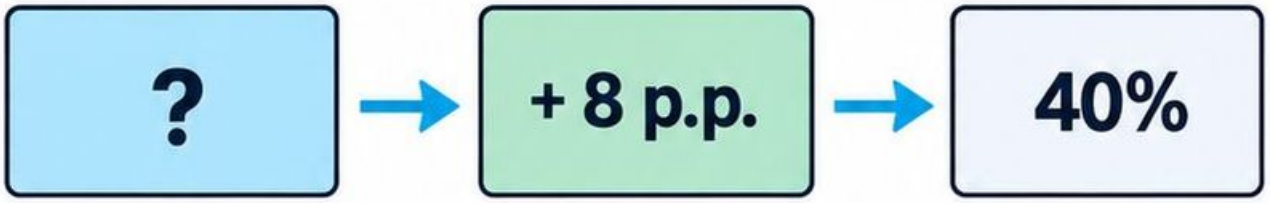
Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Odtwórz poprzedni udział

M02-060 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

Po wzroście o 8 punktów procentowych udział wynosi 40%. Jaki był wcześniej? O ile procent wzrósł względem wcześniejszego udziału?



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

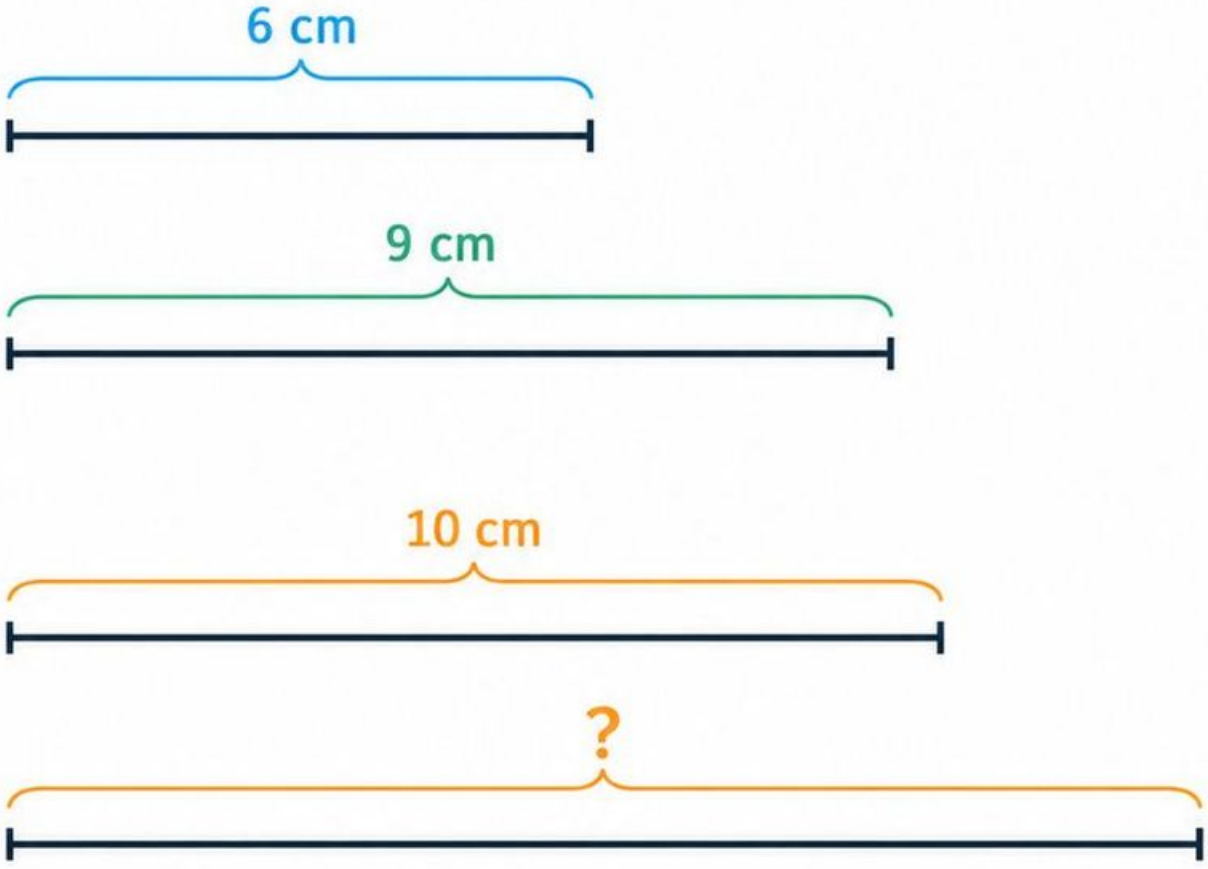
Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

M02-061 • Klasy 7–8 • 15 minut

Stosunek dwóch długości

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

Narysuj odcinki długości 6 cm i 9 cm. Zapisz ich stosunek w najprostszej postaci. Ile centymetrów powinien mieć drugi odcinek, gdy pierwszy ma 10 cm, a stosunek pozostaje taki sam?



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Najpierw te same jednostki

M02-062 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

Zapisz w najprostszej postaci stosunki: 45 min do 1,5 h oraz 80 cm do 2 m. Przed skracaniem sprowadź wielkości do tych samych jednostek.





Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Farba w dwóch kolorach

M02-063 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

Żółtą i niebieską farbę miesza się w stosunku objętości 3:2. Użyto 450 ml żółtej. Ile potrzeba niebieskiej i ile wyniesie objętość mieszanki? Załóż dodawanie objętości.



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Odwrócony stosunek

M02-064 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

Przepis podaje sok do wody w stosunku 1:4. Paweł używa 4 szklanek soku i 1 wody. Wyjaśnij błąd. Ile wody potrzeba do 4 szklanek soku według przepisu?



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

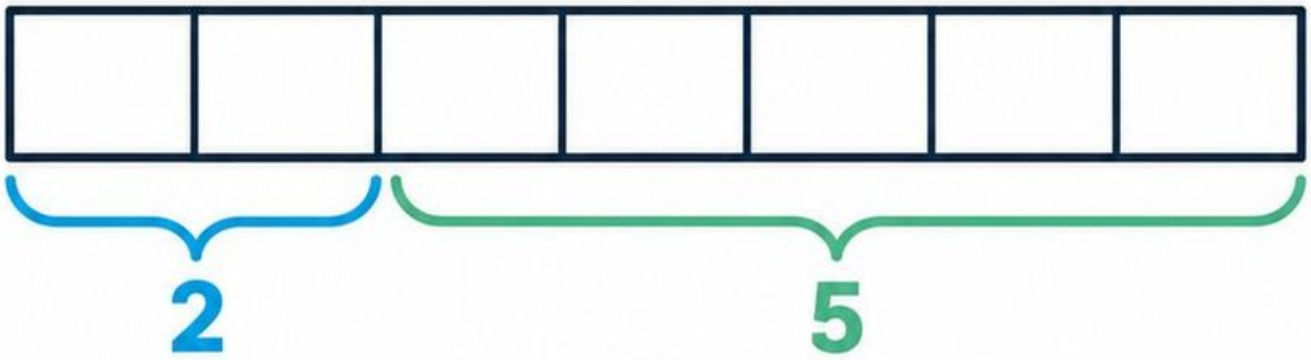
Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Dzielimy budżet

M02-065 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

W parze podzielcie **420 zł** w stosunku 2:5. Jedna osoba rysuje 7 równych części, druga oblicza wartość jednej części. Podajcie obie kwoty.



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Różnica zdradza całość

M02-066 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

Dwie długości są w stosunku 3:7. Dłuższa jest o 24 cm większa. Oblicz obie długości i ich sumę.

Krótsza:

Dłuższa:

Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Stała cena jednostkowa

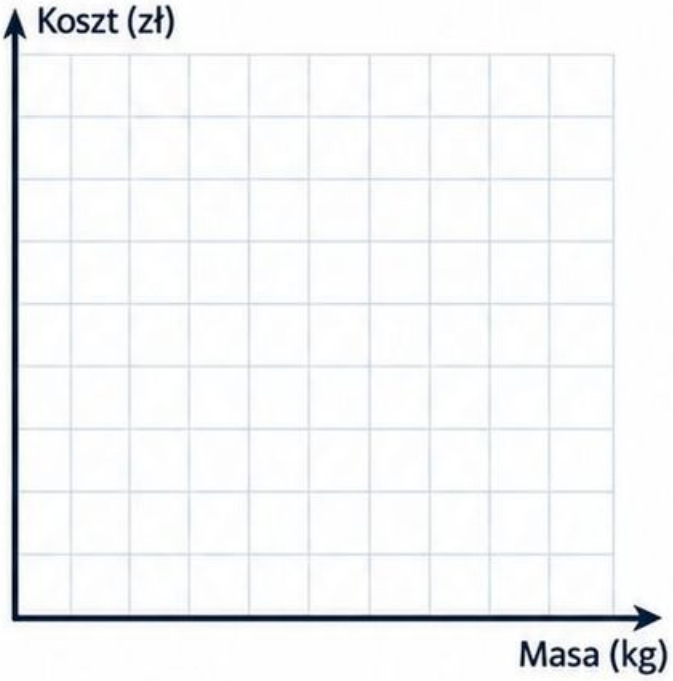
M02-067 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.



Kilogram materiału kosztuje 14 zł. Uzupełnij tabelę mas i kosztów: 1, 2, 3 i 5 kg. Postaw hipotezę o ilorazie kosztu i masy. Sprawdź każdą parę.

Masa (kg)	Koszt (zł)
1	
2	
3	
5	



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Od jednej sztuki

M02-068 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

Sześć jednakowych notesów kosztuje 27 zł. Oblicz cenę jednego, a potem 14 notesów. Załóż stałą cenę jednostkową i brak rabatów.



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Bilety dla większej grupy

M02-069 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

Osiem biletów kosztuje 144 zł. Ile kosztuje 13 takich samych biletów? Ile biletów kupisz za 360 zł? Cena jednostkowa pozostaje stała.



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Nie każdy wzrost jest proporcjonalny

M02-070 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

Taksówka pobiera 8 zł opłaty początkowej i 3 zł za kilometr. Kuba twierdzi, że 10 km kosztuje dwa razy tyle co 5 km. Oblicz obie ceny i oceń proporcjonalność kosztu do drogi.



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Dwie drogi do wyniku

M02-071 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

W parze obliczcie koszt 7,5 kg towaru, jeśli 3 kg kosztują 24 zł. Jedna osoba wyznacza cenę 1 kg, druga skaluje masę i cenę tym samym czynnikiem.

1 Przez cenę 1 kg



2 Przez ten sam czynnik



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Nieznana wielkość

M02-072 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

W modelu wielkości x i y są wprost proporcjonalne. Dla $x = 4$ mamy $y = 18$. Wyznacz wzór $y = kx$. Oblicz y dla $x = 10$ oraz x dla $y = 63$.



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Stała praca, różne zespoły

M02-073 • Liceum i technikum • modelowanie • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

W modelu każdy pracownik pracuje jednakowo wydajnie, zadania można dzielić, a praca wymaga 24 roboczogodzin. Uzupełnij czas dla 1, 2, 3 i 6 osób. Co pozostaje stałe?

Liczba pracowników	Czas wykonania pracy
1	
2	
3	
6	

Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Stały iloczyn

M02-074 • Liceum i technikum • modelowanie • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

Wielkości dodatnie spełniają $xy = 60$. Oblicz y dla $x = 3$, 5 i 12. Co dzieje się z y, gdy x rośnie trzykrotnie?

x	3	5	12
y			

Obliczenia, model i odpowiedź: _____



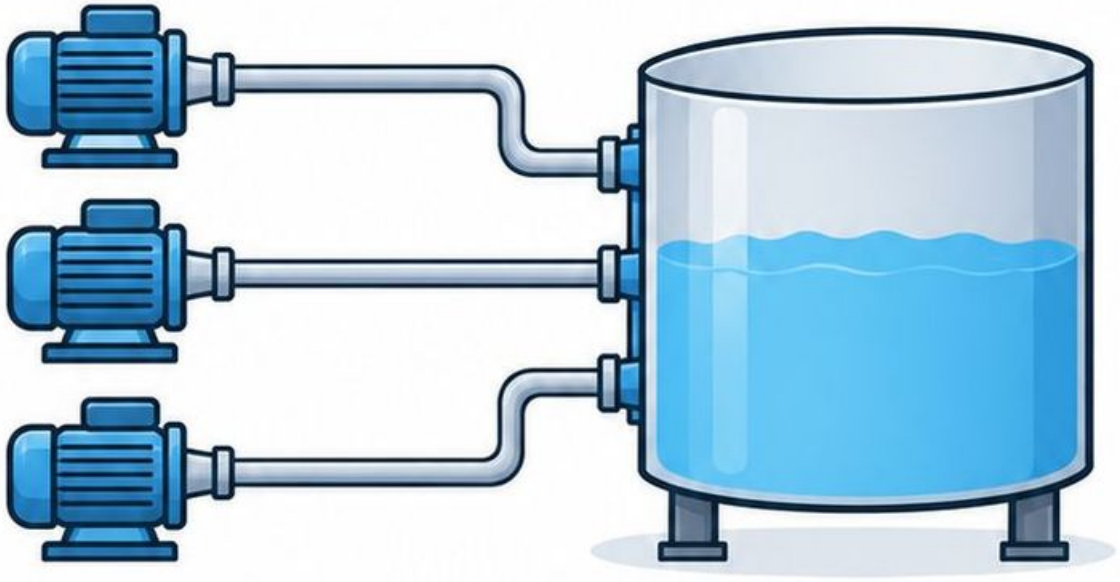
Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Napełnianie zbiornika

M02-075 • Liceum i technikum • modelowanie • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

Dwie jednakowe pompy napełniają zbiornik w 9 godzin. Ile potrwa praca trzech takich pomp? Załóż stałą wydajność każdej pompy, jednoczesny start i brak ograniczenia dopływu.



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Model ma warunki

M02-076 • Liceum i technikum • modelowanie • 15 minut



Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

Sześć osób maluje salę w 4 godziny. Ktoś wnioskuje, że 12 osób zrobi to zawsze w 2 godziny. Oblicz czas w idealnym modelu. Wymień dwa warunki, bez których wniosek może być błędny.



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Stała droga

M02-077 • Liceum i technikum • modelowanie • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

W parze rozważcie przejazd 180 km ze stałą prędkością. Obliczcie czas przy 45 i 60 km/h. Sprawdźcie iloczyny prędkości i czasu. Czy czas jest wprost czy odwrotnie proporcjonalny do prędkości?



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Dwa warunki naraz

M02-078 • Liceum i technikum • modelowanie • 15 minut

Cel: budujesz i sprawdzasz model opisanej zależności.

Pięć identycznych maszyn wykonuje zamówienie w 12 godzin. Po 4 godzinach dwie maszyny wyłączono. Ile jeszcze czasu potrzebują pozostałe trzy? Przyjmij stałą wydajność, podzielność pracy i brak przestojów.



Obliczenia, model i odpowiedź: _____

Sprawdź podstawę procentu, jednostki i założenia.

Centymetr na mapie

M02-079 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: interpretujesz skalę liczbową.



Skala mapy wynosi 1:25 000. Narysuj pasek skali z odcinkami odpowiadającymi 250 m. Jakiej odległości w terenie odpowiada 1 cm i 4 cm na mapie?

Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

Od mapy do terenu i z powrotem

M02-080 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: przeliczasz długości w skali.



Na mapie 1:50 000 odcinek ma 7,2 cm. Oblicz odległość w terenie. Jaką długość na tej mapie ma rzeczywisty odcinek 1,25 km?

Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

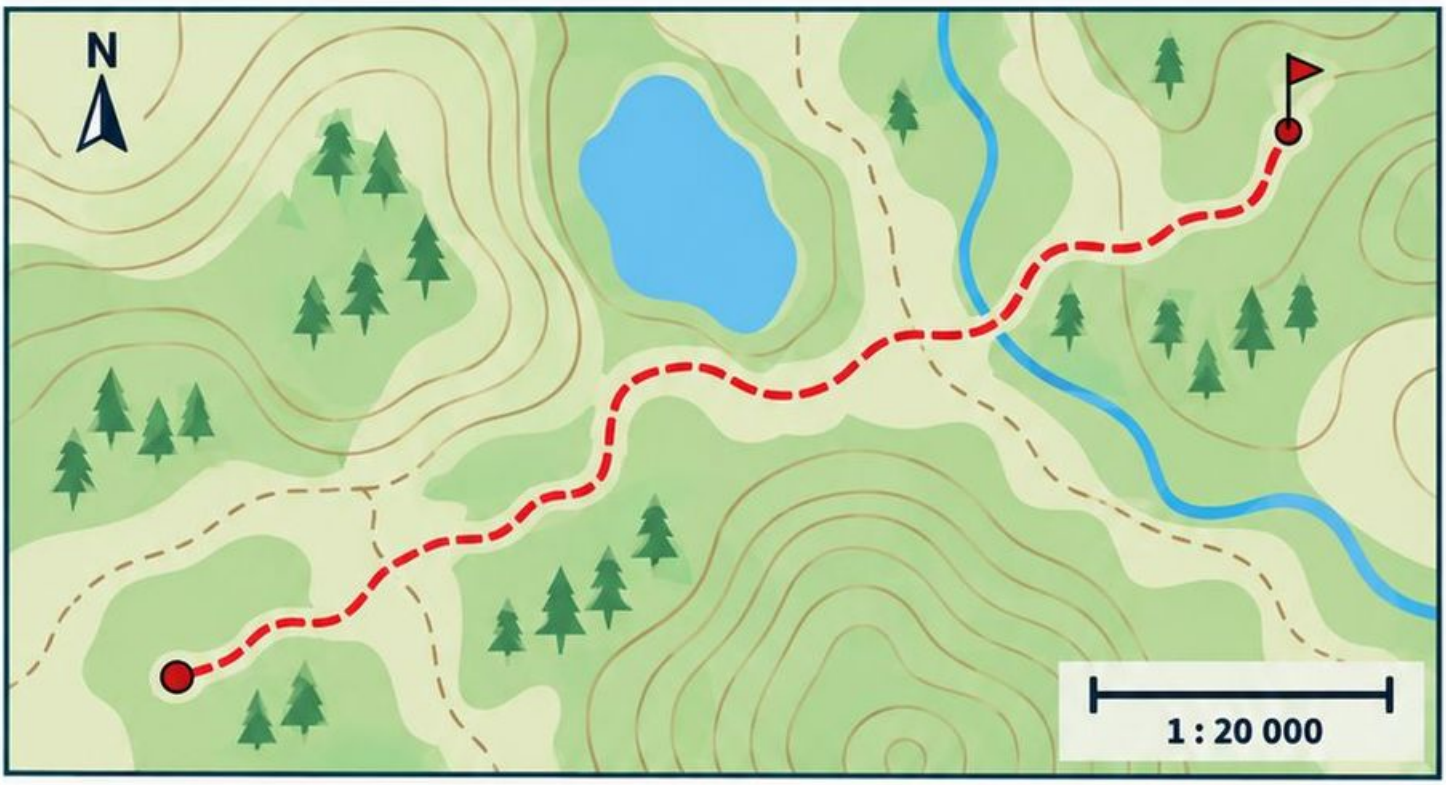
Sprawdź jednostki i sens modelu.

Trasa po zaznaczonej linii

M02-081 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: stosujesz skalę do długości trasy.

Na mapie 1:20 000 zmierzona długość zaznaczonej trasy wynosi 13,5 cm. Oblicz jej rzeczywistą długość. Piechur pokonuje 4 km w godzinę; ile minut zajmie ta trasa bez postoju?



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

Jednostki nie znikają

M02-082 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: korygujesz błąd przeliczenia skali.

Olek obliczył, że 3 cm na mapie 1:100 000 to 300 000 m. Wskaż błąd jednostki i podaj poprawną odległość w metrach oraz kilometrach.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

Dwie mapy tego samego miejsca

M02-083 • Klasy 7–8 • 15 minut

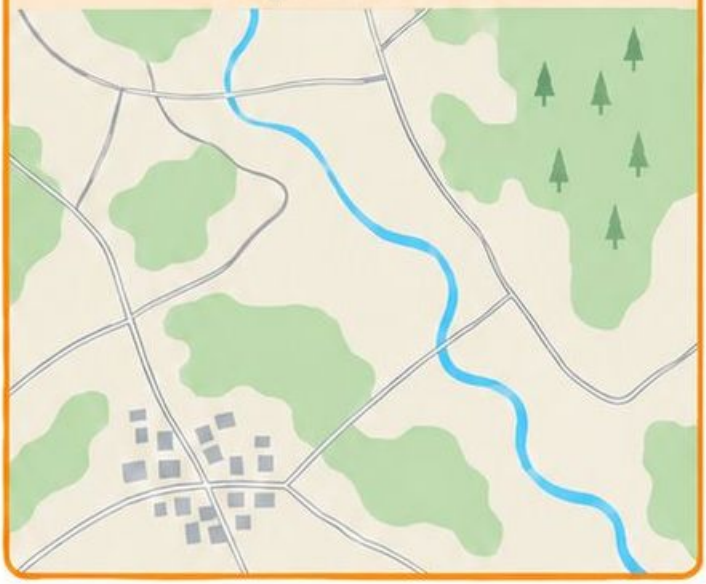
Cel: porównujesz skale.

W parze obliczcie długość odcinka 6 km na mapach 1:100 000 i 1:200 000. Która mapa przedstawia ten sam odcinek jako dłuższy? Która ma większą skalę?

Mapa 1:100 000



Mapa 1:200 000



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

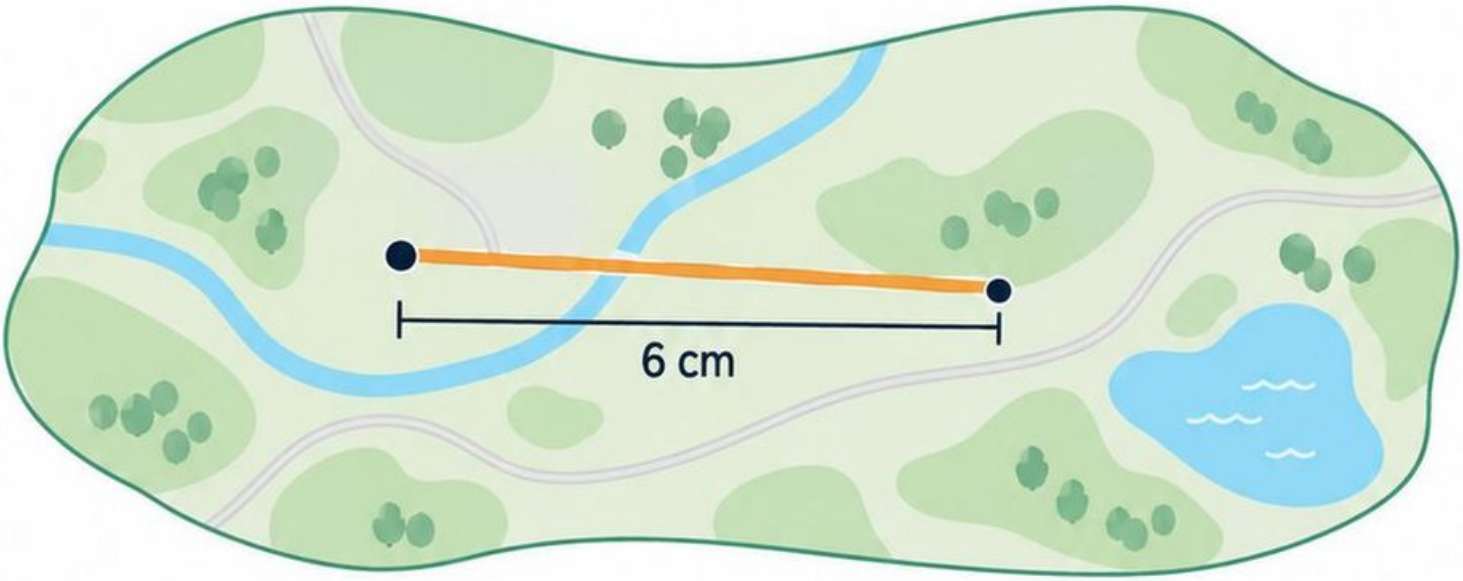
Sprawdź jednostki i sens modelu.

Znajdź nieznaną skalę

M02-084 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: odtwarzasz stosunek mapy do terenu.

Odległość 1,8 km przedstawiono odcinkiem 6 cm. Wyznacz skalę mapy. Ile centymetrów będzie miał na niej odcinek odpowiadający 750 m?



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

M02-085 • Klasy 7–8 • 15 minut

Jeden przepis, różne porcje



Cel: rozpoznajesz stały stosunek składników.

Na 4 porcje potrzeba 300 g mąki i 200 ml mleka. Narysuj tabelę dla 2, 4 i 6 porcji. Postaw hipotezę, co trzeba zrobić z każdym składnikiem przy podwojeniu porcji.



4 porcje



6 porcji

Liczba porcji	Mąka (g)	Mleko (ml)
2		
4		
6		

Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

! Sprawdź jednostki i sens modelu.

Skalowanie przepisu

M02-086 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: dobierasz wspólny mnożnik.

Przepis na 8 bułek wymaga 480 g mąki, 280 ml wody i 12 g drożdży. Oblicz ilości na 12 bułek. Zapisz współczynnik zmiany.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

Napój w dzbanku

M02-087 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: odróżniasz stosunek od udziału całości.

Łączysz syrop i wodę w stosunku objętości 1:7. Przygotowujesz 2,4 l napoju. Ile użyjesz syropu i wody? Jaki procent objętości napoju stanowi syrop? Przyjmij dodawanie objętości.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

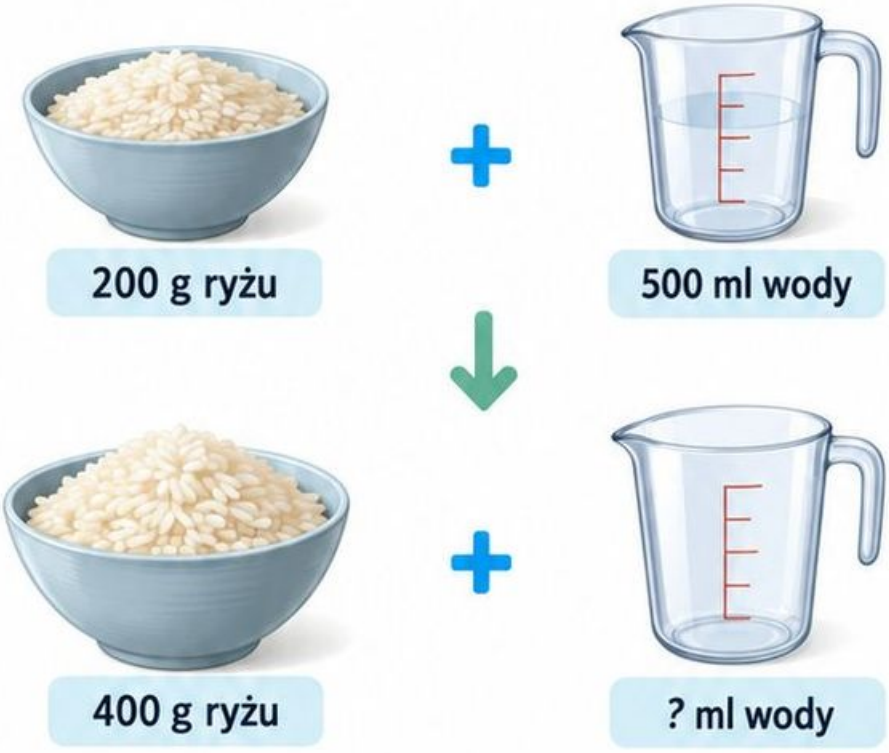
Sprawdź jednostki i sens modelu.

Tylko jeden składnik?

M02-088 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: wyjaśniasz warunek zachowania przepisu.

Przepis zawiera 200 g ryżu i 500 ml wody. Ala podwaja ryż, ale wodę pozostawia bez zmiany. Czy zachowała proporcje? Podaj poprawną ilość wody dla 400 g ryżu.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

Ta sama mieszanka?

M02-089 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: porównujesz stosunki składników.

W parze porównajcie mieszanki masowe: A zawiera 120 g orzechów i 180 g rodzynek; B zawiera 200 g orzechów i 300 g rodzynek. Czy skład jest proporcjonalnie taki sam? Podajcie udział orzechów.



A

120 g orzechów | 180 g rodzynek



B

200 g orzechów | 300 g rodzynek

Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

Zmiana udziału przez dodanie

M02-090 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: modelujesz zmianę składu mieszanki.

W 600 g mieszanki jest 20% rodzynek.
Dosypujesz 150 g samych rodzynek.
Ile rodzynek jest teraz i jaki procent nowej masy stanowią?



600 g + 150 g

Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

M02-091 • Klasy 7–8 • 15 minut

Droga podzielona przez czas

Cel: interpretujesz prędkość średnią.

Na osi czasu zaznacz przejazd 12 km w 30 minut. Przelicz czas na godziny i oblicz prędkość średnią. Jaką drogę pokonałby rowerzysta w 15 minut przy tej samej stałej prędkości?



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

Ujednolić jednostki

M02-092 • Klasy 7–8 • 15 **minut**

Cel: obliczasz prędkość w różnych jednostkach.



Biegacz pokonuje 1500 m w 5 minut. Oblicz średnią prędkość w m/s i **km/h.** Zapisz przeliczenia czasu i **drogi.**

Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

M02-093 • Klasy 7–8 • 15 minut

Postój też zajmuje czas

Cel: obliczasz średnią z całej podróży.

Turysta przeszedł 9 km w 2 godziny, a potem odpoczywał 30 minut. Oblicz prędkość średnią z całego czasu od startu do końca odpoczynku.





9 km w 2 godziny | 30 minut odpoczynku

Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

Nie zawsze średnia dwóch prędkości

M02-094 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: korygujesz średnią arytmetyczną prędkości.

Samochód jedzie 60 km z prędkością 30 km/h i kolejne 60 km z prędkością 60 km/h. Kuba podaje średnią 45 km/h. Oblicz łączną drogę i czas, a potem popraw wynik.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

M02-095 • Klasy 7–8 • 15 minut

Równe czasy, równe odległości?

Cel: badasz warunki uśredniania prędkości.

W parze porównajcie dwa przejazdy: **A** jedzie godzinę z prędkością 20 km/h i godzinę z 40 km/h; **B** pokonuje po 40 km z tymi prędkościami. Obliczcie średnie prędkości.

A

1 godzina
20 km/h

1 godzina
40 km/h



B

40 km
20 km/h

40 km
40 km/h



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

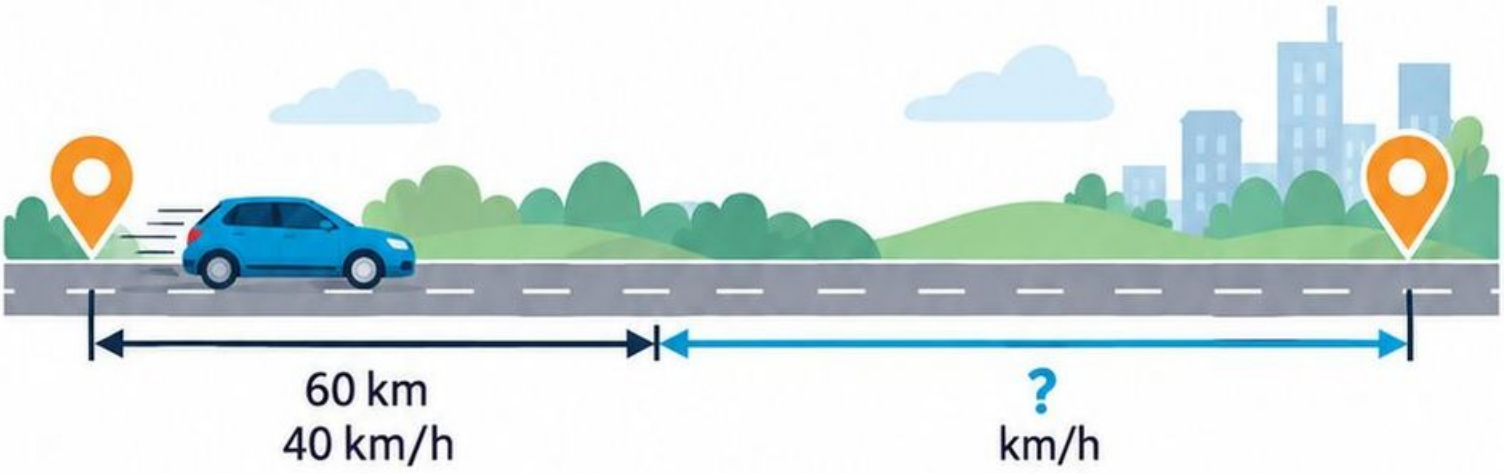
! Sprawdź jednostki i sens modelu.

Zdążyć na spotkanie

M02-096 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: wyznaczasz brakującą prędkość z czasu.

Do pokonania jest 150 km w 3 godziny. Pierwsze 60 km jedziesz 40 km/h. Jaką stałą prędkość trzeba utrzymać na pozostałej drodze, aby wykorzystać dokładnie 3 godziny? Pomiń postoje.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

! Sprawdź jednostki i sens modelu.

M02-097 • Klasy 7–8 • 15 minut

Która paczka opłaca się bardziej?

Cel: porównujesz ceny jednostkowe.

Płatki A: 400 g za 8,80 zł. Płatki B: 600 g za 12,60 zł. Przedstaw ceny za 100 g i wybierz niższą. Czy tańsza jednostkowo paczka zawsze wymaga mniejszego wydatku przy kasie?



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

M02-098 • Klasy 7–8 • 15 minut

Pełny koszt zamówienia

Cel: uwzględniasz cenę, rabat i dostawę.

Kupujesz 5 notesów. **A:** 12 zł za sztukę, **rabat** 10% na towar i dostawa 9 zł. **B:** 11 zł za sztukę, bez rabatu, dostawa 5 zł. Oblicz pełne koszty i różnicę.



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

Budżet na wyjście

M02-099 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: sprawdzasz wykonalność planu finansowego.

Grupa 24 osób ma 720 zł. Bilet kosztuje 22 zł od osoby, a wspólny transport 160 zł. Ile kosztuje wyjście i ile zostanie? Czy wystarczy jeszcze na wodę po 1,50 zł dla każdej osoby?







Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

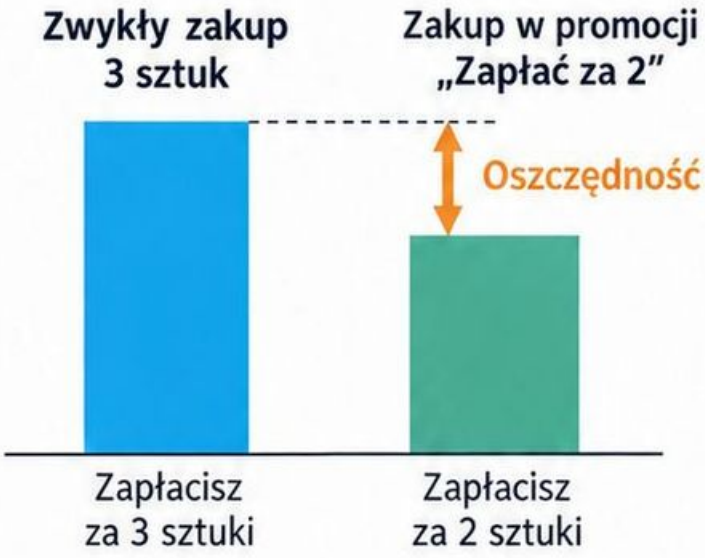
Cena po promocji a oszczędność

M02-100 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: wyjaśniasz różnicę między rabatem i wydatkiem.

Oferta mówi: „Kup 3 jednakowe produkty, zapłać za 2”. Sztuka kosztuje 18 zł. Marta uważa, że płaci 33 1/3% ceny trzech sztuk. Popraw zdanie i oblicz cenę za sztukę przy zakupie trzech.





Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

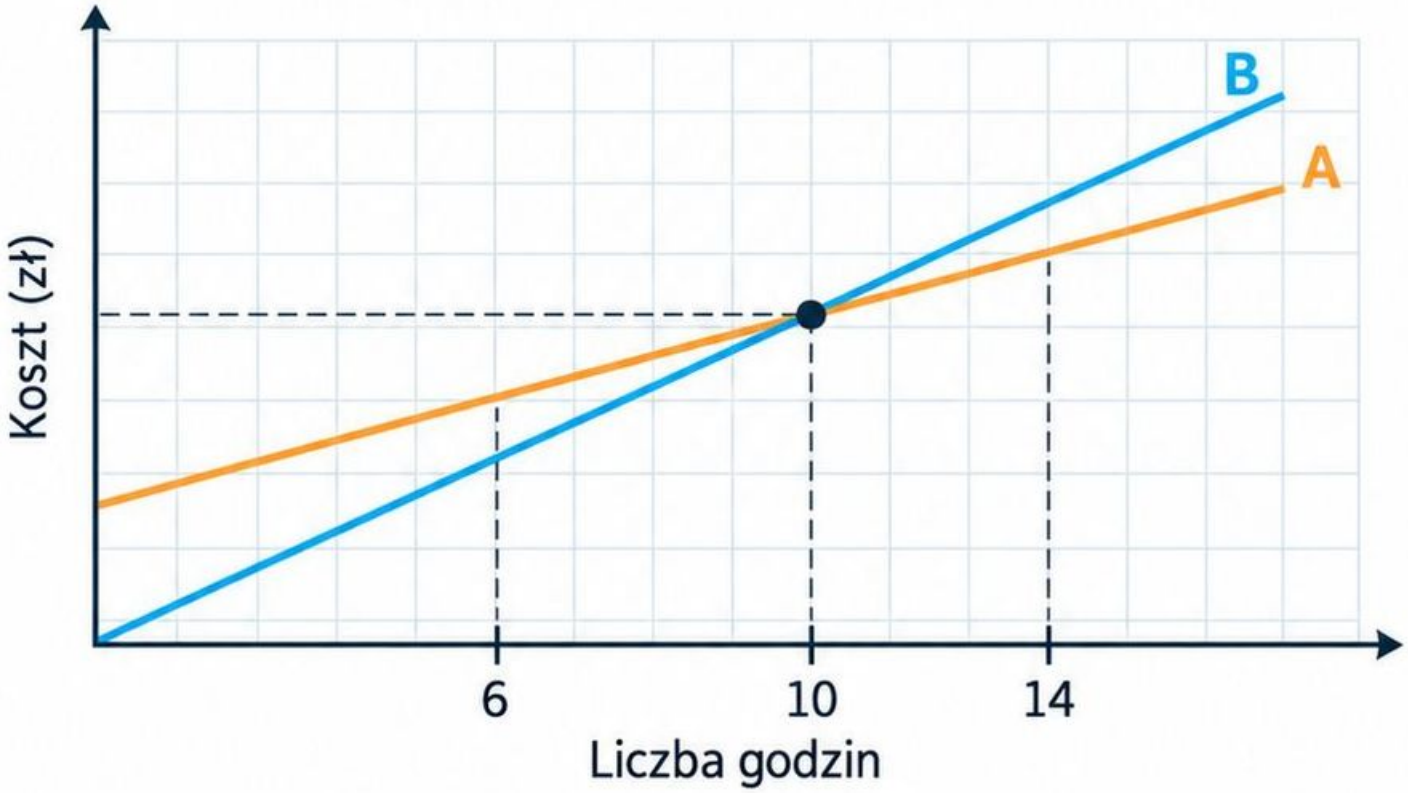
Sprawdź jednostki i sens modelu.

M02-101 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: porównujesz modele cenowe.

Gdzie zmienia się korzystniejsza oferta?

W parze porównajcie opłaty: A pobiera 20 zł stałej opłaty i 4 zł za godzinę; B pobiera 6 zł za godzinę. Dla ilu godzin koszty są równe? Która oferta jest tańsza przy 6 i przy 14 godzinach?



Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

M02-102 • Klasy 7–8 • 15 minut

Zaplanuj zakup bez nadwyżki budżetu

Cel: dobierasz całkowite opakowania i porównujesz warianty.

Potrzebujesz co najmniej 45 długopisów. A sprzedaje paczki po 10 za 18 zł, dostawa 8 zł. B sprzedaje paczki po 12 za 21 zł, dostawa bezpłatna. Masz 95 zł. Oblicz minimalny koszt w obu sklepach i wybierz wariant mieszczący się w budżecie.

Sklep A



10 długopisów za 18 zł

dostawa 8 zł

Sklep B



12 długopisów za 21 zł

dostawa bezpłatna

Obliczenia, rysunek i odpowiedź: _____

Sprawdź jednostki i sens modelu.

Część i całość — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

M02-001:

3/12=1/4 całości;
3:9=1:3;
inne odniesienia:
wszystkie lub niebieskie.

M02-002:

20;
8/20=2/5;
20 zielonych.

M02-003:

6/24=1/4;
18/24=3/4.

Część i całość

M02-004:

Gruszki 4/10=2/5 owoców;
4:6 to gruszki do jabłek.

M02-005:

5/20=8/32=1/4;
tak.

M02-006:

1/3→1/4;
liczba nadal 5, udział zmalał.

Procenty na siatkach — odpowiedzi

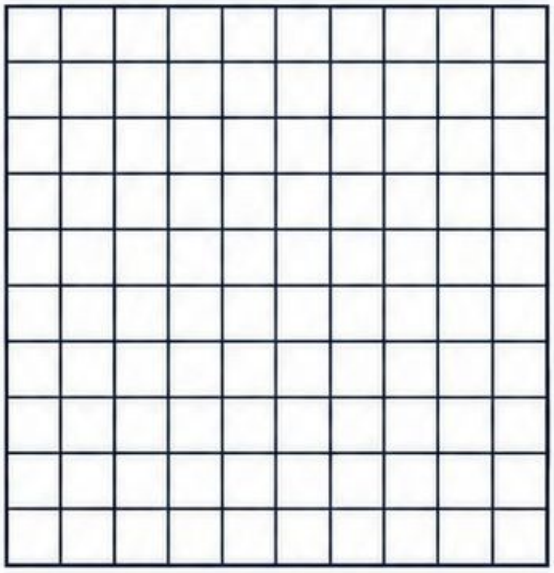
Klucz odpowiedzi

Procenty na siatkach

M02-007:
28/100 = 28%;
dodać 12 pól.

M02-008:
Jedno pole 5%;
7×5% = 35%.

M02-009:
Zajęte 76%;
wolne 24%,
czyli 12 miejsc.



M02-010:
25 pól to 100%;
jedno 4%;
10 pól 40%.

M02-011:
30 pól i 6 pól;
30/100 = 6/20 = 30%.

M02-012:
40 pól;
np 5×8 lub 4×10;
18/40 = 45%.

Ułamki i procenty — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

M02-013:

Równe;
0,01=1%=1/100.

M02-014:

8%; 60%; 125%;
0,07; 0,45; 0,005.

M02-015:

35%; 37,5%;
drugi.

Ułamki i procenty

M02-016:

4%=4/100=0,04;
0,04%=0,04/100
=0,0004.

M02-017:

1/2<0,55<60%<5/8;
50%; 55%; 60%; 62,5%.

M02-018:

100/80=5/4=1,25=125%;
o 20 książek.

Procent danej liczby — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Procent danej liczby

M02-019:

24; 72; 12;
5% to połowa 10%.

M02-020:

54; 84;
0,15×360=54;
0,35×240=84.

M02-021:

210 zł; 84 zł;
546 zł.

M02-022:

1%=2,50 zł;
18%=45 zł;
błąd 27 zł.

M02-023:

45+9=54;
450×0,12=54.

M02-024:

2,7 m;
20,7 m.

Odtwarzanie całości — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Odtwarzanie całości

M02-025:

40%; jedna 14 g; całość 70 g.

100%

80%

M02-026:

1%=2,8; całość 280; druga 250.

60%

M02-027:

75 członków; 66 pozostałych; 9:0,12=75.

M02-028:

45:0,3=150 zł; 30% to mniej niż 100%.

40%

20%

M02-029:

320; 100%:5%=20 równych części.

M02-030:

65%; 600 zł początkowo; 210 zł wydano.

Porównania procentowe — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Porównania procentowe

M02-031:

25% i 10%;
różne podstawy 40 i 100.

M02-032:

35%;
(2000/7)% ≈ 285,7%
w przybliżeniu.

M02-033:

A 75%; B 70%;
większy A.

M02-034:

B droższe 25%
względem 120;
A tańsze 20%
względem 150.

M02-035:

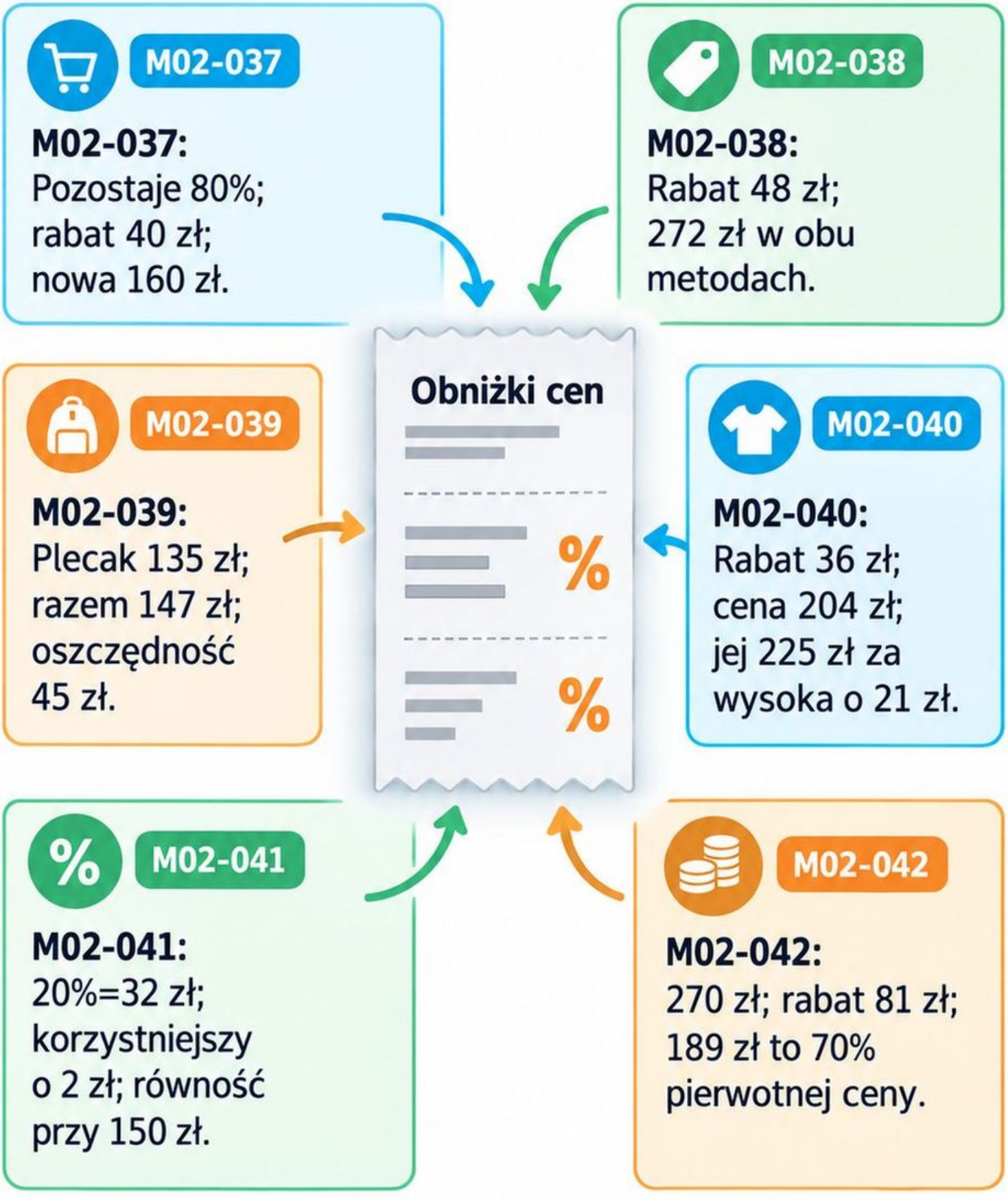
70% i 72%;
18/25 większe o 2/100=1/50.

M02-036:

80%;
wzrost 25%.

Obniżki cen — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi



Podwyżki cen – odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

M02-043:

30 zł; 280 zł;
112% ceny początkowej.

M02-044:

$1{,}08 \times 75 = 81$ zł;
$1{,}125 \times 480 = 540$ zł.



Podwyżki cen

M02-045:

108 zł; 432 zł.

M02-046:

Obliczył przyrost;
nowa 216 zł;
mnożnik 1,08.

M02-047:

Przyrost 96 zł;
nowa 736 zł;
$640 \times 1{,}15$ bezpośrednio
nowa całość.

M02-048:

1200 zł; 300 zł;
25% wzrostu odnosi się
do 1200, a nie 1500.

Kolejne zmiany — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Kolejne zmiany



M02-049:

80 zł→72 zł;
spadek 28%.

M02-050:

400×1,10×0,85=374 zł;
spadek 6,5%.

M02-051:

A 360 zł;
B 350 zł;
B tańszy o 10 zł.

M02-052:

250→200→160 zł;
rabat 90 zł, czyli 36%,
nie 40%.

M02-053:

Oba 324 zł;
1,2×0,9=0,9×1,2;
łączny wzrost 8%.

M02-054:

Obniżka 25%;
podwyżka 60/180=1/3,
czyli 33 1/3%.

Punkty procentowe – odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Punkty procentowe

M02-055:

O 10 punktów procentowych; względnie o 50%.

M02-056:

12 p.p.;
12/40×100%=30%;
podstawa 40%.

M02-057:

15 p.p.;
20%.

M02-058:

Wzrost o 5 punktów procentowych lub o 50% względem 10%.

M02-059:

Spadek 15 p.p.;
15/60=25%;
różnica udziałów versus zmiana względem 60%.

M02-060:

32%;
8/32=25%.

Stosunki wielkości – odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

M02-061:

6:9=2:3; 15 cm.

M02-062:

45:90=1:2;
80:200=2:5.

M02-063:

300 ml; 750 ml.

Stosunki wielkości

M02-064:

Odwrócił kolejność;
16 szklanek wody.

M02-065:

Jedna część 60 zł;
120 zł i 300 zł.

M02-066:

4 części=24 cm;
część 6 cm;
18 cm i 42 cm;
suma 60 cm.

Proporcjonalność prosta — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Proporcjonalność prosta

M02-067

14; 28; 42; 70 zł;
koszt/masa=14 zł/kg.

M02-068

4,50 zł;
63 zł.

M02-069

18 zł za bilet;
234 zł;
20 biletów.

M02-070

5 km 23 zł;
10 km 38 zł;
nieproporcjonalne przez stałą opłatę.

M02-071

8 zł/kg;
60 zł;
czynnik 2,5.

M02-072

$k = 4{,}5$;
$y = 4{,}5\,x$;
$y = 45$;
$x = 14$.

Proporcjonalność odwrotna — model — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

M02-073:
24 h; 12 h; 8 h; 4 h;
liczba osób × czas = 24 roboczogodziny.

M02-074:
20; 12; 5;
y maleje trzykrotnie.

M02-075:
18 pompogodzin;
3 pompy 6 h.

Proporcjonalność odwrotna — model

M02-076:
Idealnie 2 h;
jednakowa wydajność,
niezależne zadania,
brak przeszkadzania
lub ograniczeń sprzętu.

M02-077:
4 h i 3 h;
45×4=60×3=180 km;
odwrotnie.

M02-078:
Całość 60 maszynogodzin;
wykonano 20;
pozostało 40;
13 1/3 h, czyli 13 h 20 min.

Skala mapy — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Skala mapy

M02-079

1 cm=250 m;
4 cm=1000 m=1 km.

M02-080

3,6 km; 2,5 cm.

M02-081

2,7 km; 40,5 min,
czyli 40 min 30 s.

M02-082

300000 cm=
3000 m=3 km.

M02-083

6 cm i 3 cm;
1:100000 daje dłuższy
i jest większą skalą.

M02-084

1,8 km=180000 cm;
skala 1:30000;
2,5 cm.

Przepisy i mieszanki — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Przepisy i mieszanki

M02-085:

2:150 g,100 ml;
4:300 g,200 ml;
6:450 g,300 ml;
każdy składnik podwoić.

M02-086:

Czynnik 1,5;
720 g mąki,420 ml wody,
18 g drożdży.

M02-087:

Syrop 0,3 l;
woda 2,1 l;
12,5%.



M02-088:

Nie; potrzeba
1000 ml wody;
oba składniki
mnożymy przez 2.

M02-089:

Tak; stosunek 2:3;
orzechy 40% masy
obu mieszanek.

M02-090:

120+150=270 g;
nowa masa 750 g;
36%.

Prędkość średnia — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Prędkość średnia

M02-091:

0,5 h; 24 km/h; 6 km.

M02-092:

300 s; 5 m/s; 1,5 km w $\frac{1}{12}$ h= 18 km/h.

M02-093:

9 km:2,5 h= 3,6 km/h.



M02-094:

Droga 120 km; czas 2+1=3 h; średnia 40 km/h.

M02-095:

A 60 km/2 h= 30 km/h;
B 80 km/3 h= $26\frac{2}{3}$ km/h.

M02-096:

Pierwszy etap 1,5 h; pozostaje 90 km i 1,5 h; 60 km/h.

Oferty i budżet — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

M02-097:

A 2,20 zł/100 g;
B 2,10 zł/100 g;
B jednostkowo tańsza, ale kosztuje więcej łącznie.

M02-098:

A $60 \times 0{,}9 + 9 = 63$ zł;
B $55 + 5 = 60$ zł;
B tańsze 3 zł.

M02-099:

Bilety 528 zł;
razem 688 zł;
zostaje 32 zł;
woda 36 zł,
brakuje 4 zł.



M02-100:

Płaci 36 zł, czyli 66 2/3% ceny 54 zł;
oszczędza 33 1/3%;
12 zł/szt.

M02-101:

Równość 10 h;
6 h:A 44 zł, B 36 zł,
B tańsze;
14 h:A 76 zł, B 84 zł,
A tańsze.

M02-102:

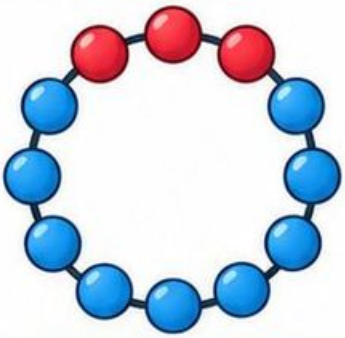
A 5 paczek = 50 szt.,
98 zł, przekracza;
B 4 paczki = 48 szt.,
84 zł, mieści się,
zostaje 11 zł.

Mapa myśli

Zawsze pytaj: jaka całość?

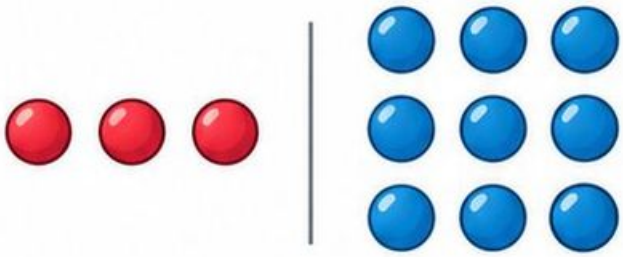
Część do całości:

3 czerwone z 12 koralików to 3/12 = 1/4.



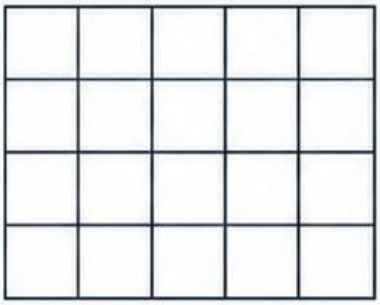
Część do części:

3 czerwone i 9 niebieskich dają stosunek 1:3.



1% to 1/100 całości.

Na siatce 20 pól jedno pole oznacza 5%.



Ta sama wartość:

1/4 = 0,25 = 25%.



Procent liczby:

15% z 360 = 0,15 × 360 = 54.

Rozkład ułatwia rachunek:

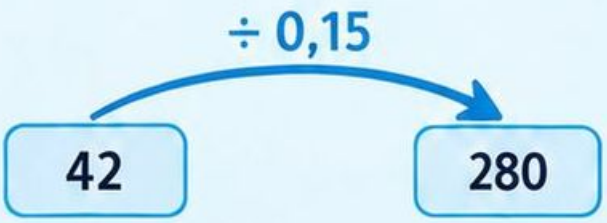
15% = 10% + 5%.

Sprawdź: czy podana liczba opisuje część, całość, czy stosunek dwóch części?

Zmiana ceny ma podstawę

Mapa myśli

Odtwarzanie całości: jeśli 15% to 42, całość wynosi $42 : 0{,}15 = 280$.



Porównanie: 150 zł to o 25% więcej niż 120 zł, ale 120 zł to o 20% mniej niż 150 zł.



Obniżka o *p*%: pomnóż cenę przez $1 - p/100$.



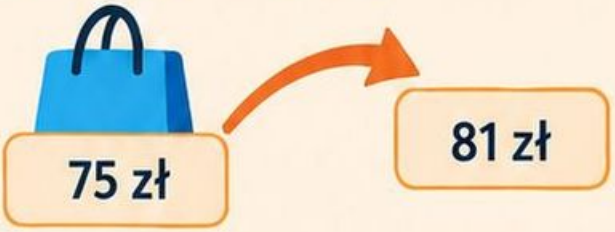
Podwyżka o *p*%: pomnóż cenę przez $1 + p/100$.



Przykład obniżki: $320 \times 0{,}85 = 272$ zł.



Cena po wzroście: $75 \times 1{,}08 = 81$ zł.





Powrót do ceny początkowej wymaga odwrócenia mnożnika, a nie zmiany jego znaku.

Udział, różnica, zależność

Mapa myśli

Kolejne zmiany: mnożniki się mnoży. Rabaty 20% i 10% dają 0,8 × 0,9 = 0,72, czyli obniżkę o 28%.



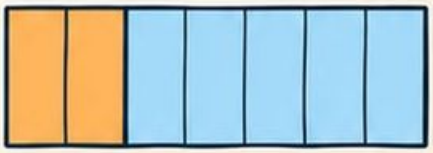
Udział 20% → 30%: wzrost o 10 punktów procentowych.

Względny wzrost: (30 − 20) : 20 = 0,5, czyli 50%.

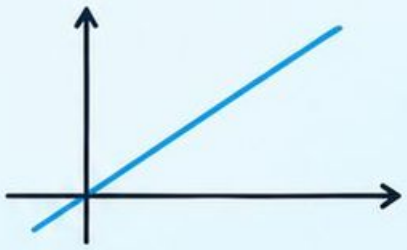


Udział różnica zależność

Stosunek 2:5 oznacza 7 równych części całej sumy.



Proporcjonalność prosta: y = kx, stały iloraz y/x dla x ≠ 0.



Stała cena 14 zł/kg daje koszt 14 x zł za x kilogramów.



14 x zł
za x kilogramów.

Opłata początkowa plus koszt jednostkowy nie daje proporcjonalności prostej.



+

koszt jednostkowy

Model, jednostka, decyzja

Mapa myśli

Odwrotna proporcjonalność dodatnich wielkości: $xy = k$. Podwojenie x zmniejsza y dwukrotnie.



Model pracy wymaga stałej wydajności, podzielności zadań i braku wąskich gardeł.



Skala 1:25 000: 1 cm na mapie odpowiada 250 m w terenie.



Przepis: każdą ilość składnika pomnóż przez ten sam współczynnik.



Prędkość średnia = cała droga : cały czas, z uwzględnieniem postojów.



Oferty porównuj po cenie jednostkowej i pełnym koszcie, wraz z dostawą.



Całe opakowania: zaokrąglij potrzebną liczbę paczek w górę, potem sprawdź budżet.

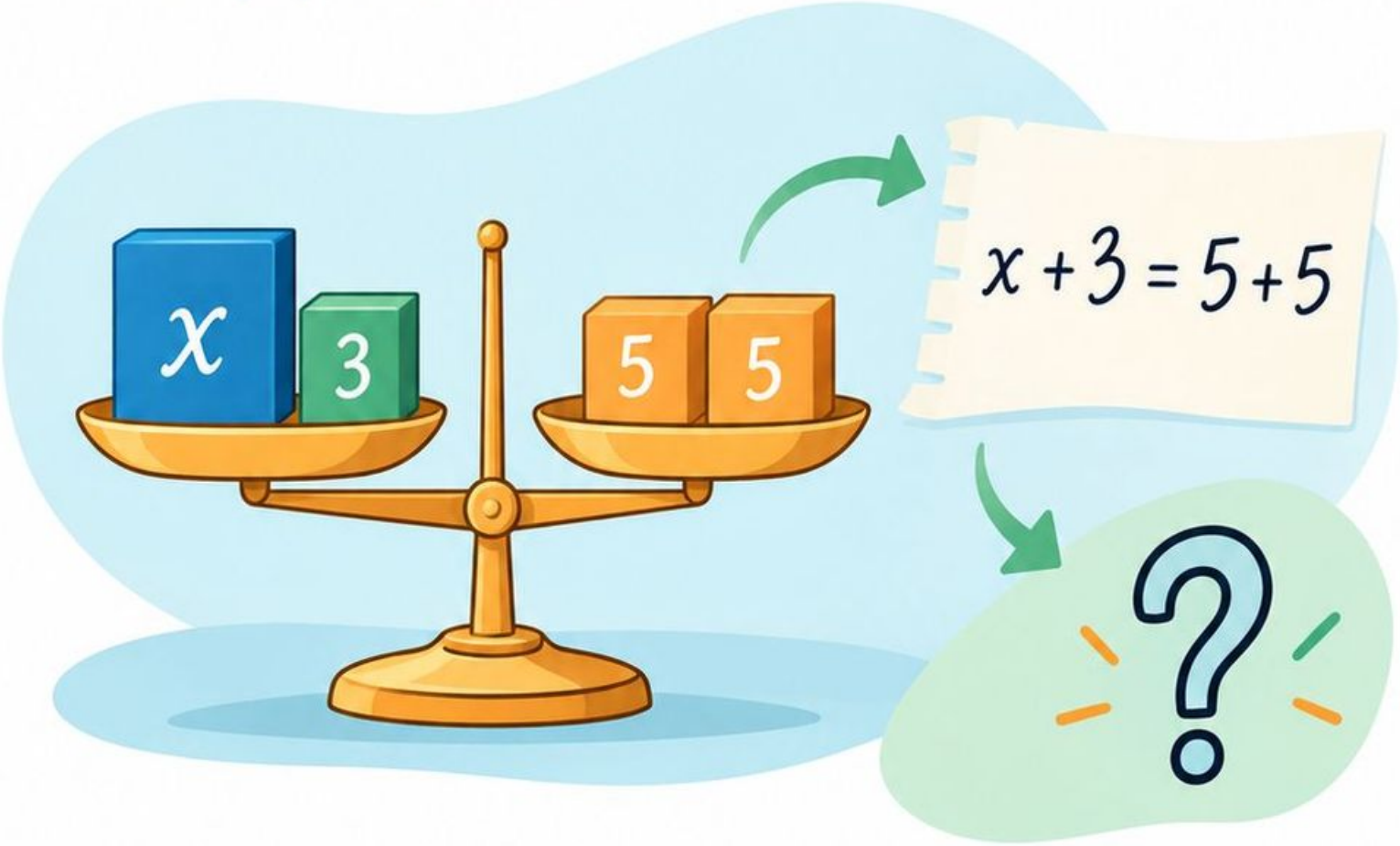


MODUŁ 3

Algebra i równania

Od wzoru do uzasadnienia

Opisujesz regułę literami, przekształcasz wyrażenia i rozwiązujesz równania.





Zaczynaj od znaczenia niewiadomej.
Kończ sprawdzeniem w warunkach zadania.

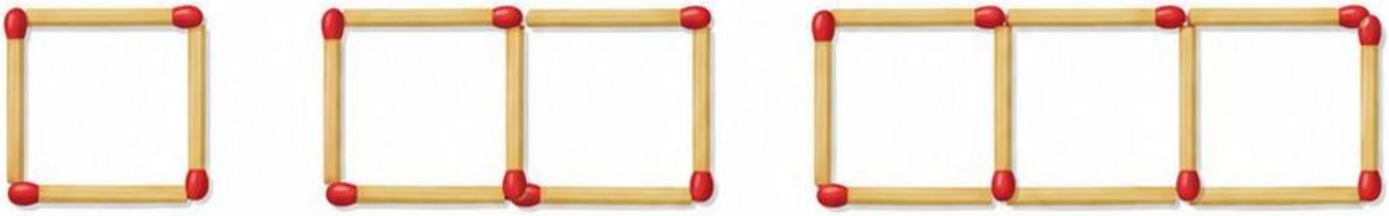
Kwadraty w szeregu

M03-001 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: opisujesz regularność wzorem.

Odkrywaj

Ułóż z zapałek 1, 2 i 3 sąsiadujące kwadraty w jednym rzędzie, ze wspólnymi bokami. Policz zapałki. Postaw hipotezę dla n kwadratów i sprawdź dla 5.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

_____

_____

_____

Od tabeli do reguły

M03-002 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: opisujesz regularność wzorem.

Ćwicz

Kolejne figury mają 5, 8, 11, 14 kropek. Liczba kropek rośnie zawsze o 3. Zapisz wzór dla figury numer n, zaczynając od $n=1$. Oblicz liczbę kropek w figurze 20.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

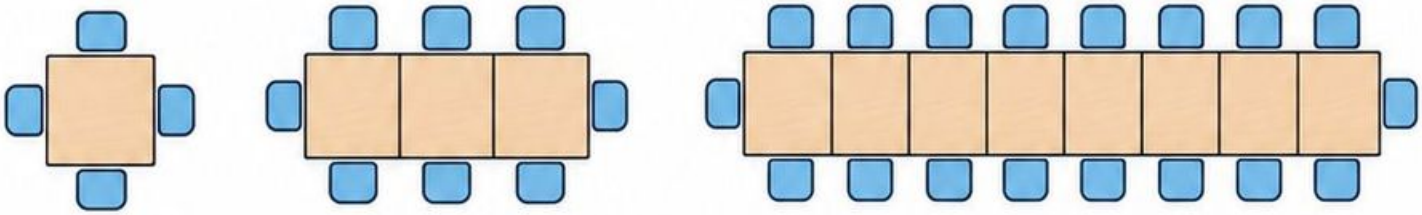
Krzesła przy stołach

M03-003 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: opisujesz regularność wzorem.

Zastosuj

Jeden kwadratowy stół mieści 4 osoby. Stoły łączy się w rząd; przy wspólnym boku nikt nie siada. Ile miejsc dają 3 i 8 stołów? Zapisz regułę.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M03-004 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: opisujesz regularność wzorem.



Nie mnożymy pierwszego wyrazu

Popraw błąd

Z ciągu 4; 7; 10; 13 Ola wywnioskowała wzór $4n$. Sprawdź dla $n=2$. Popraw wzór przy założeniu stałego przyrostu 3.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwie reguły tego samego wzoru

M03-005 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: opisujesz regularność wzoreim.

Porównaj w parze

W parze porównajcie $5+2(n-1)$ i $2n+3$. Podstawcie $n=1,4,10$, a potem przekształćcie pierwszy zapis. Czy reguły są równoważne dla każdego n?

$5+2(n-1)$

$2n+3$

n	$5+2(n-1)$	$2n+3$
1		
4		
10		

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M03-006 • Klasy 7–8 • 15 minut

Która figura ma 101 kropek?

Cel: opisujesz regularność wzorem.

Podejmij wyzwanie

Figura numer n ma 4 n+1 kropek. Czy istnieje figura ze 101 kropkami? A ze 100? Numer figury musi być dodatnią liczbą całkowitą.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Maszyna z literą

M03-007 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz wartość wyrażenia dla podanych danych.

Odkrywaj

Narysuj maszynę: pomnóż wejście x przez 3, następnie odejmij 2. Zapisz wyrażenie. Oblicz wyjście dla $x = 0, 2, -1$.

x	Wyrażenie	Wyjście
0		
2		
-1		

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Nawias przy liczbie ujemnej

M03-008 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz wartość wyrażenia dla podanych danych.

Ćwicz

Oblicz $2\,a^2 - 3\,b$ dla $a = -2$ i $b = 5$. Następnie dla $a = 3$, $b = -1$. Zapisz podstawieniá z nawiasami.

$a = -2,\ b = 5$

$a = 3,\ b = -1$

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Koszt druku

M03-009 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz wartość wyrażenia dla podanych danych.



Zastosuj

Drukarnia pobiera 10 zł przygotowania i 0,40 zł za stronę. Zapisz koszt n stron. Oblicz koszt 35 stron.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie:

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Podstawienie bez zgadywania

M03-010 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz wartość wyrażenia dla podanych danych.

Popraw błąd

Kamil dla $x=-3$ obliczył x^2 jako -9.
Popraw i oblicz x^2+2x dla tej wartości.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Kolejność działań w parze

M03-011 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz wartość wyrażenia dla podanych danych.

Porównaj w parze

Obliczcie $4 - 2\,t^2$ dla $t = -2$. Jedna osoba zapisuje całe podstawienie, druga najpierw potęguje t. Porównajcie z wartością $(4 - 2\,t)^2$.

$$4 - 2\,t^2$$
dla $t = -2$

$$(4 - 2\,t)^2$$
dla $t = -2$

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

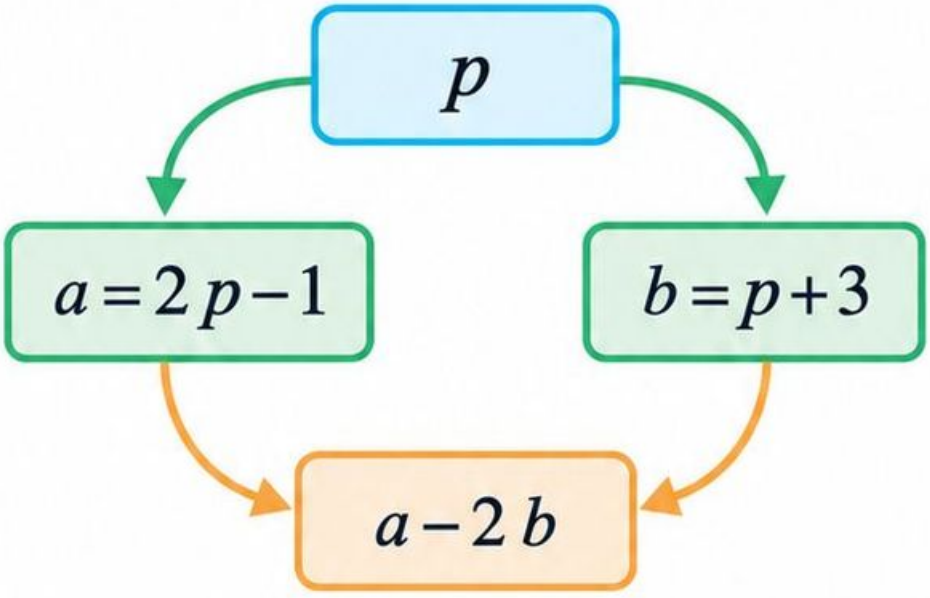
Zmienna zależna od zmiennej

M03-012 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz wartość wyrażenia dla podanych danych.

Podejmij wyzwanie

Dane $a=2p-1$ i $b=p+3$. Dla $p=4$ oblicz a, b i $a-2b$. Następnie zapisz $a-2b$ wyłącznie za pomocą p.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie:

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Klocki z literami

M03–013 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: redukujesz wyrazy podobne.

Odkrywaj

Narysuj 3 klocki x,2 klocki y oraz 4 kolejne klocki x.
Zapisz sumę i połącz tylko jednakowe typy.
Sprawdź dla $x=2$, $y=5$.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

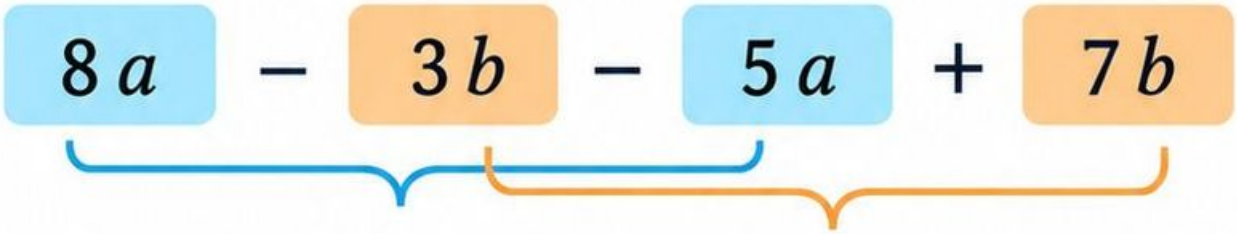
Znaki przy współczynnikach

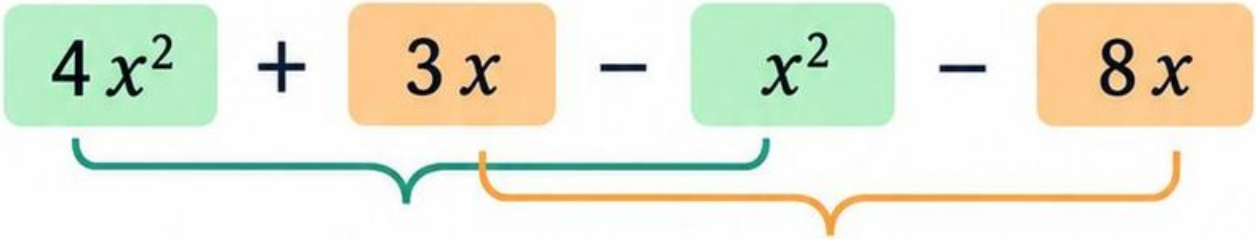
M03-014 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: redukujesz wyrazy podobne.

Ćwicz

Uprość $8a-3b-5a+7b$. Następnie $4x^2+3x-x^2-8x$. Podkreśl wyrazy podobne.





Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwa zakupy tego samego towaru

M03-015 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: redukujesz wyrazy podobne.

Zastosuj

Jedna grupa kupiła 3 zeszyty po x zł i 2 teczki po y zł. Druga 5 zeszytów i 1 teczkę. Zapisz i uprość wspólny koszt.





Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

_____

_____

_____

_____

_____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

_____

_____

Litery nie znikają

M03-016 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: redukujesz wyrazy podobne.

Popraw błąd

Antek twierdzi: $3a + 2b = 5ab$. Sprawdź dla $a = 1$, $b = 2$. Wyjaśnij, dlaczego nie wolno redukować różnych typów wyrazów.

$3a + 2b \neq 5ab$

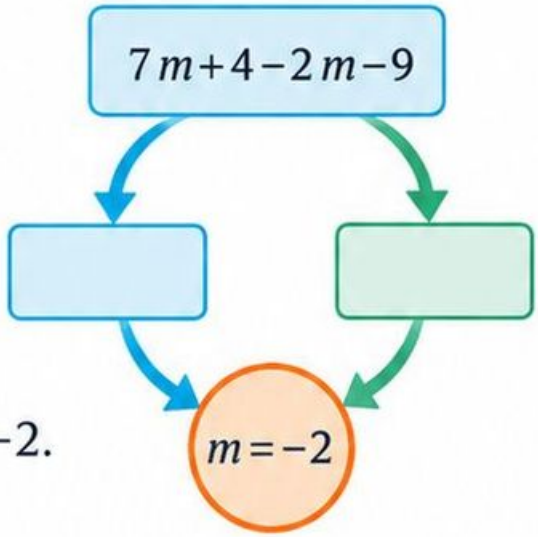
Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M03-017 • Klasy 7–8 • 15 minut

Wspólny wynik

Cel: redukujesz wyrazy podobne.



Porównaj w parze

W parze uprośćcie $7m+4-2m-9$.
Jedna osoba grupuje litery i liczby,
druga redukuje po kolei. Sprawdźcie dla $m=-2$.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie:

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Znikająca zmienna

M03-018 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: redukujesz wyrazy podobne.

Podejmij wyzwanie

Dobierz liczbę k, aby wyrażenie $(k-3)x+5x-2$ nie zależało od x. Podaj wartość wyrażenia po dobraniu k.



$$(k-3)x+5x-2$$

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

_____

_____

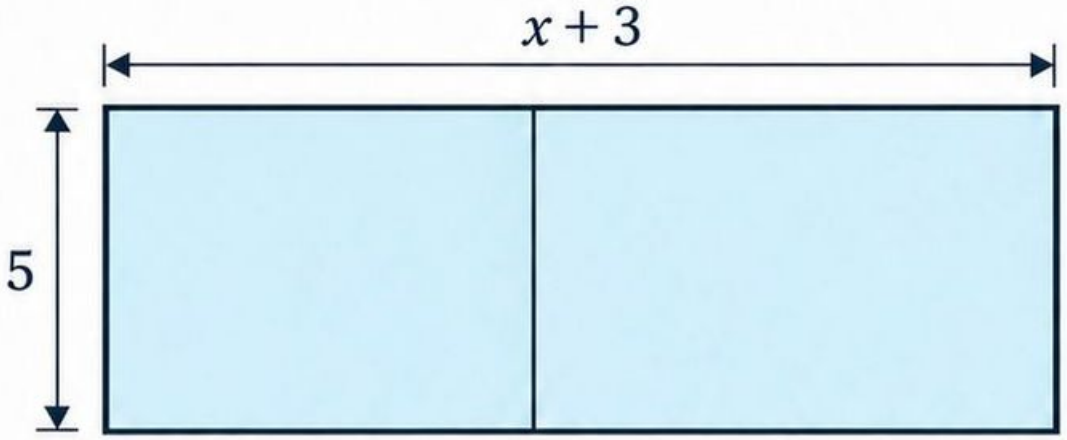
Pole podzielone na części

M03-019 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: stosujesz rozdzielność mnożenia i rozpoznajesz wspólny czynnik.

Odkrywaj

Prostokąt ma boki 5 i $(x+3)$. Podziel go na dwa prostokąty. Zapisz pole na dwa sposoby i sprawdź dla $x=4$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

_____

_____

_____

_____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

_____

_____

_____

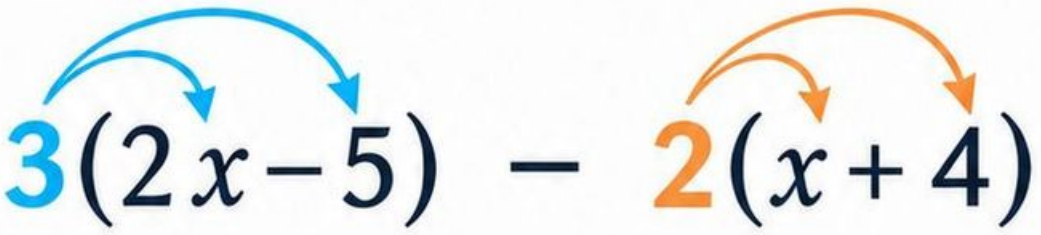
Minus przed nawiasem

M03-020 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: stosujesz rozdzielność mnożenia i rozpoznajesz wspólny czynnik.

Ćwicz

Uprość $3(2x-5)-2(x+4)$. Zapisz osobno wyniki mnożenia każdego nawiasu.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Bilety i przekąski

M03-021 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: stosujesz rozdzielność mnożenia i rozpoznajesz wspólny czynnik.

Zastosuj

Siedem osób kupuje po jednym bilecie za *b* zł i przekąsce za 6 zł. Zapisz koszt z nawiasem i bez nawiasu. Oblicz dla b=18.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie:

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Każdy składnik ma znaczenie

M03-022 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: stosujesz rozdzielność mnożenia i rozpoznajesz wspólny czynnik.

Popraw błąd

Lena zapisała $-3(x-4)=-3x-12$. Popraw znak i sprawdź dla $x=0$.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwa równoważne sposoby

M03-023 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: stosujesz rozdzielność mnożenia i rozpoznajesz wspólny czynnik.

Porównaj w parze

- W parze obliczcie 19×23: jedna osoba używa(20−1)×23, druga 19×(20+3). Zapiszcie rachunki i porównajcie.

- Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

- Sprawdź wynik i warunki zadania.

Bez żmudnego mnożenia

M03-024 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: stosujesz rozdzielność mnożenia i rozpoznajesz wspólny czynnik.

Podejmij wyzwanie

Oblicz 37×48+37×52, wyłączając wspólny czynnik. Zapisz podobne własne działanie z wynikiem 2500 i wspólnym czynnikiem 25.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

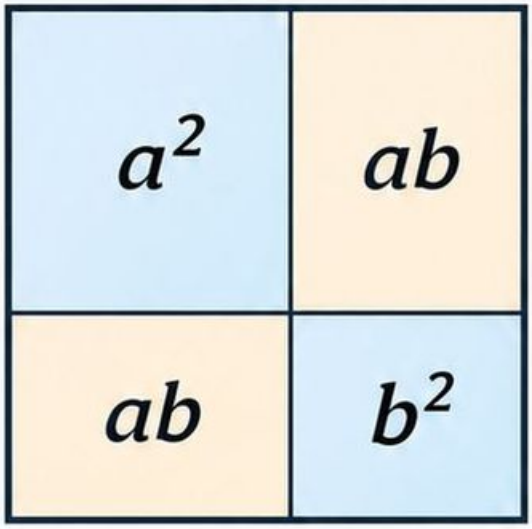
Kwadrat sumy

M03-025 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz wzory skróconego mnożenia.

Odkrywaj

Narysuj kwadrat o boku $a+b$. Podziel na kwadraty a^2, b^2 i dwa prostokąty ab. Zapisz wzór na $(a+b)^2$. Sprawdź dla $a=3$, $b=2$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Trzy podstawowe wzory

M03-026 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz wzory skróconego mnożenia.

Kwadrat sumy	Kwadrat różnicy	Różnica kwadratów
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Ćwicz

- Rozwiń $(x+5)^2$, $(2x-3)^2$ oraz $(x-7)(x+7)$. Zaznacz wyraz środkowy tam, gdzie występuje.

- **Zapisz obliczenia i uzasadnienie:** _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

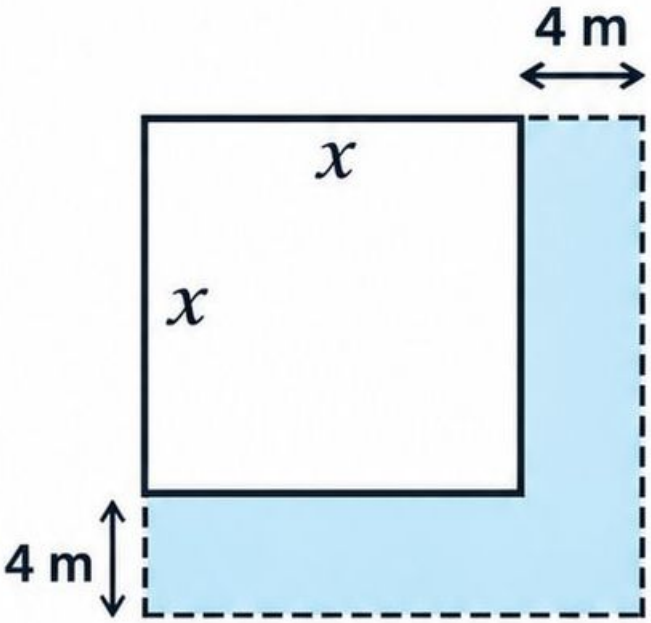
Powiększony plac

M03-027 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz wzory skróconego mnożenia.

Zastosuj

Kwadratowy plac ma bok x metrów. Każdy bok wydłużono o 4 m. Zapisz wzór przyrostu pola i oblicz go dla $x=12$.



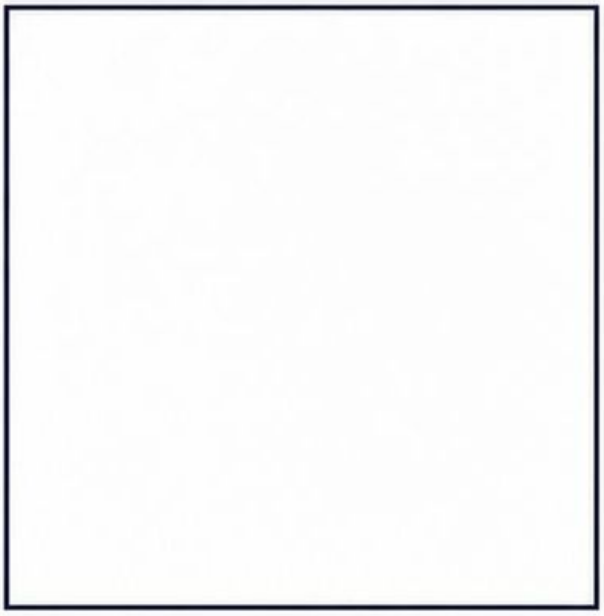
Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Brakujący prostokąt

M03-028 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz wzory skróconego mnożenia.



Popraw błąd

Marek twierdzi: $(a+b)^2=a^2+b^2$. Sprawdź dla $a=2$, $b=3$ i wskaż brakujący składnik we wzorze.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Szybki rachunek

M03-029 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz wzory skróconego mnożenia.

Porównaj w parze

- W parze obliczcie 99^2: jedna osoba rozwija $(100-1)^2$, druga mnoży 99×99 pisemnie. Potem obliczcie 101×99 różnicą kwadratów.





- Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

- ☑ Sprawdź wynik i warunki zadania.

Odtwórz brakujący wyraz

M03-030 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz wzory skróconego mnożenia.

Podejmij wyzwanie

Uzupełnij: $9x^2 + \square x + 16 = (3x+4)^2$.
Następnie rozłóż $25y^2 - 36$ na iloczyn.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wspólny bok

M03-031 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: zapisujesz sumę jako iloczyn.

Odkrywaj

Dwa prostokąty mają pola $6x$ i 9. Ich wspólny bok ma długość 3. Zapisz sumę pól jako iloczyn. Sprawdź dla $x=2$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wyłącz największy czynnik

M03-032 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: zapisujesz sumę jako iloczyn.

Ćwicz

Rozłóż na czynniki $12a^2 - 18a$ oraz $x^2 - 64$.
W pierwszym wyrażeniu wyłącz $6a$.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Rzędy w ogrodzie

M03-033 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: zapisujesz sumę jako iloczyn.

Zastosuj

W ogrodzie są 4 rzędy po x tulipanów i 4 rzędy po 7 narcyzów. Zapisz liczbę kwiatów jako sumę i iloczyn. Podaj dla $x=9$.

x tulipanów	7 narcyzów
x tulipanów	7 narcyzów
x tulipanów	7 narcyzów
x tulipanów	7 narcyzów

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Podziel każdy składnik

M03-034 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: zapisujesz sumę jako iloczyn.

Popraw błąd

Ewa zapisała $8x+12=4(2x+12)$. Popraw i sprawdź przez wymnożenie nawiasu.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Czy to ten sam iloczyn?

Cel: zapisujesz sumę jako iloczyn.

Porównaj w parze

W parze porównajcie $3x(x-2)$ i $-3x(2-x)$. Rozwińcie oba zapisy. Czy są równe dla każdego x?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Iloczyn i równanie

M03-036 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: zapisujesz sumę jako iloczyn.

Podejmij wyzwanie

Rozłóż x^2+6x+9 na czynniki.
Użyj rozkładu do rozwiązania $x^2+6x+9=0$.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

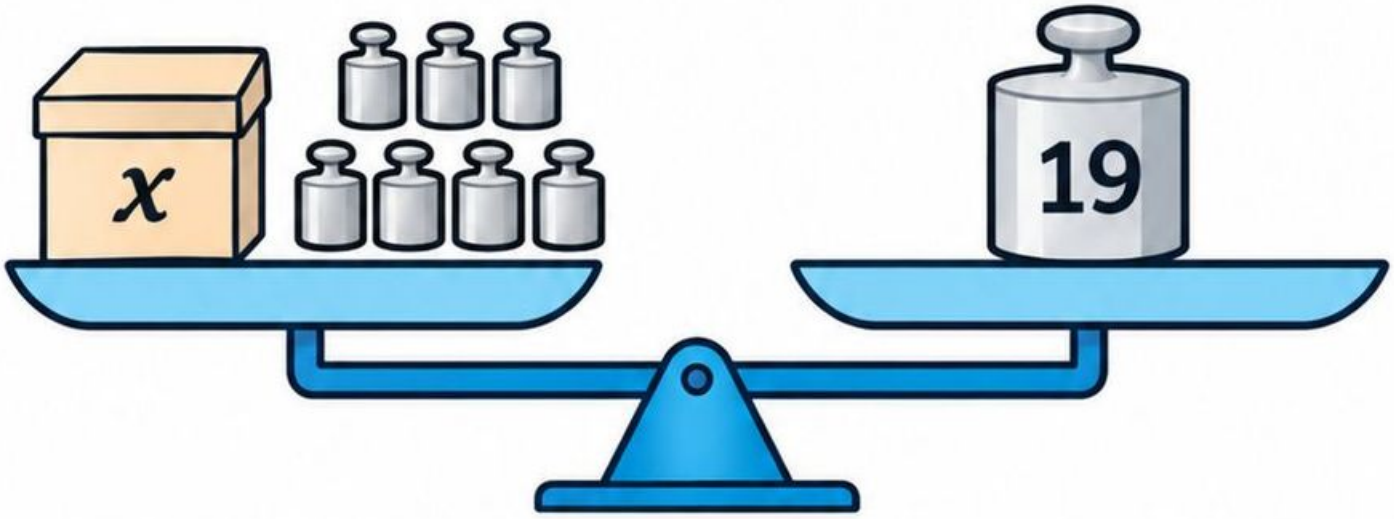
Równowaga na wadze

M03-037 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: rozwiązujesz równanie działaniem odwrotnym.

Odkrywaj

Waga przedstawia pudełko x i 7 odważników po lewej oraz 19 po prawej. Zapisz równanie i usuń tyle samo z obu stron. Ile wynosi x?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Trzy krótkie równania

M03-038 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: rozwiązujesz równanie działaniem odwrotnym.

Ćwicz

- **Rozwiąż:** $x - 8 = -3$; $5x = 35$; $\frac{x}{4} = -6$. **Przy każdym zapisz działanie wykonane po obu stronach.**

$x - 8 = -3$	⟲ ☐	$x =$ _____
$5x = 35$	⟲ ☐	$x =$ _____
$\frac{x}{4} = -6$	⟲ ☐	$x =$ _____

- **Zapisz obliczenia i uzasadnienie:** _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Ta sama cena sztuki

M03-039 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: rozwiązujesz równanie działaniem odwrotnym.

Zastosuj

Za 6 jednakowych ołówków zapłacono 21 zł. Zapisz równanie $6c=21$. Ile kosztuje ołówek?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

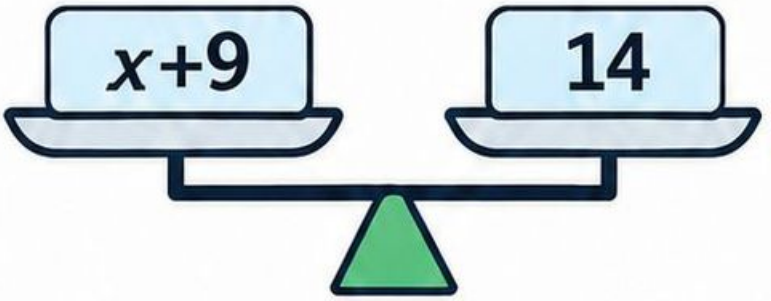
Przeciwna operacja

M03-040 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: rozwiązujesz równanie działaniem odwrotnym.

Popraw błąd

Jan rozwiązuje $x+9=14$, zapisując $x=14+9$.
Popraw i sprawdź przez podstawienie.



$x =$ _____

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwóch kontrolerów

M03-041 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: rozwiązujesz równanie działaniem odwrotnym.

Porównaj w parze

W parze rozwiążcie $-3\,x=18$. Jedna osoba dzieli obie strony, druga sprawdza proponowane liczby -6 i 6. Która spełnia równanie?

−6 **6**

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Czy zero może być rozwiązaniem?

M03-042 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: rozwiązujesz równanie działaniem odwrotnym.

Podejmij wyzwanie

Rozwiąż $x-4=-4$ oraz $0\,x=7$. Wyjaśnij, dlaczego w drugim równaniu nie można dzielić przez współczynnik przy x.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

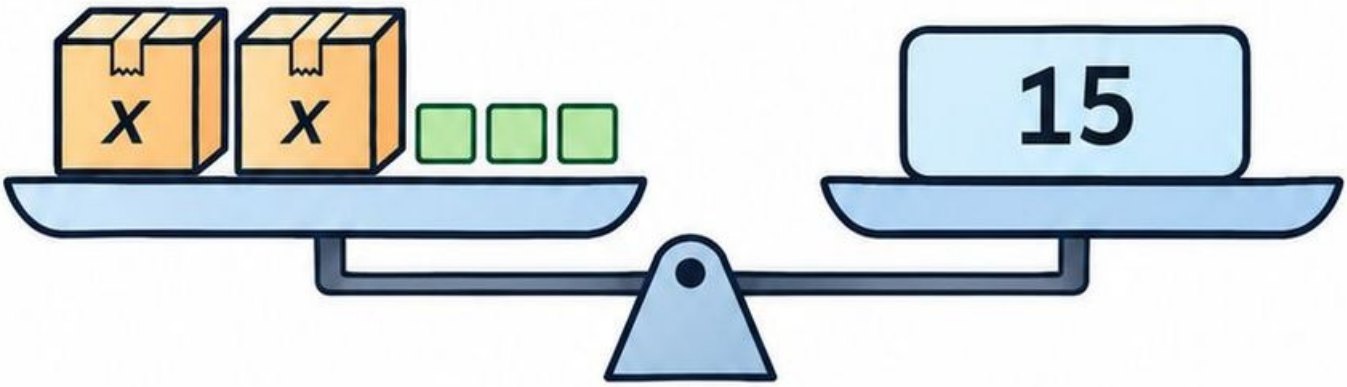
Waga z dwiema paczkami

M03-043 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: wykonujesz równoważne przekształcenia równania.

Odkrywaj

Narysuj równowagę $2x+3=15$. Usuń 3 jednostki z obu stron, potem podziel obie strony przez 2. Sprawdź wynik.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Nawiasy i niewiadome

M03-044 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: wykonujesz równoważne przekształcenia równania.

Ćwicz

Rozwiąż $3(x-2)+4=2x+9$. Rozwiń nawias, zredukuj wyrazy i zgromadź x po jednej stronie.

1. Rozwiń nawias (rozdzielność). → 2. Zredukuj wyrazy. → 3. Zgromadź x po jednej stronie.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

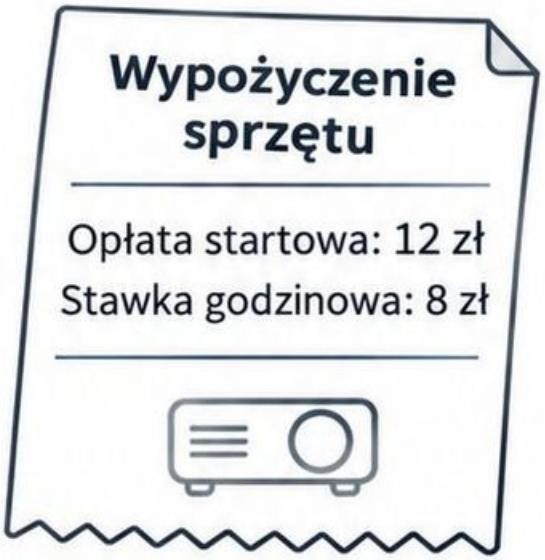
Wypożyczenie sprzętu

M03-045 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: wykonujesz równoważne przekształcenia równania.

Zastosuj

Opłata wynosi 12 zł plus 8 zł za godzinę. Zapłacono 68 zł. Zapisz równanie i oblicz liczbę godzin.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dzielenie całej strony

M03-046 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: wykonujesz równoważne przekształcenia równania.

Popraw błąd

Ola z $2x+6=18$ otrzymała $x+6=9$.
Wskaż błąd i rozwiąż równanie poprawnie.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

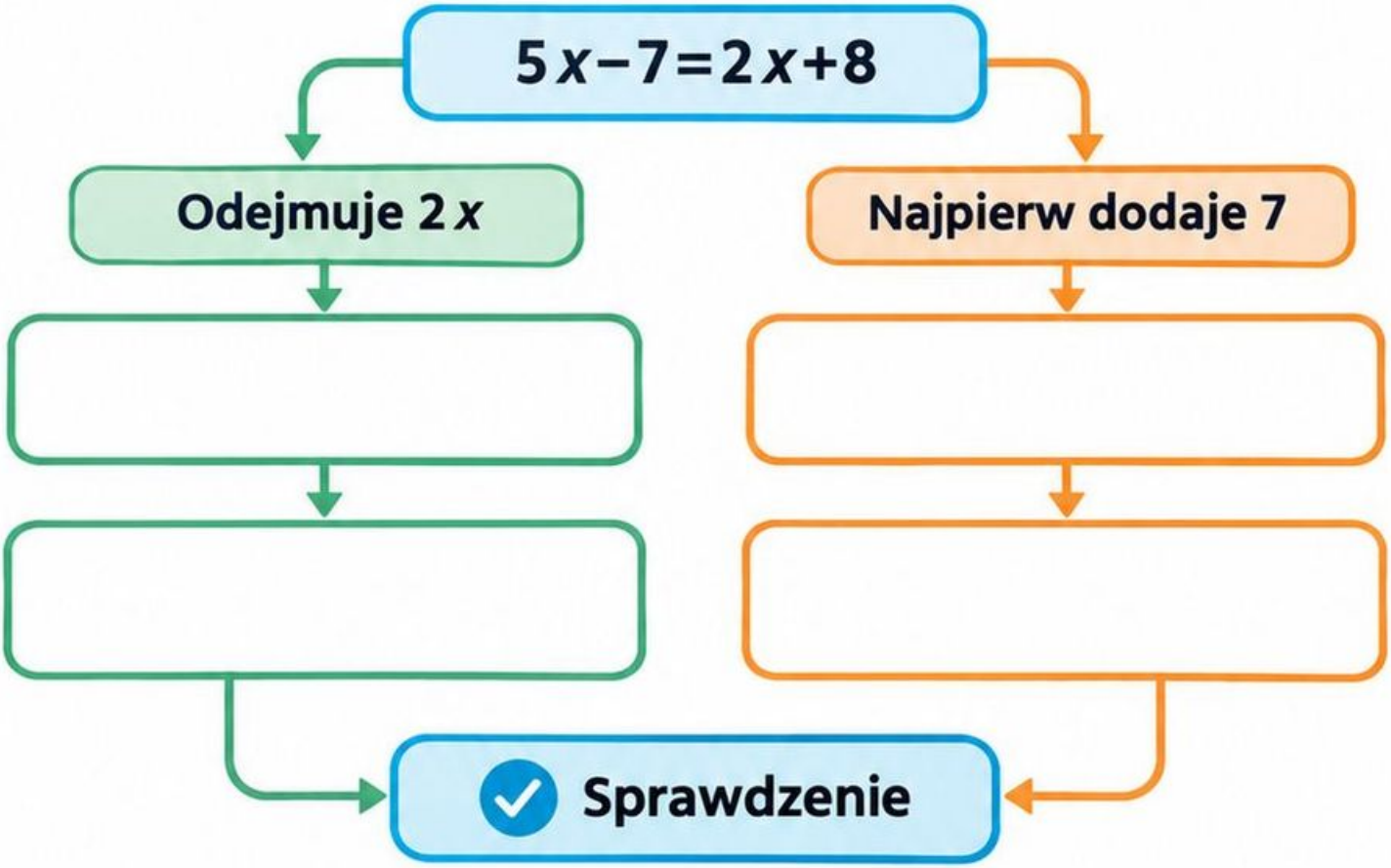
Podstawienie rozstrzyga

M03-047 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: wykonujesz równoważne przekształcenia równania.

Porównaj w parze

W parze rozwiążcie $5x-7=2x+8$. Jedna osoba odejmuje $2x$, druga najpierw dodaje 7. Sprawdźcie wynik w obu stronach.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Tożsamość czy sprzeczność?

M03-048 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: wykonujesz równoważne przekształcenia równania.

Podejmij wyzwanie

Rozwiąż $2(x+3)=2x+6$ oraz $3(x-1)=3x+2$. Opisz zbiory rozwiązań bez dzielenia przez 0.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

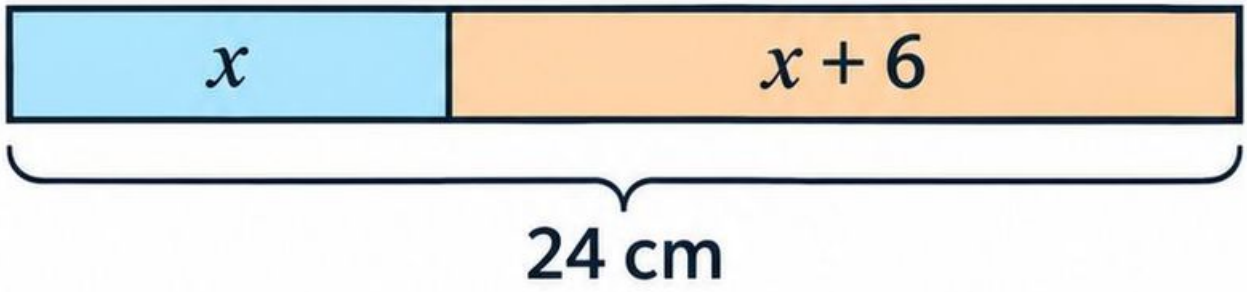
Podział odcinka

M03-049 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: tworzysz równanie na podstawie warunków zadania.

Odkrywaj

Odcinek 24 cm składa się z części x i części o 6 cm dłuższej. Narysuj model paskowy, zapisz równanie i oblicz obie długości.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

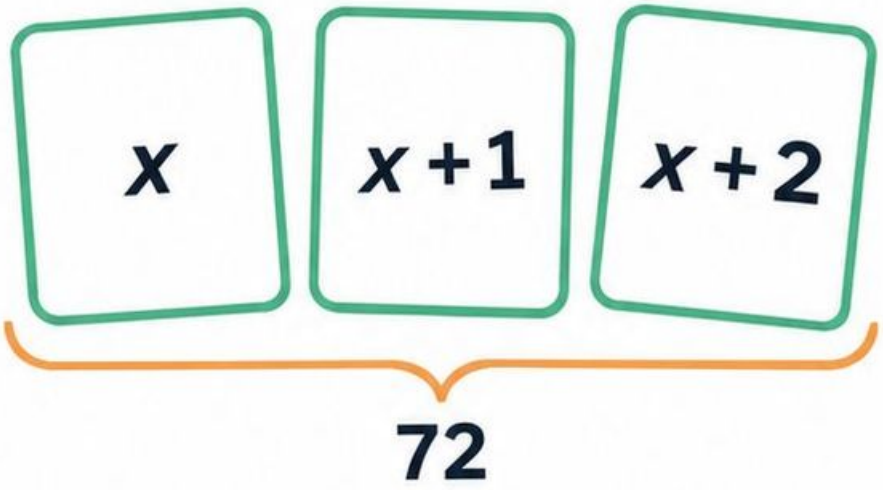
Kolejne liczby

M03-050 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: tworzysz równanie na podstawie warunków zadania.

Ćwicz

- Suma trzech kolejnych liczb całkowitych wynosi 72. Oznacz najmniejszą x i zapisz pozostałe. Znajdź wszystkie trzy.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Bilety z opłatą grupową

M03-051 • Klasy 7–8 • *15* minut

Cel: tworzysz równanie na podstawie warunków zadania.

Zastosuj

Dziewięć biletów i wspólna opłata 27 zł kosztują 216 zł. Ile kosztuje bilet? Zapisz znaczenie niewiadomej i sprawdź koszt.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

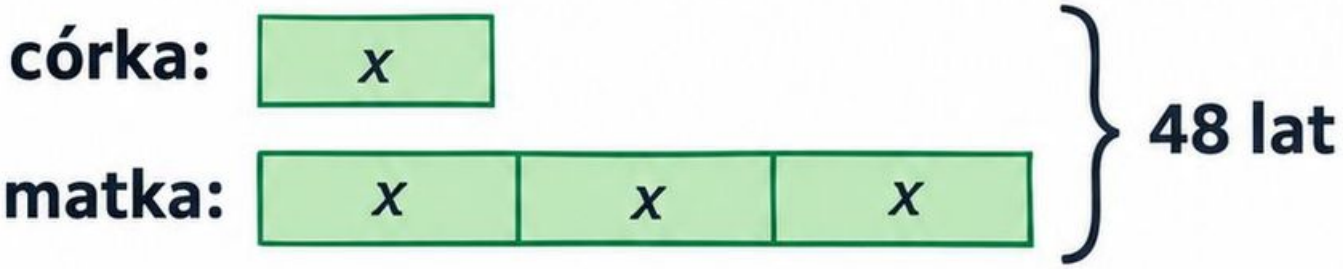
Źle nazwane niewiadome

M03-052 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: tworzysz równanie na podstawie warunków zadania.

Popraw błąd

Zadanie: matka jest 3 razy starsza od córki, razem mają 48 lat. Kuba przyjął x jako wiek córki, ale zapisał $x+x+3=48$. Popraw model i rozwiąż.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Ten sam prostokąt

M03-053 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: tworzysz równanie na podstawie warunków zadania.

Porównaj w parze

W parze obliczcie boki prostokąta o obwodzie 54 cm, gdy dłuższy bok jest o 5 cm większy. Jedna osoba oznacza krótszy bok, druga dłuższy.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

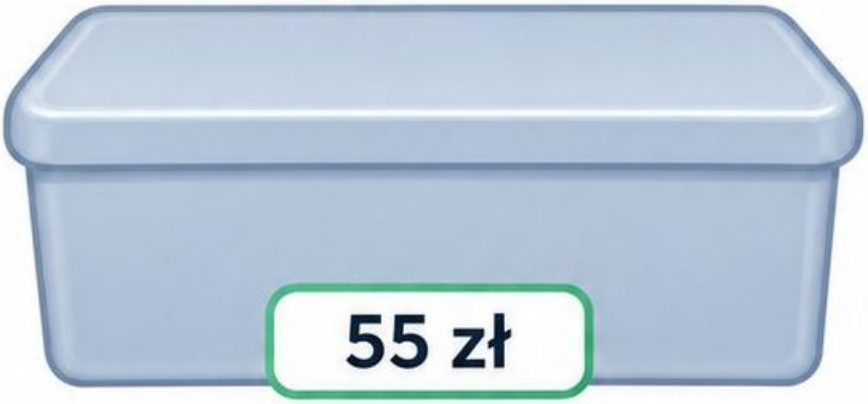
Warunek całkowitości

M03-054 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: tworzysz równanie na podstawie warunków zadania.

Podejmij wyzwanie

W pudełku są monety 2 zł i 5 zł. Monet 2 zł jest o 3 więcej niż monet 5 zł. Łączna wartość wynosi 55 zł. Czy dane pozwalają na taki zestaw? Uzasadnij równaniem.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

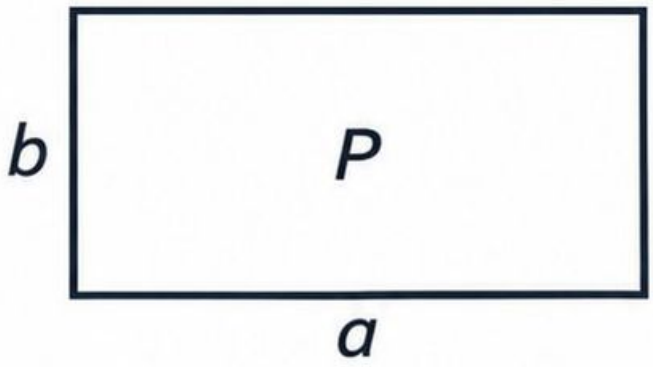
Pole i nieznany bok

M03-055 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: przekształcasz wzór i określasz warunki dzielenia.

Odkrywaj

Prostokąt ma pole P i bok $a>0$. Narysuj model i wyprowadź wzór na drugi bok b. Oblicz b dla $P=54\ \text{cm}^2$, $a=6\ \text{cm}$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wyznacz wskazaną literę

M03-056 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: przekształcasz wzór i określasz warunki dzielenia.

Ćwicz

Z wzoru $v=s/t$ wyznacz t przy $v\neq 0$. Z wzoru $P=(a+b)h/2$ wyznacz h przy $a+b\neq 0$.

$$v = \frac{s}{t}$$

$v\neq 0$

$$P = \frac{(a+b)h}{2}$$

$a+b\neq 0$

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Przewód wokół działki

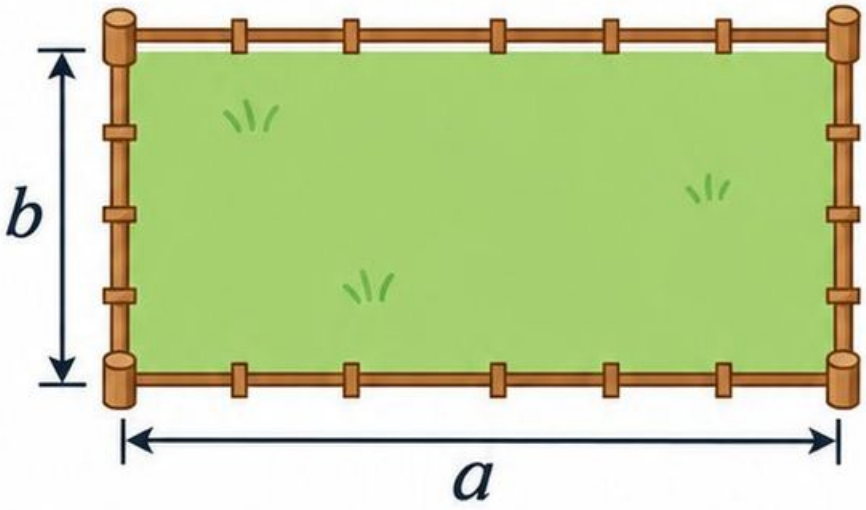
M03-057 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: przekształcasz wzór i określasz warunki dzielenia.

Zastosuj

Obwód prostokąta $L=2a+2b$.

Wyznacz b. Oblicz b, jeśli $L=86$ m, $a=18$ m.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Cały licznik przez dwa

M03-058 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: przekształcasz wzór i określasz warunki dzielenia.

Popraw błąd

Ania z $P=2x+6$ wyznaczyła $x=P/2-6$.
Popraw wzór i sprawdź dla $P=20$.

$$\frac{P-6}{2}$$

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwie równoważne postacie

M03-059 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: przekształcasz wzór i określasz warunki dzielenia.

Porównaj w parze

W parze wyznaczcie a z $P=ah+bh$, gdzie $h\neq 0$.
Porównajcie wyniki $P/h-b$ i $(P-bh)/h$.
Sprawdźcie ich równoważność.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

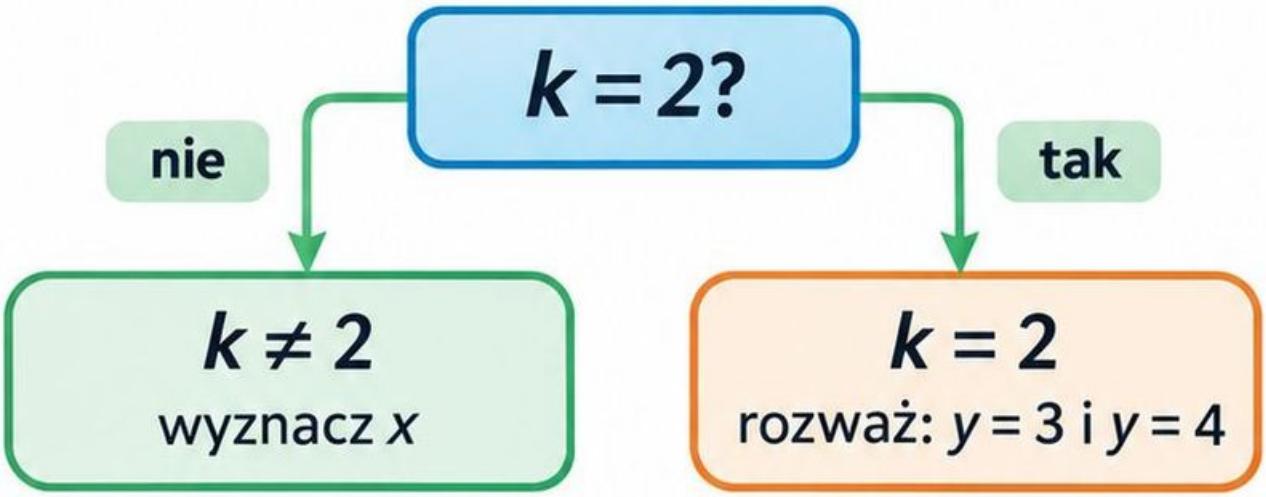
Gdy współczynnik może być zerem

M03-060 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: przekształcasz wzór i określasz warunki dzielenia.

Podejmij wyzwanie

Rozważ wzór $y=(k-2)x+3$. Wyznacz x dla $k \neq 2$. Co wynika z równania, jeżeli $k=2$ i $y=3$, a co gdy $k=2$ i $y=4$?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Nie jeden punkt

M03-061 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz nierówność i przedstawiasz zbiór rozwiązań.

Odkrywaj

- **Na osi zaznacz liczby spełniające $x+3<7$. Podaj trzy przykłady i granicę, która nie należy do zbioru.**



- **Zapisz obliczenia i uzasadnienie:** _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Ujemny dzielnik

M03-062 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz nierówność i przedstawiasz zbiór rozwiązań.



Ćwicz

- Rozwiąż $-4x \geq 12$ oraz $3x - 5 < 10$. Zapisz, kiedy zmieniasz zwrot nierówności.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

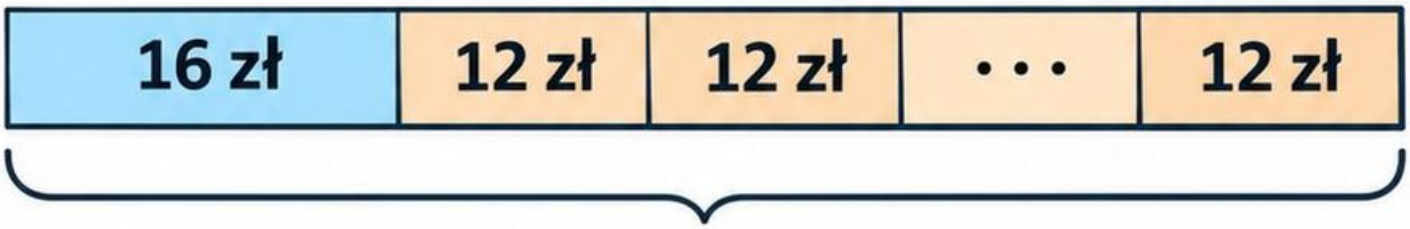
Budżet na bilety

M03-063 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz nierówność i przedstawiasz zbiór rozwiązań.

Zastosuj

Masz 100 zł. Opłata stała wynosi 16 zł, a bilet 12 zł. Ile maksymalnie biletów możesz kupić? Zapisz nierówność dla całkowitego $n \geq 0$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Zwrot do poprawy

M03-064 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz nierówność i przedstawiasz zbiór rozwiązań.

Popraw błąd

Michał z $-2x<8$ otrzymał $x<-4$.
Popraw wynik i sprawdź na $x=0$.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwie drogi do przedziału

M03-065 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz nierówność i przedstawiasz zbiór rozwiązań.

Droga 1

Rozwiń nawias, a potem rozwiąż nierówność.

Droga 2

Odejmij x przed rozwinięciem, a potem rozwiąż nierówność.



11

Porównaj w parze

W parze rozwiążcie $2(x-3)\leq x+5$. Jedna osoba rozwija nawias, druga odejmuje x przed rozwinięciem. Zapiszcie przedział rozwiązań.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wspólne ograniczenia

M03-066 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz nierówność i przedstawiasz zbiór rozwiązań.

Podejmij wyzwanie

Znajdź wszystkie liczby całkowite spełniające jednocześnie $3x-2>4$ i $2x+1\leq 11$. Zapisz najpierw ograniczenia dla x.

$3x-2>4$



$2x+1\leq 11$



Wspólny zbiór

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

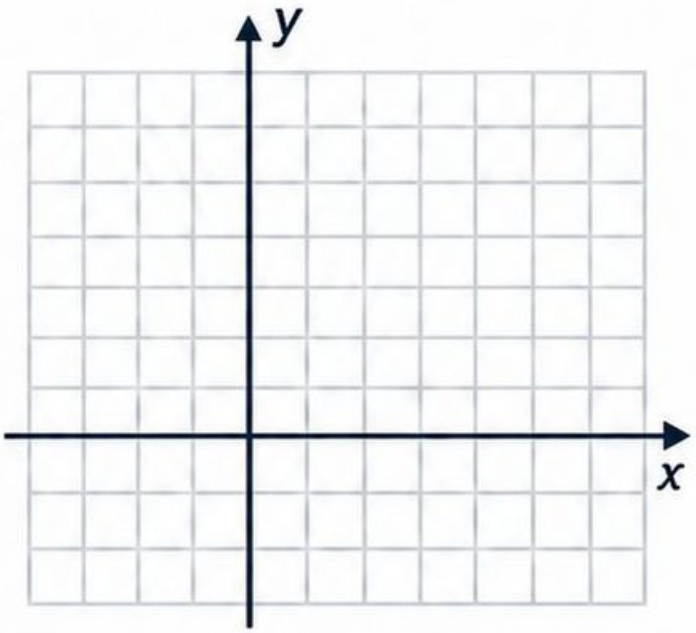
Wspólny punkt

M03-067 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz układ dwóch równań liniowych.

Odkrywaj

- Narysuj proste $y=x+1$ i $y=-x+5$, korzystając z dwóch punktów każdej. Odczytaj przecięcie i sprawdź w równaniach.



- Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

- **Sprawdź wynik i warunki zadania.**

Podstawienie krok po kroku

M03-068 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz układ dwóch równań liniowych.

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ x + y = 11 \end{cases}$$

$$x + (2x - 1) = 11$$

Ćwicz

- Rozwiąż układ $y=2x-1$ oraz $x+y=11$ metodą podstawiania. Sprawdź obie równości.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

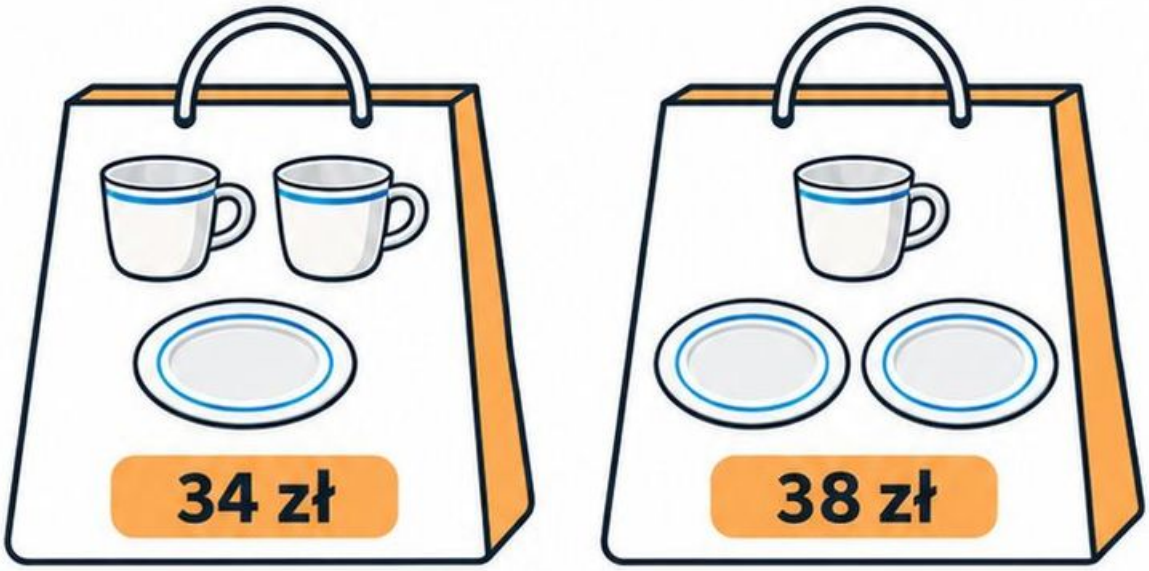
Dwie ceny

M03-069 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz układ dwóch równań liniowych.

Zastosuj

Dwa kubki i 1 talerz kosztują 34 zł, a 1 kubek i 2 talerze 38 zł. Zapisz układ i oblicz ceny.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

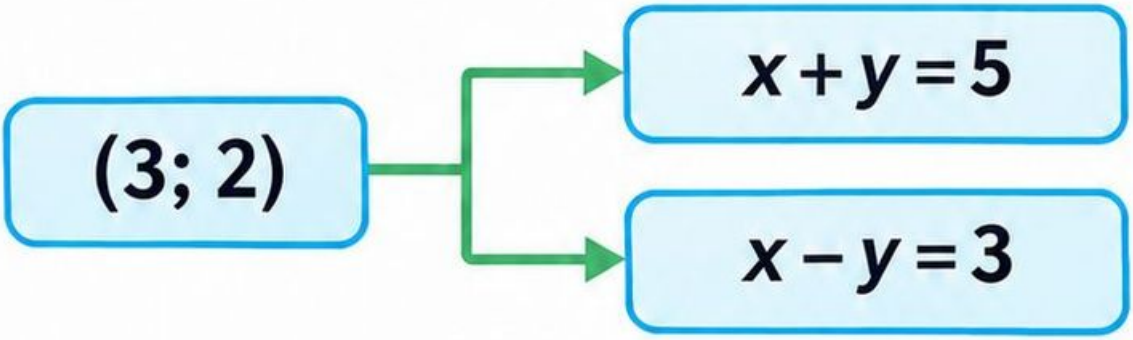
Jedno równanie nie wystarczy

M03-070 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz układ dwóch równań liniowych.

Popraw błąd

Ola podaje (3; 2) jako rozwiązanie układu $x+y=5$, $x-y=3$. Sprawdź obie równości i znajdź poprawną parę.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dodaj czy podstaw?

M03-071 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz układ dwóch równań liniowych.

Porównaj w parze

W parze rozwiążcie $2x+3y=17$ oraz $2x-y=5$.
Porównajcie odejmowanie równań z podstawieniem $y=2x-5$.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Ile rozwiązań?

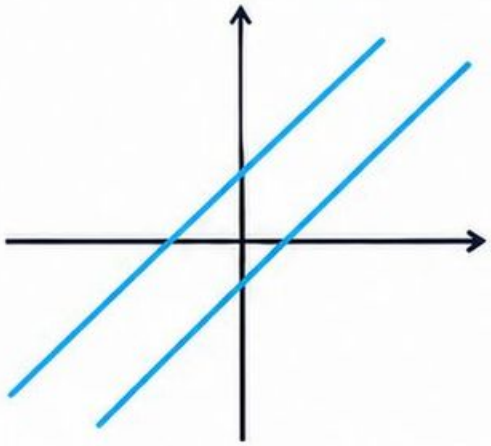
M03-072 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz układ dwóch równań liniowych.

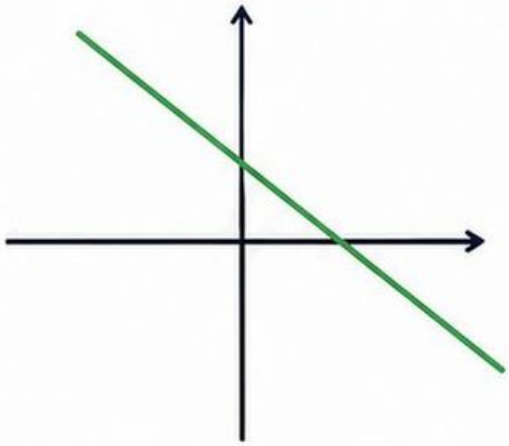
Podejmij wyzwanie

- **Oceń układy:** $y=2x+1$, $y=2x-3$ oraz $y=-x+4$, $2y=-2x+8$. **Opisz wzajemne położenie prostych.**

Proste równoległe



Proste pokrywające się



- **Zapisz obliczenia i uzasadnienie:** _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

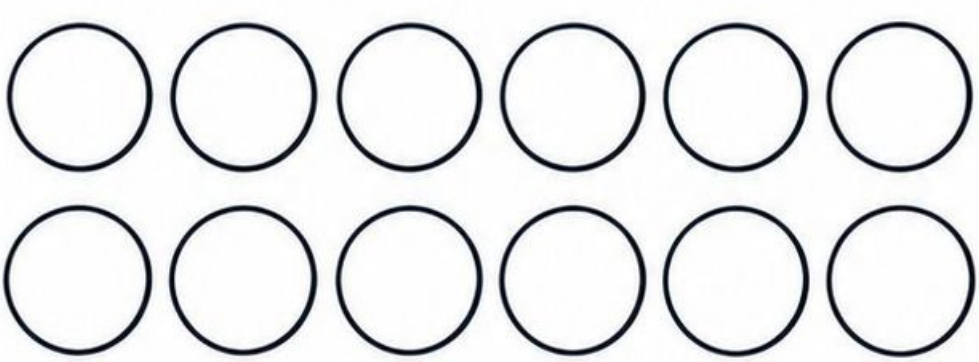
Dwa rodzaje żetonów

M03-073 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: tworzysz układ opisujący dwie niewiadome.

Odkrywaj

Jest 12 żetonów o wartościach 2 i 5 punktów. Razem mają 42 punkty. Narysuj model, zapisz układ i oblicz liczby żetonów.



2 – 2 punkty

5 – 5 punktów

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

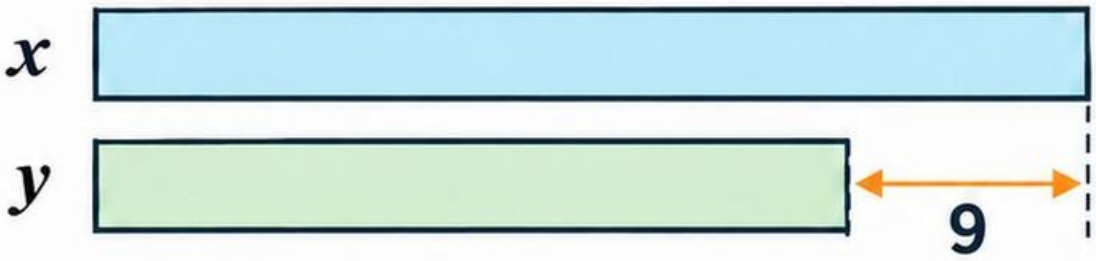
Suma i różnica

M03-074 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: tworzysz układ opisujący dwie niewiadome.

Ćwicz

Suma dwóch liczb wynosi 47, a ich różnica 9. Zapisz układ, zaczynając od oznaczenia większej liczby x. Oblicz obie.



$$x+y=47$$

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Bilety do teatru

M03-075 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: tworzysz układ opisujący dwie niewiadome.

Zastosuj

Sprzedano 30 biletów: normalne po 28 zł i ulgowe po 18 zł. Wpływy wyniosły 640 zł. Ile biletów każdego rodzaju sprzedano?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

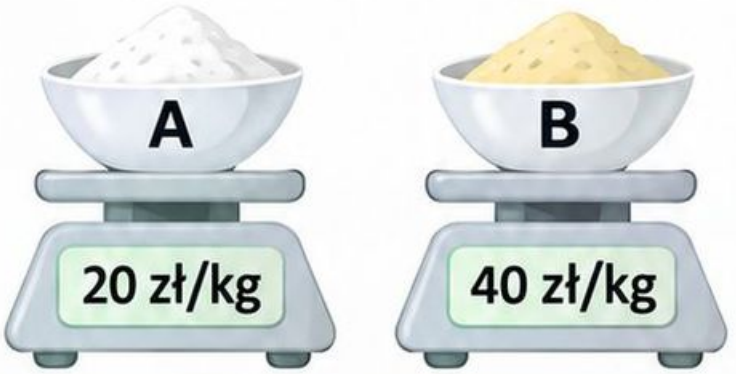
Jednostki w równaniu

M03-076 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: tworzysz układ opisujący dwie niewiadome.

Popraw błąd

Mieszanka masowa ma 500 g. Zawiera składnik A po 20 zł/kg i B po 40 zł/kg. Koszt składników wynosi 16 zł. Uczeń zapisuje $20a+40b=16$ dla mas w gramach. Popraw model i oblicz masy.



1 kg = 1000 g

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwie metody, to samo zadanie

Cel: tworzysz układ opisujący dwie niewiadome.

Porównaj w parze

W parze znajdźcie dwa dodatnie boki prostokąta, którego obwód wynosi 38 cm, a różnica boków 5 cm. Jedna osoba używa układu, druga jednego równania.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Czy dane są możliwe?

M03-078 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: tworzysz układ opisujący dwie niewiadome.

Podejmij wyzwanie

W kasie jest 17 monet, wyłącznie 2 zł i 5 zł, o łącznej wartości 60 zł. Sprawdź, czy taki zestaw istnieje. Uwzględnij całkowitość liczby monet.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

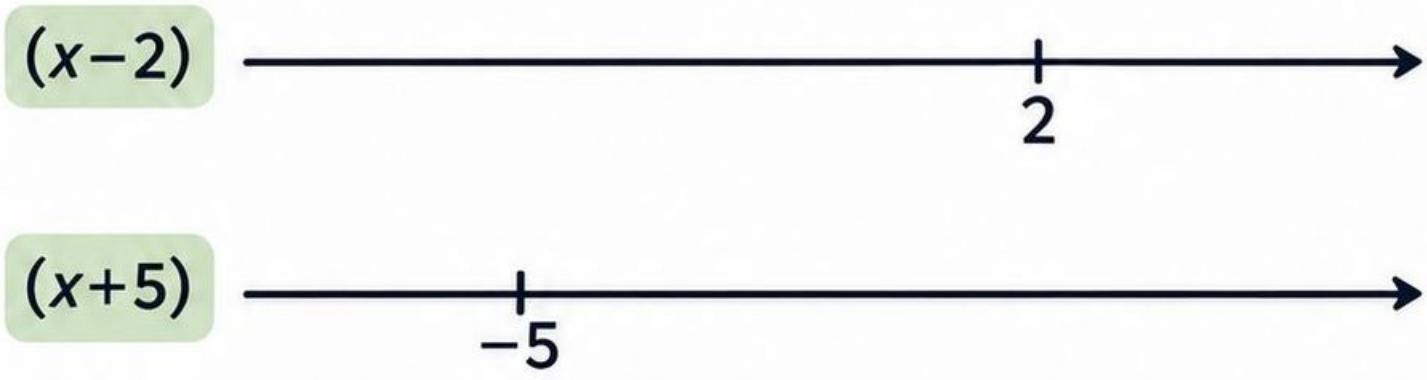
Gdzie iloczyn znika?

M03-079 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz równania kwadratowe w liczbach rzeczywistych.

Odkrywaj

Narysuj oś i zaznacz miejsca zerowe czynników $(x-2)$ i $(x+5)$. Rozwiąż $(x-2)(x+5)=0$. Wyjaśnij regułę iloczynu zerowego.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Delta porządkuje rachunek

M03-080 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz równania kwadratowe w liczbach rzeczywistych.

Ćwicz

Rozwiąż $x^2-5x+6=0$ wzorem z deltą. Podaj a, b, c, deltę i oba pierwiastki.

$a =$	$b =$	$c =$
$\Delta =$	$x_1 =$	$x_2 =$

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Boki rabaty

M03-081 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz równania kwadratowe w liczbach rzeczywistych.

Zastosuj

Prostokąt ma pole 48 m², a dłuższy bok jest o 2 m większy od krótszego. Ułóż równanie kwadratowe i wybierz rozwiązanie zgodne z długościami.



- **A** 6 m i 8 m
- **B** 5 m i 10 m
- **C** 4 m i 12 m
- **D** 7 m i 9 m

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwa znaki pierwiastka

M03-082 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz równania kwadratowe w liczbach rzeczywistych.

Popraw błąd

Z równania $x^2=49$ Paweł otrzymał tylko $x=7$. Uzupełnij rozwiązania. Następnie rozwiąż $x^2=-9$ w liczbach rzeczywistych.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Rozkład kontra delta

M03-083 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz równania kwadratowe w liczbach rzeczywistych.

Porównaj w parze

W parze rozwiążcie $2x^2-8x=0$. Jedna osoba wyłącza $2x$, druga stosuje deltę. Sprawdźcie, czy dzielenie przez x nie zgubi rozwiązania.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

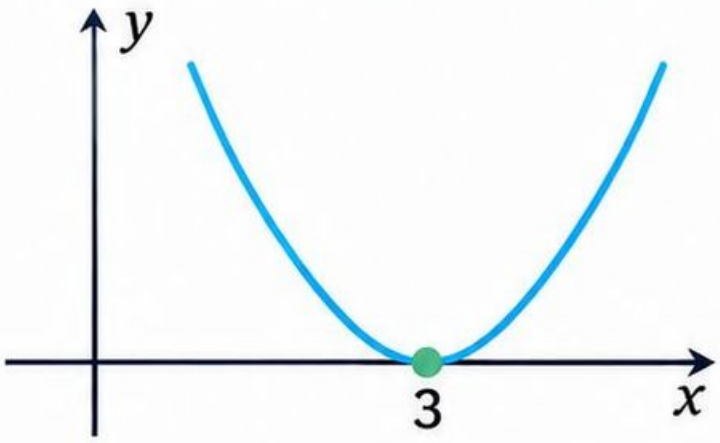
Jeden podwójny pierwiastek

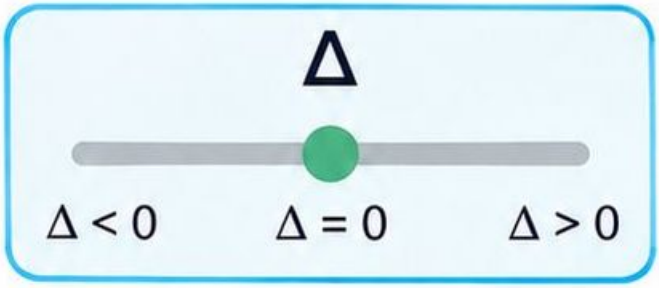
M03-084 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: rozwiązujesz równania kwadratowe w liczbach rzeczywistych.

Podejmij wyzwanie

Dla jakiej liczby k równanie $x^2-6x+k=0$ ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste? Podaj je i zapisz kwadrat dwumianu.





Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

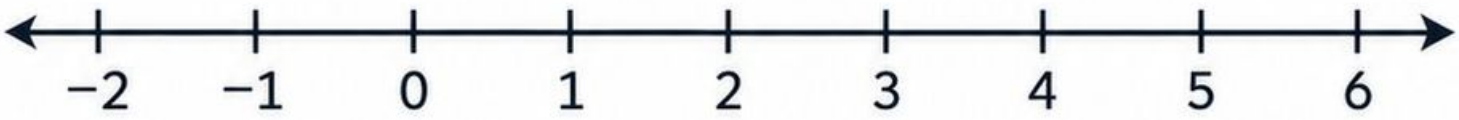
Mianownik wyznacza zakaz

M03-085 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: wyznaczasz dziedzinę i sprawdzasz równanie wymierne.

Odkrywaj

Na osi zaznacz dziedzinę równania $\frac{3}{x-2}=1$. Rozwiąż równanie i sprawdź, czy wynik należy do dziedziny.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wspólny mianownik

M03-086 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: wyznaczasz dziedzinę i sprawdzasz równanie wymierne.

Ćwicz

- **Rozwiąż** $\frac{1}{x}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$. Najpierw podaj dziedzinę, a potem pomnóż obie strony przez $4x$.





Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

- **Sprawdź wynik i warunki zadania.**

Czas wykonania odcinka

M03-087 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: wyznaczasz dziedzinę i sprawdzasz równanie wymierne.

Zastosuj

Czas przejazdu 36 km to $\frac{36}{v}$ godzin dla $v > 0$. Dla jakiej prędkości czas wynosi 1,5 h? Zapisz równanie wymierne.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Pozorne rozwiązanie

M03-088 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: wyznaczasz dziedzinę i sprawdzasz równanie wymierne.

Popraw błąd

Uczeń skraca równanie $\frac{(x-1)}{(x-1)}=x$ do $1=x$ i podaje $x=1$. Sprawdź dziedzinę i popraw wniosek.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwie metody, jedna kontrola

Cel: wyznaczasz dziedzinę i sprawdzasz równanie wymierne.

Porównaj w parze

W parze rozwiążcie $\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x+3}$. Jedna osoba mnoży przez oba mianowniki, druga porównuje iloczyny krzyżowe. Sprawdźcie wynik.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Parametr przy mianowniku

M03-090 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: wyznaczasz dziedzinę i sprawdzasz równanie wymierne.

Podejmij wyzwanie

Rozwiąż $\frac{x^2-4}{x-2}=5$. Podaj dziedzinę przed skracaniem. Sprawdź otrzymany wynik w pierwotnym równaniu.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

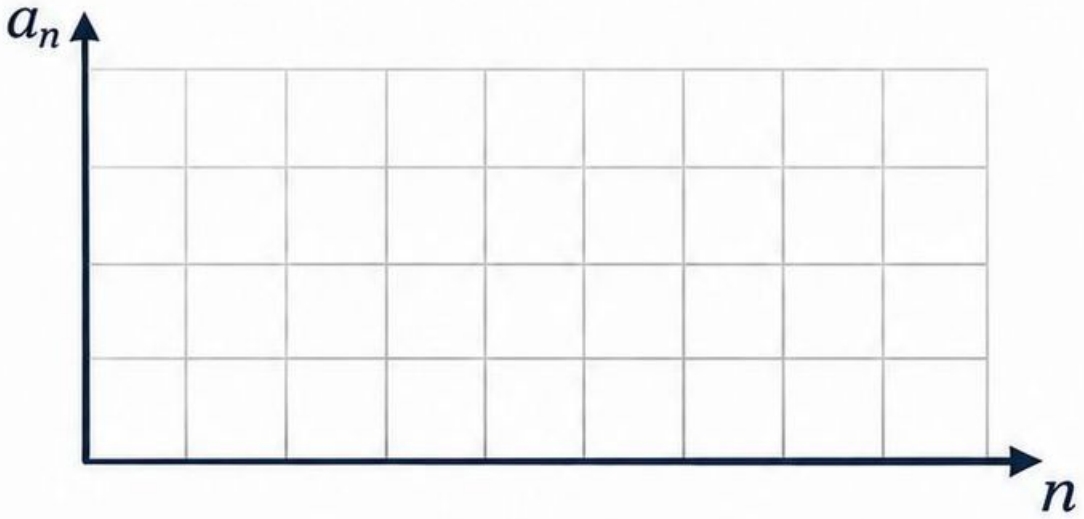
Schody ze stałym przyrostem

M03-091 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz stałą różnicę ciągu arytmetycznego.

Odkrywaj

» Kolejne wyrazy to 7; 11; 15; 19. Zaznacz je na wykresie punktowym. Wyznacz różnicę i wzór a_n dla $n \geq 1$. Oblicz a_{10}.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wyraz i suma

M03-092 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz stałą różnicę ciągu arytmetycznego.

Ćwicz

Dla ciągu $a_1=5$, $r=3$ oblicz a_{20} oraz sumę pierwszych 20 wyrazów. Użyj $S_n=n(a_1+a_n)/2$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Oszczędzanie tygodniowe

M03-093 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz stałą różnicę ciągu arytmetycznego.

Zastosuj

W pierwszym tygodniu odkładasz 12 zł, a w każdym kolejnym o 4 zł więcej. Ile odłożysz w 8. tygodniu i łącznie przez 8 tygodni?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Numeracja od jednego

M03-094 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz stałą różnicę ciągu arytmetycznego.

Popraw błąd

Dla ciągu 3; 8; 13;... Ola zapisała $a_n = 3 + 5n$.
Popraw wzór i sprawdź dla $n = 1$ i $n = 4$.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwa opisy jednego ciągu

M03-095 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz stałą różnicę ciągu arytmetycznego.

Porównaj w parze

W parze porównajcie $a_n = 2n + 6$ oraz $b_1 = 8$, $b_{n+1} = b_n + 2$. Obliczcie pierwsze 3 wyrazy i uzasadnijcie zgodność dla każdego $n \geq 1$.

$a_n = 2n + 6$

$b_1 = 8,\ b_{n+1} = b_n + 2$

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M03-096 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Który wyraz wynosi 100?



Cel: stosujesz stałą różnicę ciągu arytmetycznego.

Podejmij wyzwanie

Ciąg arytmetyczny ma $a_1=4$ i $r=6$. Czy 100 jest jego wyrazem? Jeżeli tak, podaj numer. Czy 101 należy do tego ciągu?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

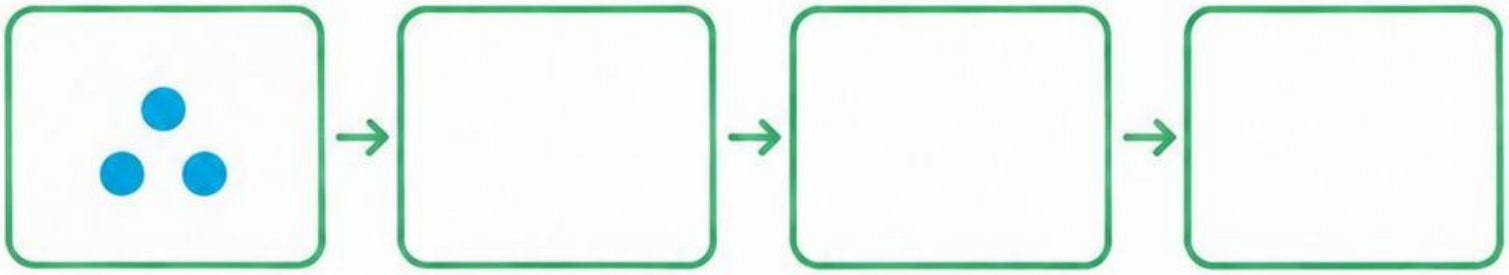
Podwajanie wzoru

M03-097 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz stały iloraz ciągu geometrycznego.

Odkrywaj

Narysuj pierwsze 4 etapy, w których liczba kropek wynosi 3; 6; 12; 24. Podaj iloraz i wzór a_n. Oblicz szósty wyraz.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

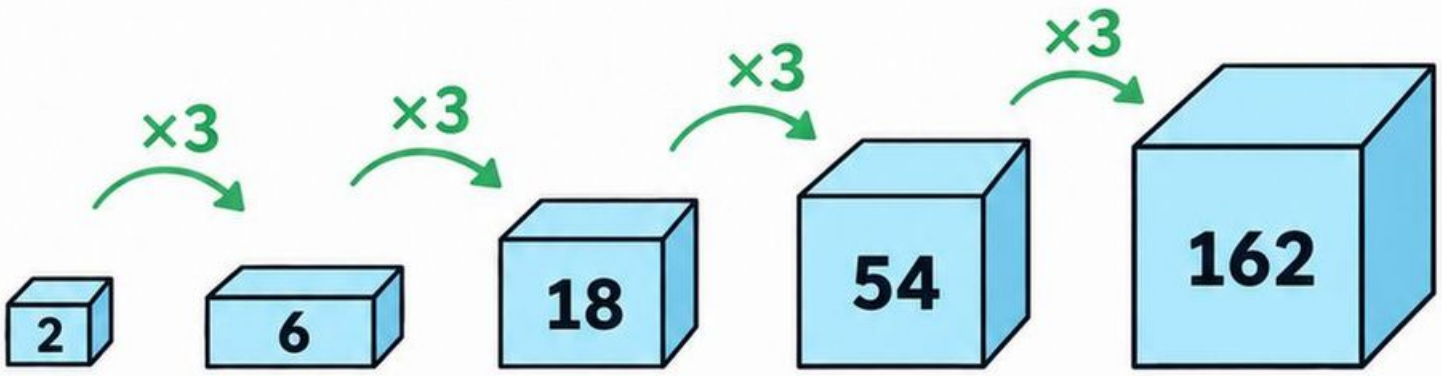
Potęga i suma

M03-098 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz stały iloraz ciągu geometrycznego.

Ćwicz

Dla ciągu $a_1=2$, $q=3$ oblicz a_5 i sumę pierwszych 5 wyrazów. Możesz zsumować 2+6+18+54+162.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

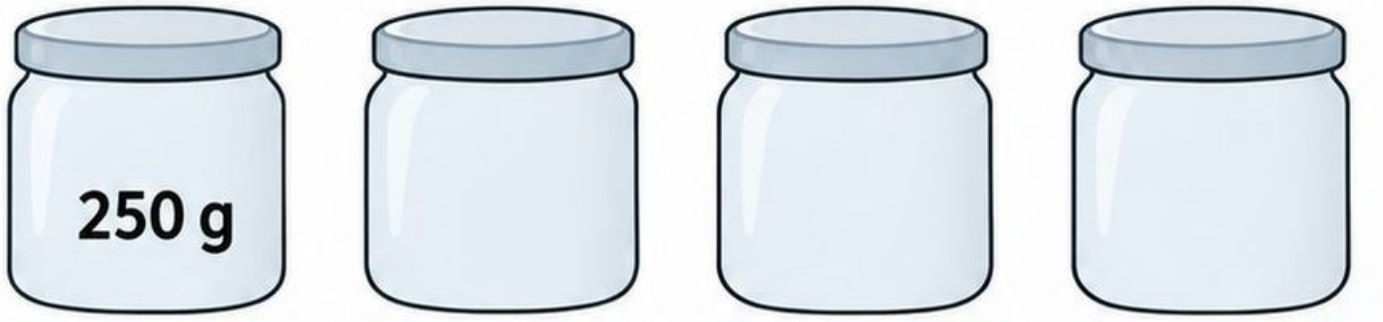
Zanikanie w modelu

M03-099 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz stały iloraz ciągu geometrycznego.

Zastosuj

W modelu ilość substancji po każdym etapie maleje o 20%. Początkowo jest 250 g. Ile będzie po 3 etapach? Przyjmij brak innych zmian.



początek | po 1 etapie | po 2 etapach | po 3 etapach

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Różnica czy iloraz?

M03-100 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz stały iloraz ciągu geometrycznego.

Popraw błąd

Jan uznaje ciąg 2; 6; 18; 54 za arytmetyczny z różnicą 4. Popraw i podaj następny wyraz. Sprawdź różnice sąsiednich wyrazów.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwa sposoby obliczania

M03-101 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz stały iloraz ciągu geometrycznego.

Porównaj w parze

W parze obliczcie siódmy wyraz ciągu $a_1=64$, $q=\frac{1}{2}$. Jedna osoba stosuje wzór, druga sześć razy dzieli przez 2. Porównajcie i wyjaśnijcie liczbę sześciu zmian.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wyznacz iloraz i jego znak

M03-102 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: stosujesz stały iloraz ciągu geometrycznego.

Podejmij wyzwanie

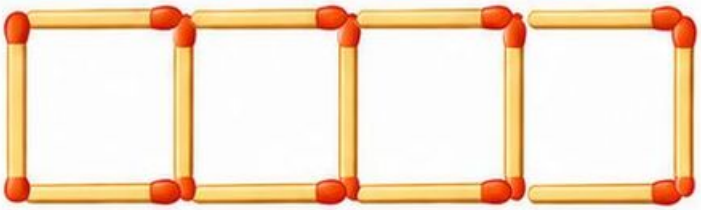
Ciąg geometryczny ma $a_1 = 4$ i $a_3 = 36$. Znajdź wszystkie rzeczywiste ilorazy q. Dla każdego podaj a_2 i a_4.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wzory i uogólnienia — odpowiedzi

Wzory i uogólnienia



Klucz odpowiedzi

M03-001:

4; 7; 10; $3n+1$; $5 \to 16$.

M03-002:

$3n+2$; 62.

M03-003:

$2n+2$; 8 i 18 miejsc.

M03-004:

$4n$ daje 8 zamiast 7; $3n+1$.

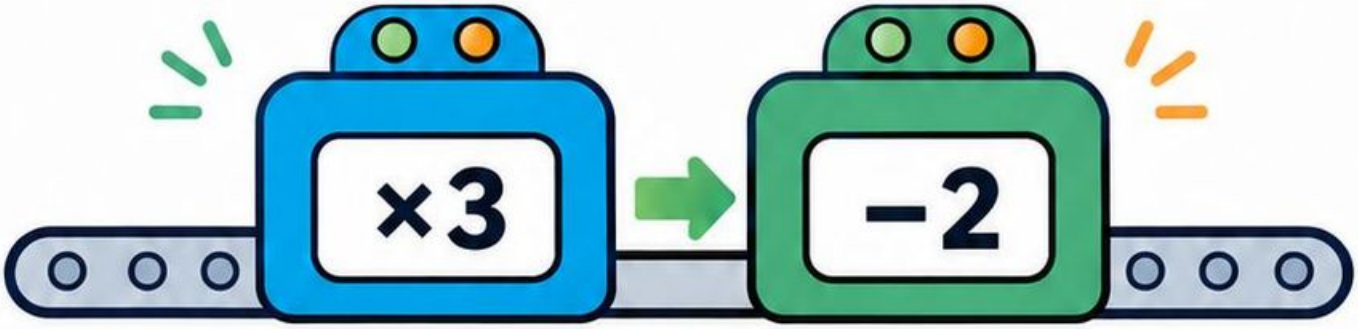
M03-005:

Tak; wyniki 5; 11; 23; $5+2n-2=2n+3$.

M03-006:

101: $n=25$; 100: $n=24{,}75$, więc nie.

Wyrażenia i podstawianie – odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

Wyrażenia i podstawianie

M03-007:

$3x-2$; -2; 4; -5.

M03-008:

$8-15=-7$; $18+3=21$.

M03-009:

$10+0{,}4n$; 24 zł.

M03-010:

$(-3)^2=9$; $9-6=3$.

M03-011:

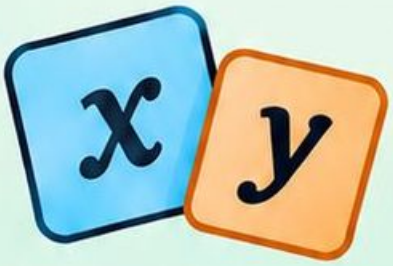
-4; drugi zapis 64, nie jest równoważny.

M03-012:

$a=7$, $b=7$; -7;
$2p-1-2(p+3)=-7$.

Wyrazy podobne – odpowiedzi

Klucz odpowiedzi



Wyrazy podobne

M03-013

$7x+2y$; 24.

M03-014

$3a+4b$; $3x^2-5x$.

M03-015

$8x+3y$ zł.

M03-016

Lewa 7, prawa 10; $3a$ i $2b$ nie są podobne.

M03-017

$5m-5$; dla -2; -15.

M03-018

$k=-2$; wartość -2.

Rozdzielność mnożenia — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Rozdzielność mnożenia



M03-019

$5(x+3)=5x+15$; 35.



M03-020

$6x-15-2x-8=4x-23$.



M03-021

$7(b+6)=7b+42$; 168 zł.



M03-022

$-3x+12$; dla 0:12.



M03-023

$460-23=437$;
$380+57=437$.



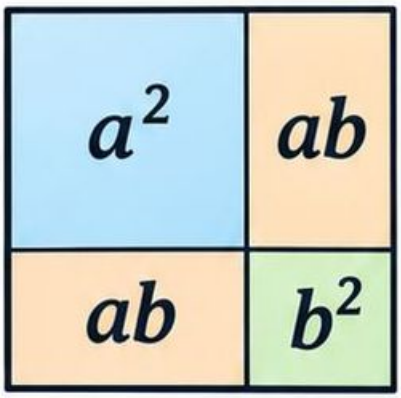
M03-024

$37\times100=3700$;
np $25\times40+25\times60=2500$.

Wzory skróconego mnożenia — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Wzory skróconego mnożenia



M03-025:

$a^2+2ab+b^2$; 25.

M03-026:

$x^2+10x+25$;
$4x^2-12x+9$;
x^2-49.

M03-027:

$(x+4)^2-x^2=8x+16$;
112 m².

M03-028:

$25 \neq 13$;
brakuje 2 ab.

M03-029:

9801;
$101 \times 99 = 10000-1 = 9999$.

M03-030:

24;
$(5y-6)(5y+6)$.

Rozkład na czynniki — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Rozkład na czynniki

M03-031:

$6x+9=3(2x+3)$; 21.

M03-032:

$6a(2a-3)$; $(x-8)(x+8)$.

M03-033:

$4x+28=4(x+7)$; 64.

M03-034:

$4(2x+3)$; mnożenie daje $8x+12$.

M03-035:

Tak; oba $3x^2-6x$.

M03-036:

$(x+3)^2$; $x=-3$.

Równania jednego działania — odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

Równania jednego działania

M03-037:
$x+7=19$; $x=12$.

M03-038:
$x=5$; $x=7$; $x=-24$.

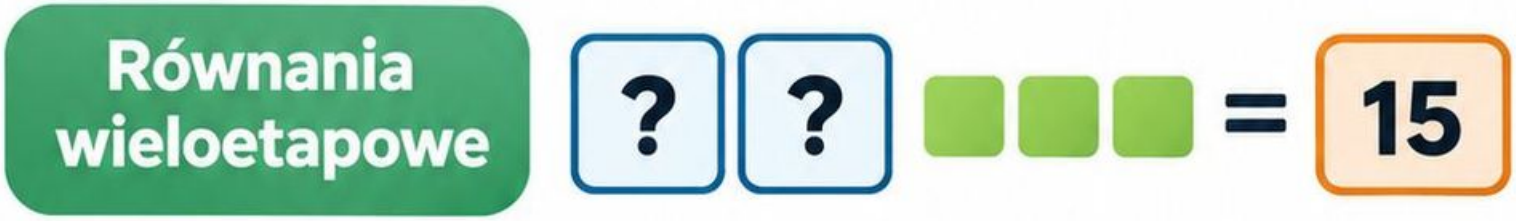
M03-039:
$c=3{,}50$ zł.

M03-040:
$x=5$; $5+9=14$.

M03-041:
$x=-6$; $-3\times(-6)=18$; 6 daje −18.

M03-042:
Pierwsze $x=0$; drugie brak rozwiązań; nie dzielimy przez 0.

Równania wieloetapowe – odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

M03-043

M03-043: $x=6$; $2\times6+3=15$.

M03-044

M03-044: $3x-2=2x+9$; $x=11$.

M03-045

M03-045: $12+8h=68$; $h=7$.

M03-046

M03-046: Przy dzieleniu przez 2 także $6\to3$; $x+3=9$; $x=6$.

M03-047

M03-047: $x=5$; lewa 18, prawa 18.

M03-048

M03-048: Pierwsze każde x rzeczywiste; drugie brak, bo $-3=2$.

Zadania z równaniami — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Zadania z równaniami



M03-049

M03-049: x+x+6=24; x=9; długości 9 cm i 15 cm.

M03-050

M03-050: x+(x+1)+(x+2)=72; 23; 24; 25.

M03-051

M03-051: 9 x+27=216; x=21 zł.

M03-052

M03-052: x+3 x=48; córka 12, matka 36 lat.

M03-053

M03-053: Krótszy 11 cm, dłuższy 16 cm; 2 x+2(x+5)=54.

M03-054

M03-054: 5 x+2(x+3)=55; x=7; tak, 7 monet 5 zł i 10 monet 2 zł.

Przekształcanie wzorów – odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Przekształcanie wzorów

M03-055

$b=P/a$; 9 cm.

M03-056

$t=s/v$;
$h=2P/(a+b)$.

M03-057

$b=(L-2a)/2=$
$L/2-a$; 25 m.

M03-058

$x=(P-6)/2=$
$P/2-3$; 7.

M03-059

Oba poprawne;
$a=P/h-b=$
$(P-bh)/h$.

M03-060

$x=(y-3)/(k-2)$;
$k=2, y=3$: każde x;
$k=2, y=4$: brak.

Nierówności liniowe — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Nierówności liniowe

M03-061:
$x<4$; np. 0; 2; 3; 4 wykluczone.

M03-062:
$x \leq -3$; $x<5$; przy dzieleniu przez liczbę ujemną.

M03-063:
$16+12n \leq 100$; $n \leq 7$; maksymalnie 7.

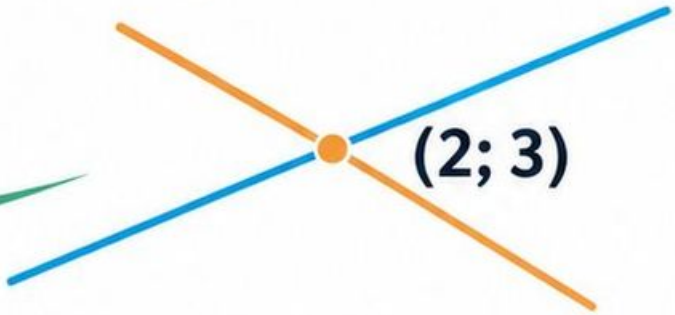
M03-064:
$x>-4$; 0 spełnia $-0<8$.

M03-065:
$x \leq 11$; $(-\infty; 11]$.

M03-066:
$x>2$ i $x \leq 5$; 3; 4; 5.

Układy równań — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi



Układy równań

M03-067:

(2; 3); 3=2+1; 3=−2+5.

M03-068:

$x=4$; $y=7$.

M03-069:

$2k+t=34$; $k+2t=38$; $k=10$ zł, $t=14$ zł.

M03-070:

(3; 2) nie spełnia drugiej; poprawnie (4; 1).

M03-071:

$y=3$; $x=4$.

M03-072:

Pierwszy brak, równoległe różne; drugi nieskończenie wiele, ta sama prosta.

Zadania z układadami – odpowiedzi

Zadania z układami

2 pkt	2 pkt	2 pkt	2 pkt	2 pkt	2 pkt
5 pkt	5 pkt	5 pkt	5 pkt	5 pkt	5 pkt

Klucz odpowiedzi

M03-073

$x+y=12;$
$2x+5y=42;$
$x=6,\ y=6.$

M03-074

$x+y=47;$
$x-y=9;$
$x=28,\ y=19.$

M03-075

$n+u=30;$
$28n+18u=640;$
$n=10,\ u=20.$

M03-076

$a+b=500;$
$0{,}02a+0{,}04b=16;$
$a=200\ \text{g},\ b=300\ \text{g}.$

M03-077

$2a+2b=38;$
$a-b=5;$
$a=12\ \text{cm},\ b=7\ \text{cm}.$

M03-078

$x+y=17;$
$2x+5y=60;$
$y=26/3;$
zestaw niemożliwy.

Równania kwadratowe — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Równania kwadratowe



M03-079

$x=2$ lub -5; iloczyn 0, gdy co najmniej jeden czynnik 0.

M03-080

$a=1$, $b=-5$, $c=6$; $\Delta=1$; $x=2$ lub $x=3$.

M03-081

$x(x+2)=48$; $x=6$ lub $x=-8$; długości 6 m i 8 m.

M03-082

$x=-7$ lub 7; drugie brak rozwiązań rzeczywistych.

M03-083

$x=0$ lub $x=4$; dzielenie przez x zgubi 0.

M03-084

$\Delta=36-4k=0$; $k=9$; $x=3$; $(x-3)^2=0$.

Równania wymierne i dziedzina — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Równania wymierne i dziedzina

M03-085:
$x \neq 2$; $3 = x - 2$; $x = 5$.

M03-086:
$x \neq 0$; $4 + 2x = 3x$; $x = 4$.

M03-087:
$36/v = 1{,}5$; $v = 24$ km/h.

M03-088:
Dziedzina $x \neq 1$; otrzymane $x = 1$ wykluczone; brak rozwiązań.

M03-089:
$x \neq -1$ oraz $x \neq -3$; $2x + 6 = 4x + 4$; $x = 1$.

M03-090:
$x \neq 2$; $x + 2 = 5$; $x = 3$; $5/1 = 5$.

Ciąg arytmetyczny — odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

Ciąg arytmetyczny

M03-091:

$r=4$; $a_n=7+4(n-1)=4n+3$; $a_{10}=43$.

M03-092:

$a_{20}=62$; $S_{20}=670$.

M03-093:

$a_8=40$ zł; $S_8=208$ zł.

M03-094:

$a_n=3+5(n-1)=5n-2$; $a_1=3$, $a_4=18$.

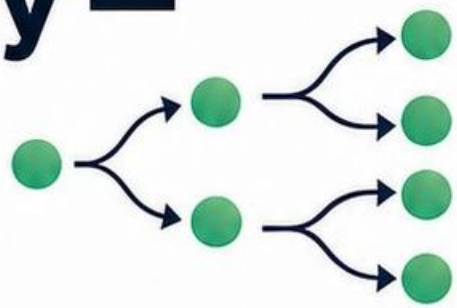
M03-095:

8; 10; 12; oba początek 8 i różnica 2.

M03-096:

$4+6(n-1)=100$; $n=17$; 101 nie, bo n niecałkowite.

Ciąg geometryczny — odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

Ciąg geometryczny

M03-097

$q=2$; $a_n=3\times2^{n-1}$;
$a_6 = 96$.

M03-098

$a_5 = 162$; $S_5 = 242$.

M03-099

$250\times0{,}8^3=128$ g.

M03-100

Geometryczny $q=3$;
następny 162;
różnice 4; 12; 36
nie są stałe.

M03-101

$a_7 = 1$; od pierwszego do siódmego 6 przejść.

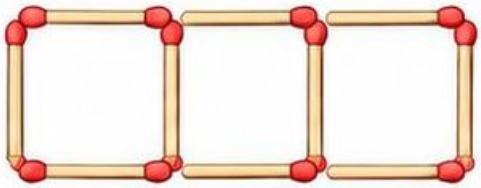
M03-102

$4\ q^2=36$; $q=3$ lub $q=-3$;
$a_2 = 12$ lub -12;
$a_4 = 108$ lub -108.

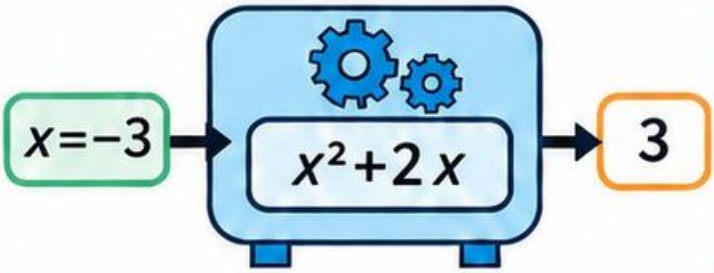
Od wzoru do wyrażenia

Mapa myśli

Reguła: sąsiadujące kwadraty z zapałek wymagają $3n+1$ zapałek.



Podstawienie: dla $x=-3$ mamy $x^2+2x=3$.



Od wzoru do wyrażenia

Wyrazy podobne: $8a-5a=3a$; nie łączymy $3a$ i $2b$.

$8a$ $-5a$; $3a$ i $2b$

Rozdzielność: $5(x+3)=5x+15$.
Minus przed nawiasem zmienia znaki każdego składnika.



Łącz model z zapisem i sprawdzaj na konkretnych liczbach.

Przekształcenie prowadzi do rozwiązania

Mapa myśli

Kwadrat sumy:
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

Różnica kwadratów:
$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$.

Pole prostokąta można wykorzystać do objaśniania tożsamości.

a^2	ab
ab	b^2

Równanie: wykonuj tę samą dozwoloną operację po obu stronach.

Wspólny czynnik:
$12a^2-18a=6a(2a-3)$.

$2x+6=18 \rightarrow 2x=12 \rightarrow x=6$. Sprawdź: $2\times6+6=18$.

Rozkład na czynniki



$12a^2-18a = 6a(2a-3)$.

Mapa myśli

Model ma niewiadome i warunki

Nazwij niewiadomą wraz z jednostką. Zapisz zależności z treści.

Model

Weryfikacja

Izolowanie niewiadomej

Wzór: $v=s/t \rightarrow t=s/v$ dla $v\neq0$.

Nierówność

Nierówność: dzielenie przez liczbę ujemną odwraca zwrot.
$-4\,x\geq12 \rightarrow x\leq-3$.



Układ równań

Układ: rozwiązanie musi spełniać oba równania.

$x+y=5,\ x-y=3 \rightarrow (x;\ y)=(4;\ 1)$.

Sprawdź sens: długości dodatnie, liczby osób całkowite.

Mapa myśli

Dziedzina, pierwiastki, ciągi

Pierwiastki równania kwadratowego

- **Iloczyn zerowy:** $(x-2)(x+5)=0 \rightarrow x=2$ lub -5.
- **Równanie kwadratowe:** $\Delta = b^2-4ac$ określa liczbę rozwiązań rzeczywistych.

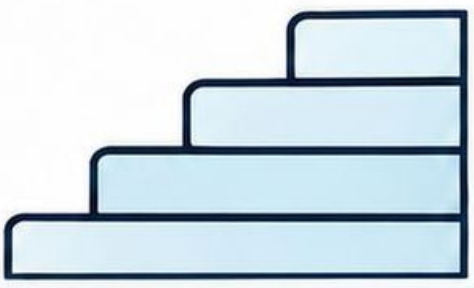
Dziedzina

- **Równanie wymierne:** mianownik nie może być zerem. Sprawdź rozwiązania w pierwotnym zapisie.

Dziedzina, pierwiastki, ciągi

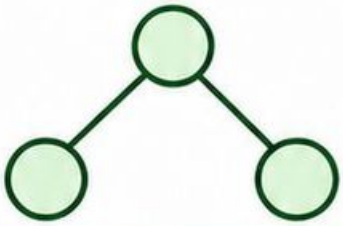
Ciąg arytmetyczny

- **Ciąg arytmetyczny:** $a_n = a_1 + (n-1)r$. Stała różnica.



Ciąg geometryczny

- **Ciąg geometryczny:** $a_n = a_1 q^{n-1}$. Stały iloraz, gdy jest określony.

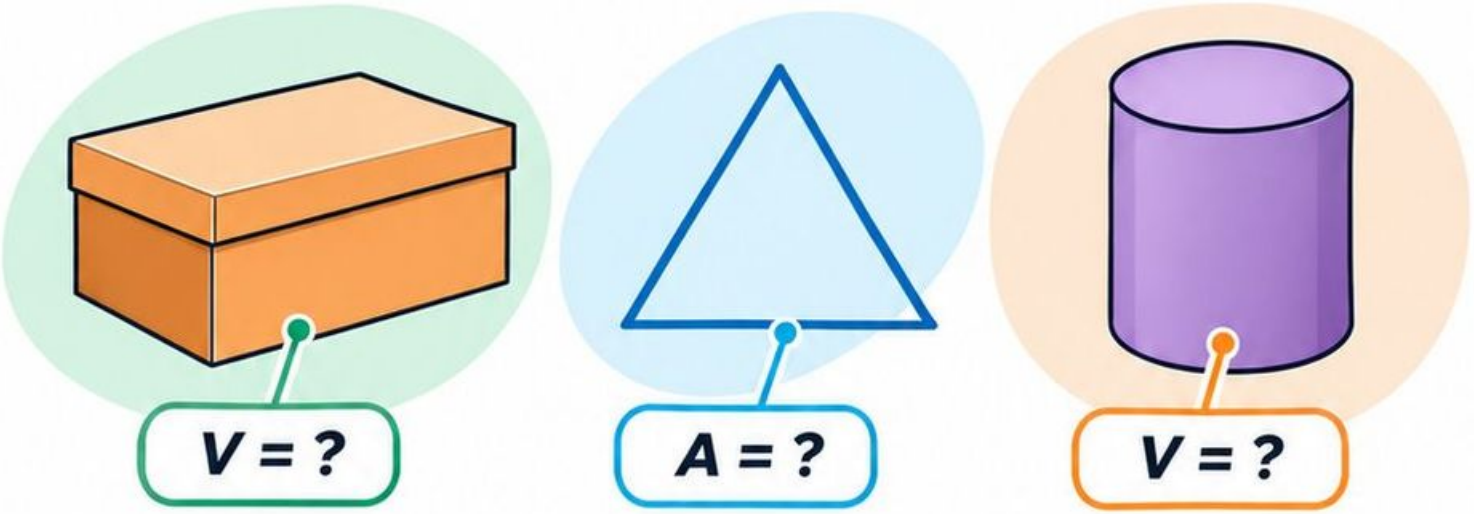


W zadaniach z ciągami numer wyrazu jest dodatnią liczbą całkowitą.

MODUŁ 4

Geometria i pomiary

Łączysz własności figur z pomiarem, polem i objętością.



Narysuj. Oznacz. Uzasadnij.

Rysunek pomaga rozumować; podane dane mają pierwszeństwo przed wyglądem szkicu.

Linijka mówi nie wszystko

M04-001 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: przeliczasz jednostki i oceniasz dokładność.

Odkrywaj

- Zmierz narysowany przez siebie odcinek do 1 mm i zapisz wynik w mm oraz cm. Następnie odcinek długości 73 mm zapisz w cm i m. Czy każda linijka pozwala mierzyć do 0,1 mm?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Jednostka pola to kwadrat

M04-002 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: przeliczasz jednostki i oceniasz dokładność.

Ćwicz

- **Przelicz 3,5 m^2 na dm^2 i cm^2. Narysuj model 1 dm^2 podzielony na centymetrowe kwadraty. Ile ma pól?**

- **Zapisz obliczenia i uzasadnienie:** _____

_____

_____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Lista zakupów do pracowni

M04-003 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: przeliczasz jednostki i oceniasz dokładność.

Zastosuj

Potrzeba 2,4 m listwy i 75 cm drugiej. Ile to razem metrów? Odcinki można łączyć bez strat. Listwy sprzedaje się po 0,5 m. Ile takich odcinków trzeba kupić co najmniej?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

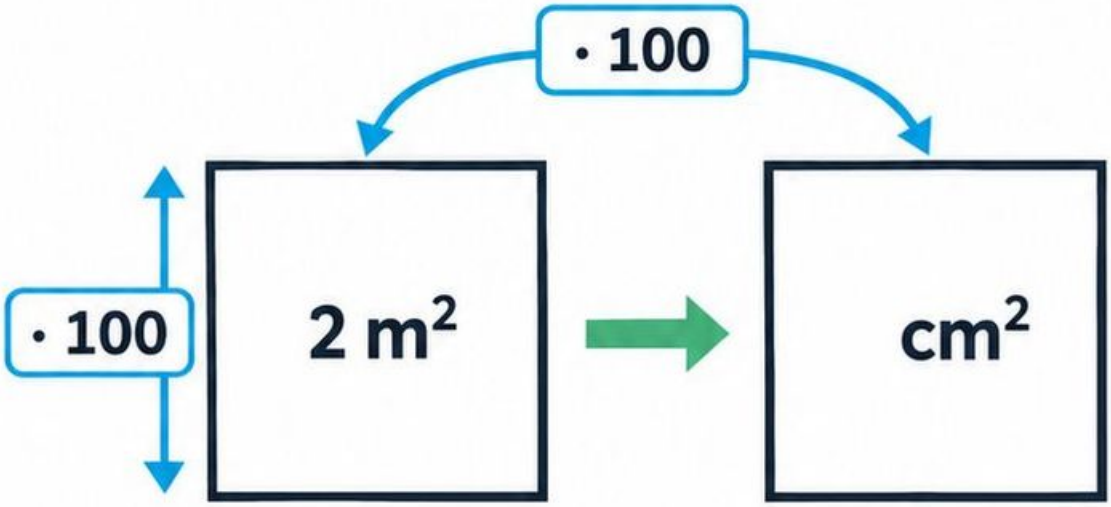
Zbyt mały mnożnik

M04-004 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: przeliczasz jednostki i oceniasz dokładność.

Popraw błąd

Ada zapisała $2\ m^2 = 200\ cm^2$. Popraw, wyjaśniając przeliczenie obu wymiarów kwadratu.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwa zapisy pomiaru

M04-005 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: przeliczasz jednostki i oceniasz dokładność.

Porównaj w parze

W parze porównajcie 1,20 m i 120 cm. Czy wartości są różne? Jeśli oba wyniki zapisano z dokładnością do 1 cm, czy drugi zapis jest dokładniejszy?





Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

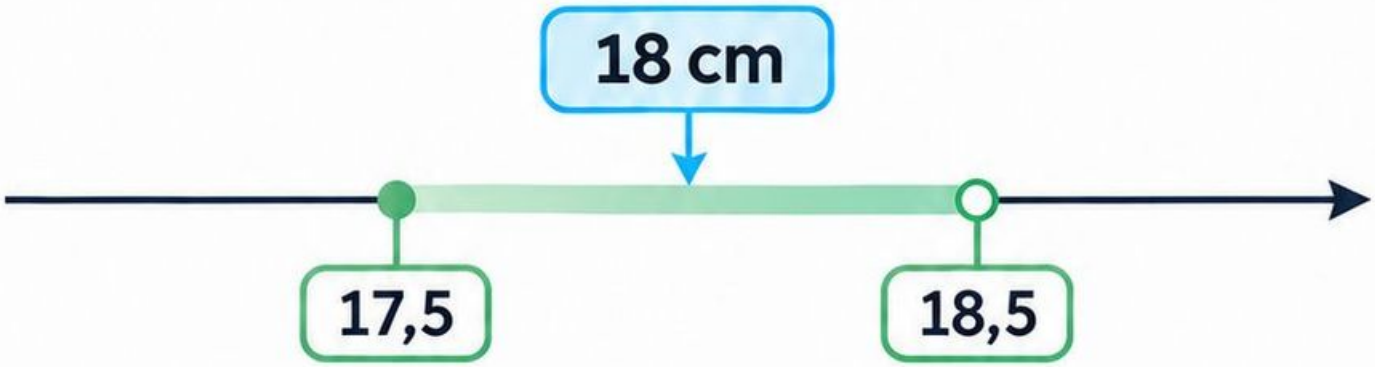
Przedział zaokrąglenia

M04-006 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: przeliczasz jednostki i oceniasz dokładność.

Podejmij wyzwanie

Długość zaokrąglona do całych cm wynosi 18 cm. Podaj najmniejszą i największą możliwą długość zapisaną do 0,1 cm, która daje taki wynik.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

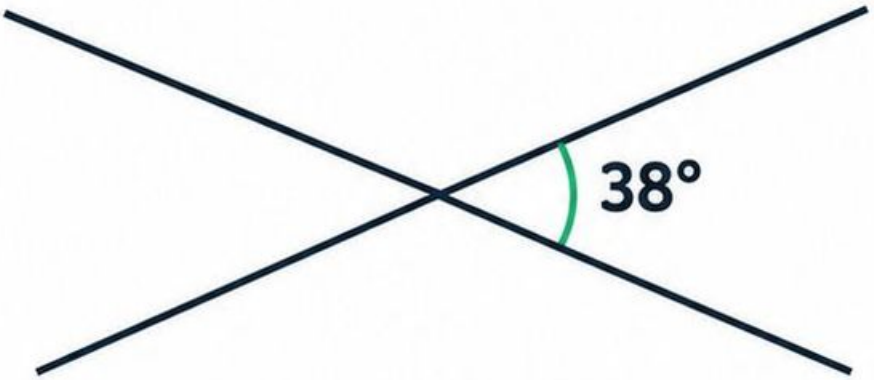
Przecięcie prostych

M04-007 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: korzystasz z zależności między kątami.

Odkrywaj

Narysuj dwie przecinające się proste. Jeden kąt ma 38°. Oblicz pozostałe 3 kąty i wskaż pary wierzchołkowe.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

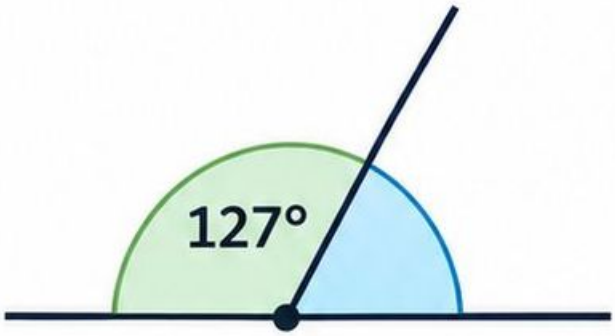
Kąt pełny i półpełny

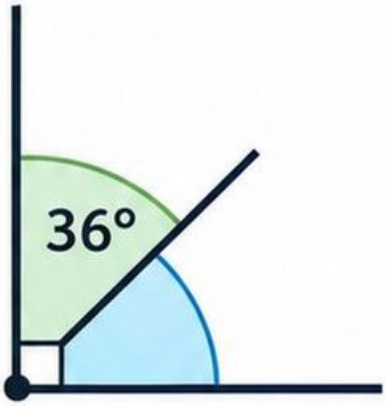
M04-008 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: korzystasz z zależności między kątami.

Ćwicz

- **Oblicz kąt przyległy do 127° oraz kąt dopełniający 36° do 90°. Zapisz odpowiednie sumy.**





Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

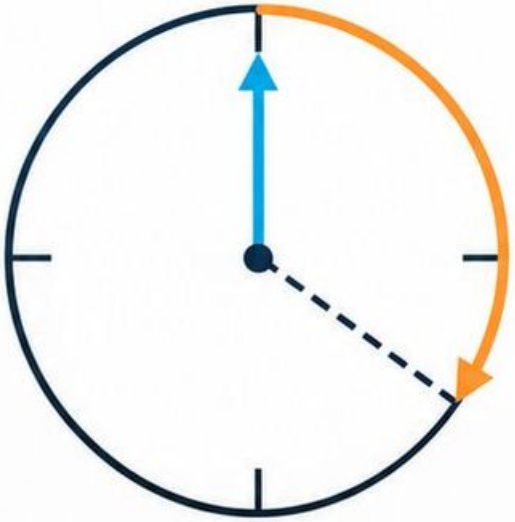
Obrót wskazówki

M04-009 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: korzystasz z zależności między kątami.

Zastosuj

Wskazówka wykonuje $\frac{3}{8}$ pełnego obrotu zgodnie z ruchem zegara. Ile stopni obrotu wykonała? Ile brakuje do pełnego obrotu?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Które kąty są równe?

M04-010 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: korzystasz z zależności między kątami.

Popraw błąd

Jan mówi, że każde dwa kąty przy przecięciu prostych są równe. Narysuj kontrprzykład z kątem 60° i podaj miarę kąta przyległego.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie:

Sprawdź wynik i warunki zadania.

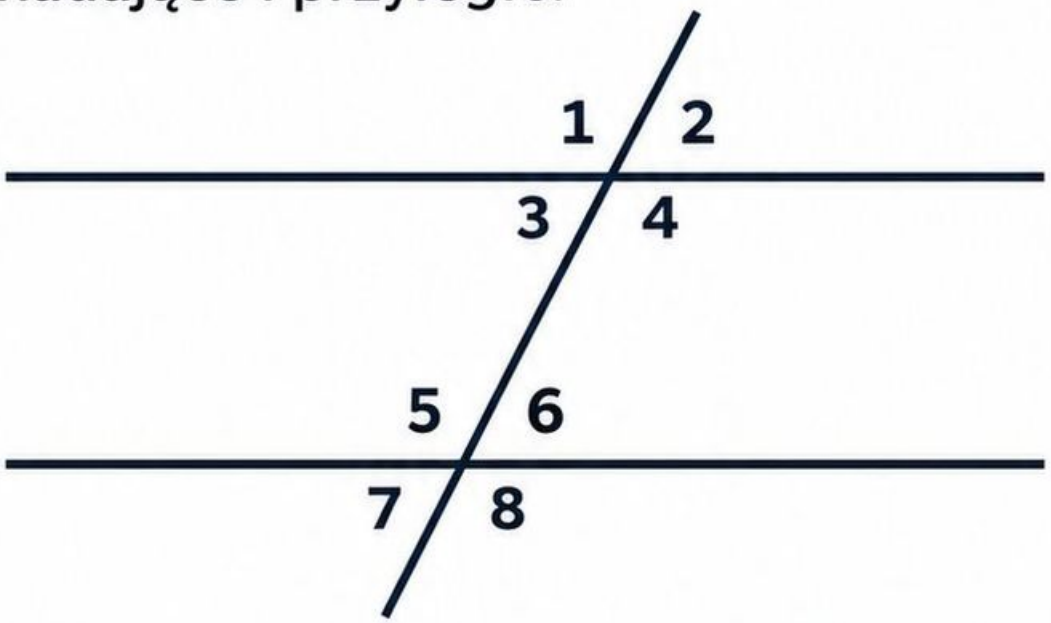
Proste równoległe

M04-011 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: korzystasz z zależności między kątami.

Porównaj w parze

W parze narysujcie dwie proste równoległe przecięte trzecią. Jeden kąt ma 65°. Oznaczcie wszystkie kąty 65° i 115°. Uzasadnijcie kąty odpowiadające i przyległe.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

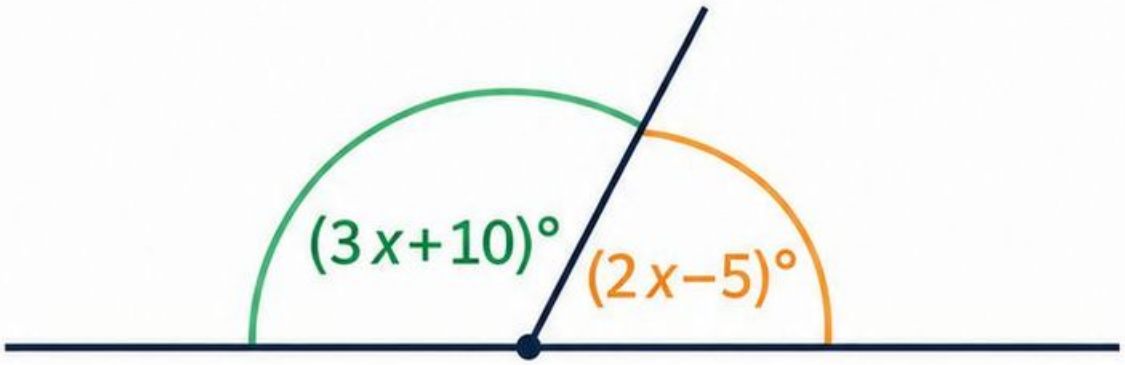
Wyznacz niewiadomą

M04-012 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: korzystasz z zależności między kątami.

Podejmij wyzwanie

Dwa kąty przyległe mają miary $(3x+10)°$ i $(2x-5)°$. Oblicz x i obie miary.



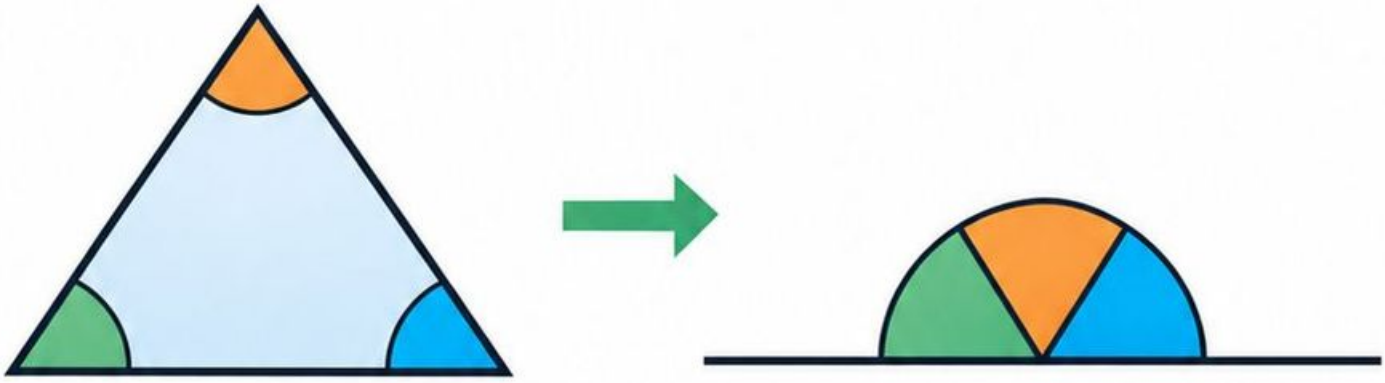
Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Kąty razem tworzą półpełny

M04-013 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: stosujesz własności trójkątów.



Odkrywaj

Narysuj dowolny trójkąt i zaznacz trzy kąty.
Dla trójkąta z kątami 48° i 67° oblicz trzeci.
Sformułuj regułę sumy kątów.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Czy boki wystarczą?

M04-014 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: stosujesz własności trójkątów.

Ćwicz

- Sprawdź, czy odcinki 3; 4; 8 cm oraz 5; 7; 10 cm mogą tworzyć trójkąt. Porównaj sumę dwóch krótszych z najdłuższym.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

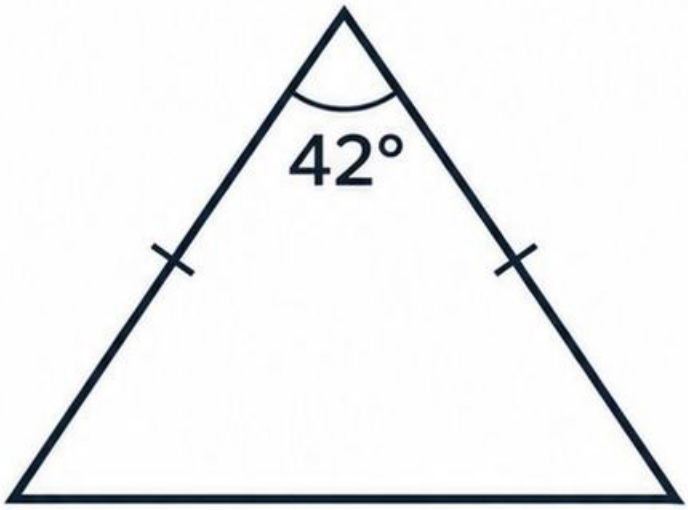
Dach równoramienny

M04-015 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: stosujesz własności trójkątów.

Zastosuj

Dach ma przekrój trójkąta równoramiennego. Kąt przy wierzchołku wynosi 42°. Oblicz oba kąty przy podstawie.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Równość to jeszcze za mało

M04-016 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: stosujesz własności trójkątów.

Popraw błąd

Kuba uważa, że boki 2; 3; 5 cm tworzą trójkąt, bo $2+3=5$. Popraw warunek i wyjaśnij, co dzieje się z odcinkami.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

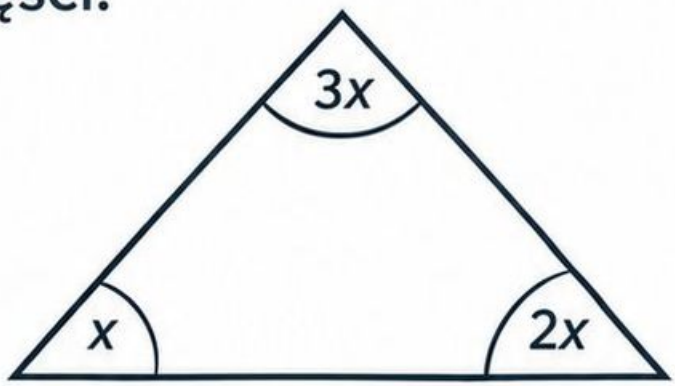
Dwa sposoby na kąty

M04-017 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: stosujesz własności trójkątów.

Porównaj w parze

W parze obliczcie kąty trójkąta, w którym drugi jest dwa razy większy od pierwszego, a trzeci trzy razy większy. Użyjcie równania lub podziału 180° na 6 części.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

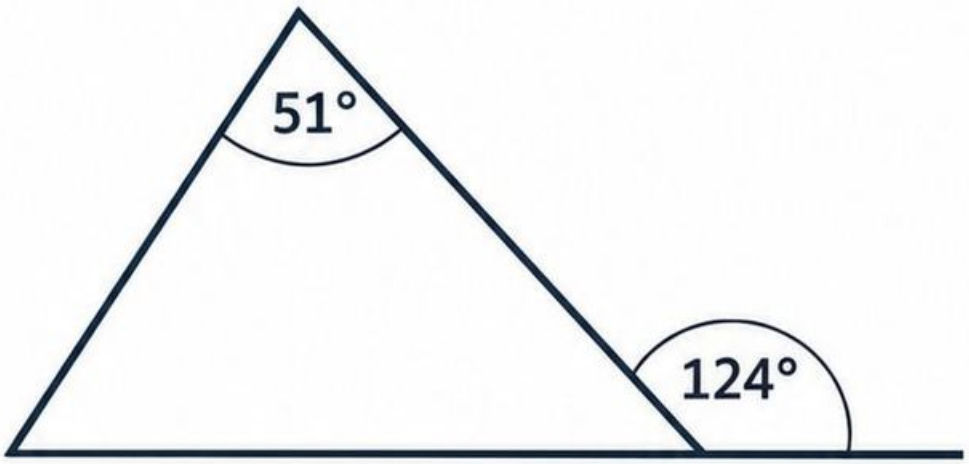
Kąt zewnętrzny

M04-018 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: stosujesz własności trójkątów.

Podejmij wyzwanie

Jeden kąt zewnętrzny trójkąta ma 124°. Jeden z dwóch odległych kątów wewnętrznych ma 51°. Oblicz pozostałe kąty wewnętrzne.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

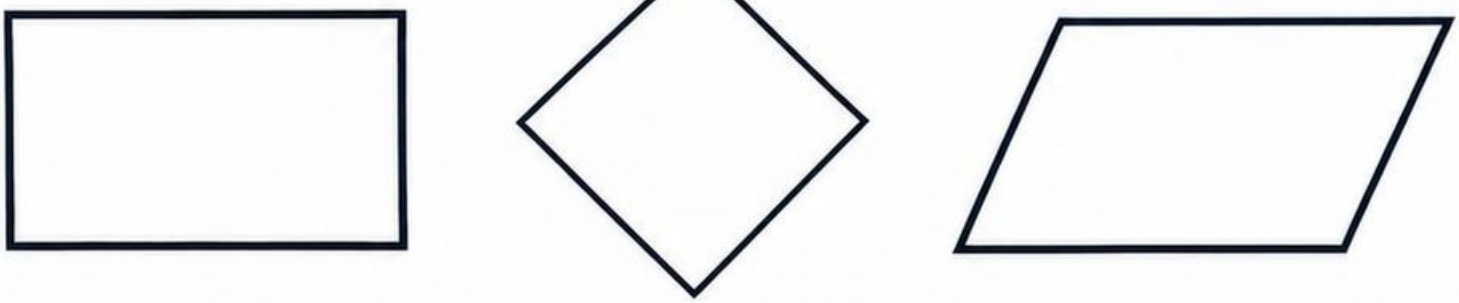
Co zostaje równoległe?

M04-019 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: rozpoznajesz własności czworokątów.

Odkrywaj

Narysuj prostokąt, romb i równoległobok. W każdym zaznacz pary boków równoległych. Która własność łączy wszystkie 3 figury? Czy każdy romb jest kwadratem?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Kąty równoległoboku

M04-020 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: rozpoznajesz własności czworokątów.

Ćwicz

Jeden kąt równoległoboku wynosi 72°. Oblicz pozostałe. Zapisz zależność kątów sąsiednich i przeciwległych.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

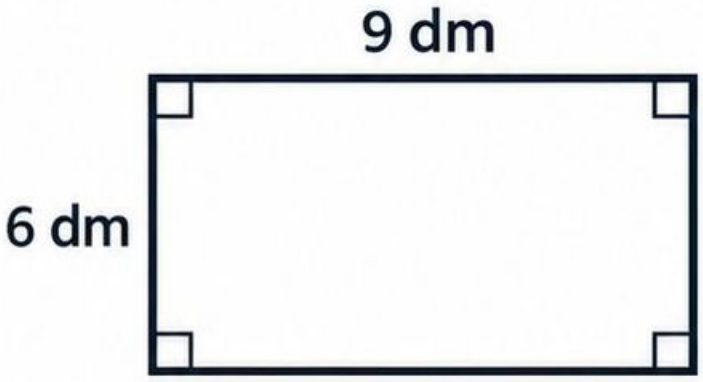
Rama okienna

M04-021 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: rozpoznajesz własności czworokątów.

Zastosuj

Rama ma 4 kąty proste i boki 6 oraz 9 dm. Jaką figurę opisuje? Czy sam warunek równych przekątnych wystarcza, aby dowolny czworokąt był prostokątem?





Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Kwadrat i prostokąt

M04-022 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: rozpoznajesz własności czworokątów.



Popraw błąd

Ewa mówi: „Kwadrat nie jest prostokątem, bo ma wszystkie boki równe”. Oceń zdanie na podstawie definicji prostokąta jako czworokąta o 4 kątach prostych.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

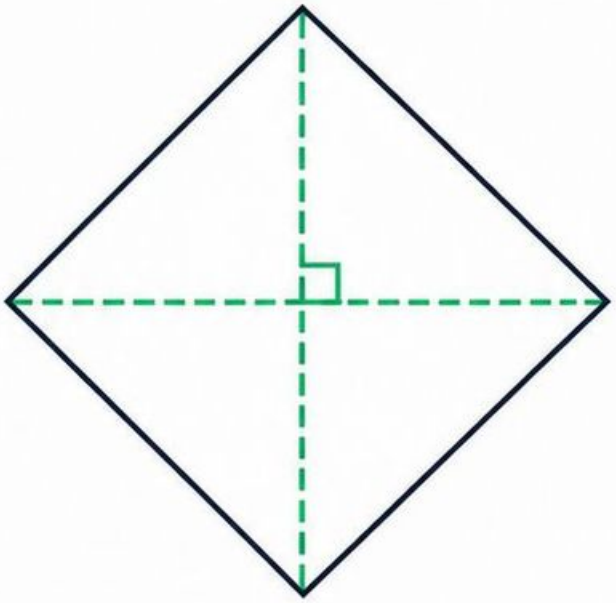
Co wynika z przekątnych?

M04-023 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: rozpoznajesz własności czworokątów.

Porównaj w parze

W parze narysujcie romb z przekątnymi 6 i 8 cm, przecinającymi się w połowie pod kątem prostym. Czy boki są równe? Oblicz ich długość twierdzeniem Pitagorasa.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

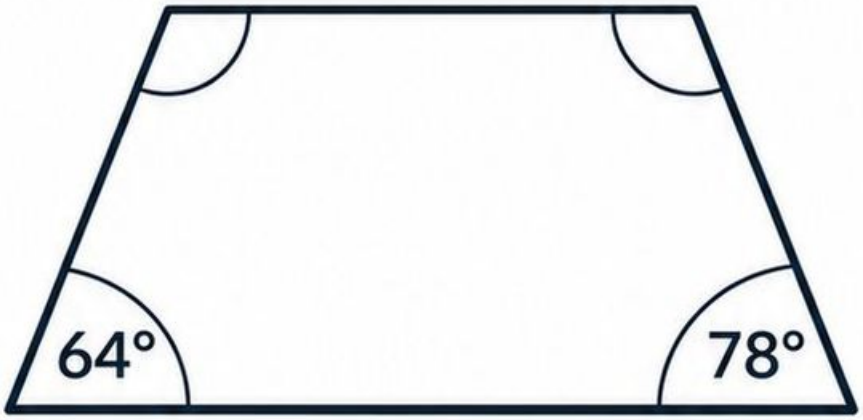
Trapez i kąty

M04-024 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: rozpoznajesz własności czworokątów.

Podejmij wyzwanie

W trapezie podstawy są równoległe. Dwa kąty przy dolnej podstawie mają 64° i 78°. Oblicz kąty przy górnej podstawie, zachowując ich położenie przy odpowiednich ramionach.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

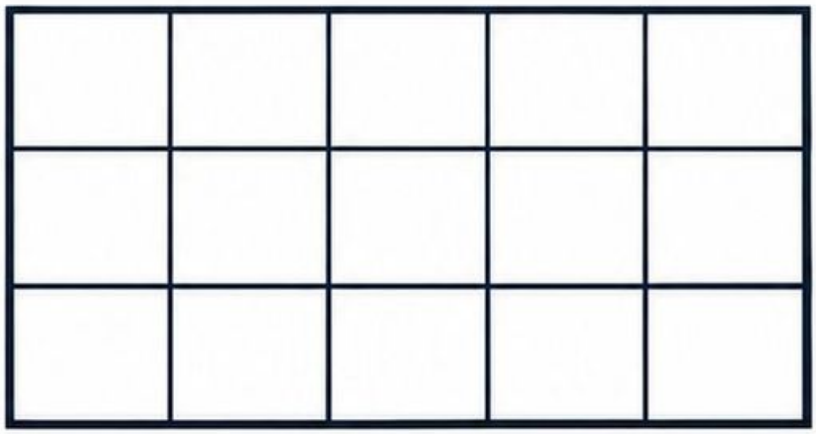
Granica po kratkach

M04-025 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz obwód i interpretujesz długość granicy.

Odkrywaj

Narysuj prostokąt 5×3 kratki, gdzie bok kratki to 1 cm. Oblicz obwód i pole. Wyjaśnij, dlaczego wyniki mają inne jednostki.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

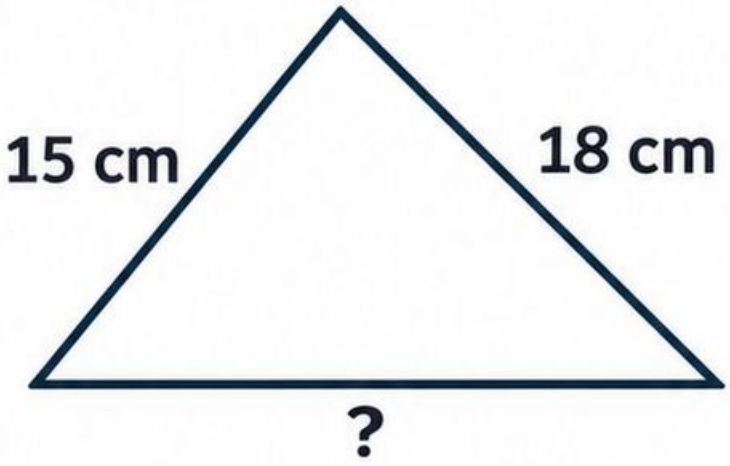
Brakujący bok

M04-026 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz obwód i interpretujesz długość granicy.

Ćwicz

- Trójkąt ma obwód 47 cm, a dwa boki 15 i 18 cm. Oblicz trzeci bok i sprawdź nierówność trójkąta.



- Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

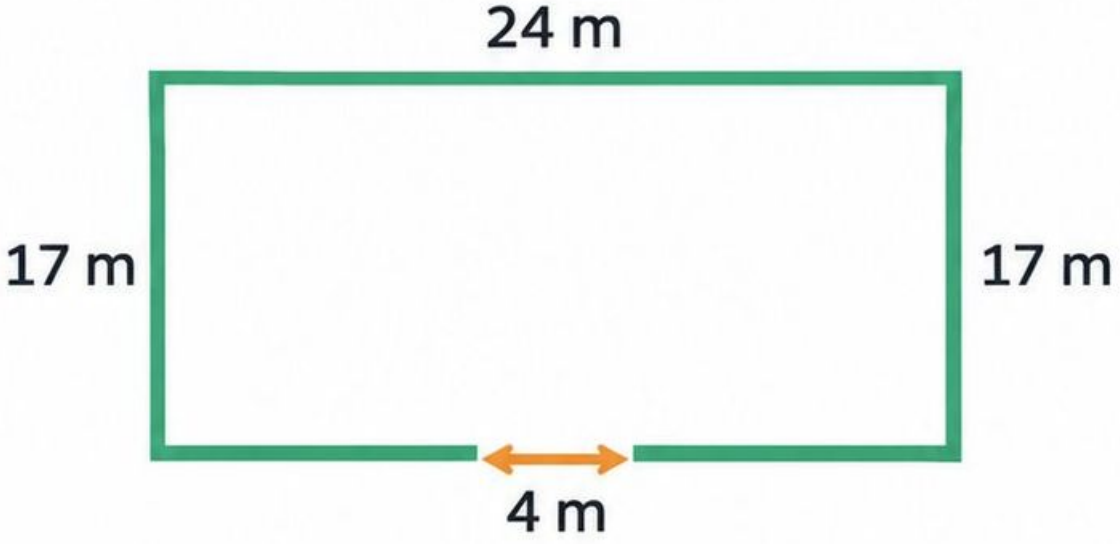
Ogrodzenie z bramą

M04-027 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz obwód i interpretujesz długość granicy.

Zastosuj

Działka ma kształt prostokąta 24×17 m. W ogrodzeniu pozostaje brama szerokości 4 m. Ile metrów siatki potrzeba? Pomijamy słupki i straty.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

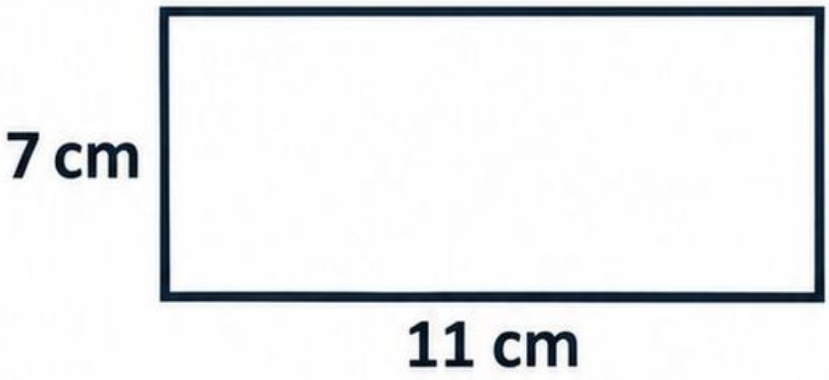
Obwód to nie iloczyn

M04-028 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz obwód i interpretujesz długość granicy.

Popraw błąd

Tomek liczy obwód prostokąta 7×11 cm jako 77 cm. Popraw i nazwij wielkość, którą obliczył iloczynem.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Różne kształty, ten sam obwód

M04-029 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz obwód i interpretujesz długość granicy.

Porównaj w parze

W parze znajdźcie wszystkie prostokąty o dodatnich całkowitych bokach i obwodzie 20 cm, bez liczenia obrotów. Czy mają to samo pole?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

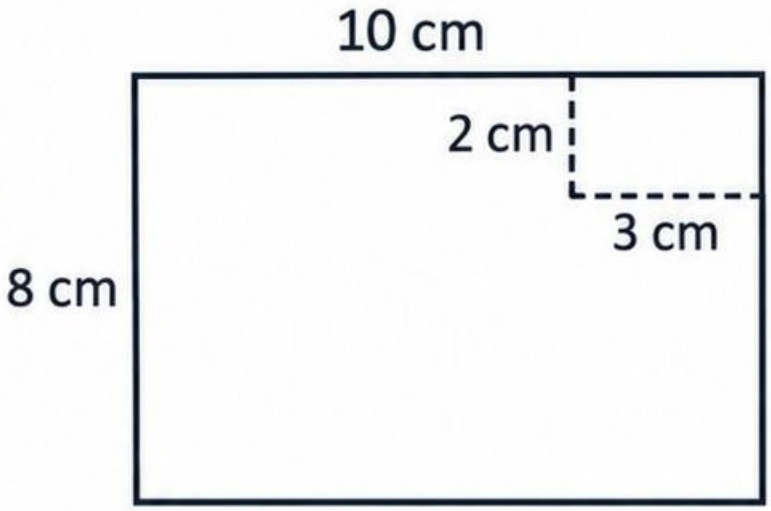
Wcięcie w figurze

M04-030 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz obwód i interpretujesz długość granicy.

Podejmij wyzwanie

Z prostokąta 10×8 cm wycięto w rogu prostokąt 3×2 cm. Narysuj pozostałą figurę w kształcie L i oblicz obwód. Wyjaśnij zmianę względem pierwotnego.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

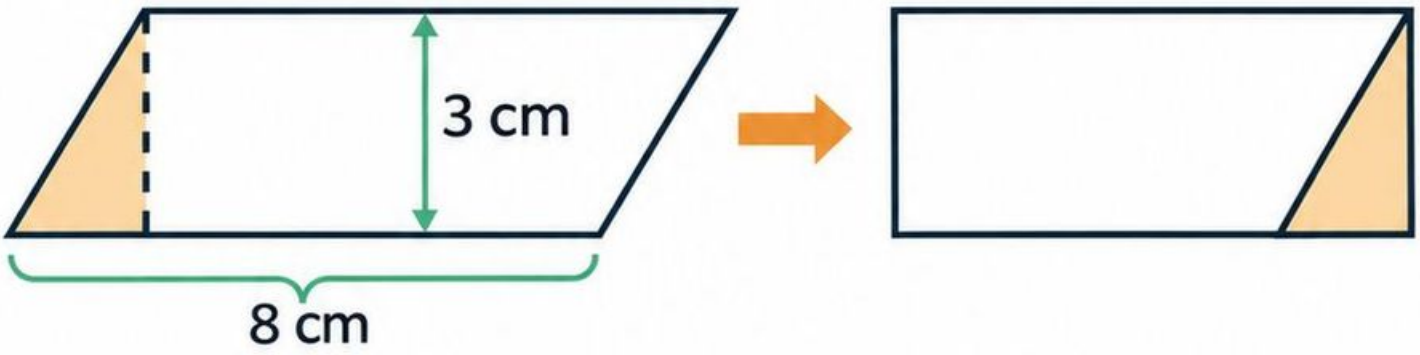
Przesunięty trójkąt

M04-031 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: dobierasz podstawę i prostopadłą wysokość.

Odkrywaj

Narysuj równoległobok o podstawie 8 cm i wysokości 3 cm. Odetnij na rysunku trójkąt przy jednym boku i przesuń go na drugi. Jakie pole ma powstały prostokąt?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwie figury, dwa pola

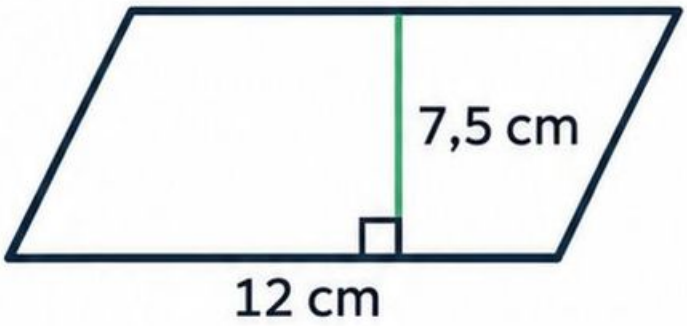
M04-032 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: dobierasz podstawę i prostopadłą wysokość.

Ćwicz

- **Oblicz pole prostokąta 2,4×1,5 m oraz równoległoboku o podstawie 12 cm i wysokości 7,5 cm.**





- **Zapisz obliczenia i uzasadnienie:** _____

- **Sprawdź wynik i warunki zadania.**

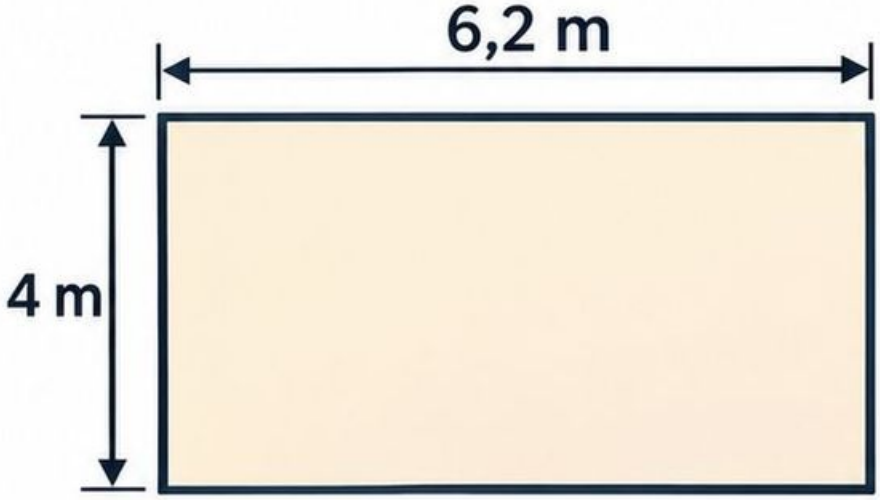
Wykładzina w sali

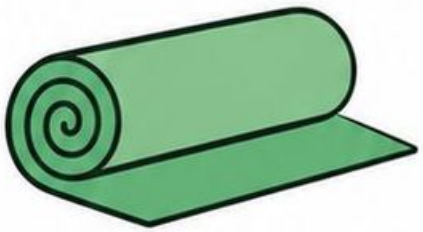
M04-033 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: dobierasz podstawę i prostopadłą wysokość.

Zastosuj

Sala ma prostokątną podłogę 6,2×4 m. Wykładzina kosztuje 35 zł/m². Oblicz pole i koszt bez zapasu.





35 zł/m²

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

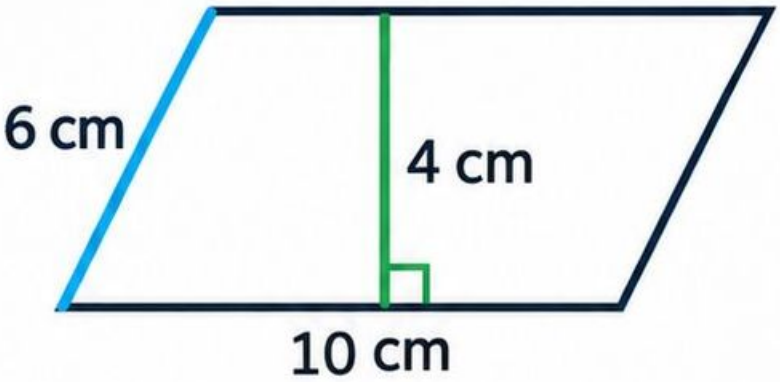
Bok ukośny to nie wysokość

M04-034 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: dobierasz podstawę i prostopadłą wysokość.

Popraw błąd

Równoległobok ma podstawę 10 cm, bok ukośny 6 cm i wysokość 4 cm. Ada liczy pole 60 cm^2. Popraw, wyjaśniając wybór wysokości.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

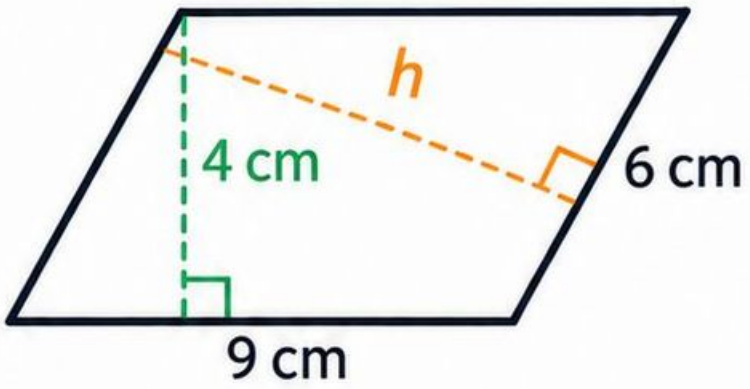
Dwie podstawy, jedno pole

M04-035 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: dobierasz podstawę i prostopadłą wysokość.

Porównaj w parze

W parze rozważcie równoległobok o bokach 9 i 6 cm. Wysokość do boku 9 cm wynosi 4 cm. Obliczcie pole i wysokość do boku 6 cm.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

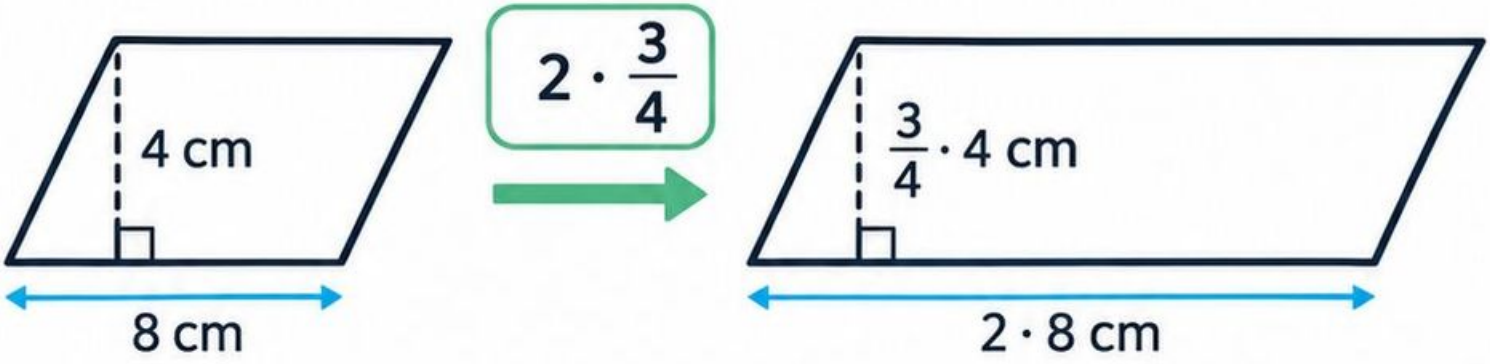
Zmiana wymiarów

M04-036 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: dobierasz podstawę i prostopadłą wysokość.

Podejmij wyzwanie

Podstawę równoległoboku zwiększono 2 razy, a wysokość zmniejszono do $\frac{3}{4}$ poprzedniej. Jak zmieniło się pole? Sprawdź na podstawie 8 cm i wysokości 4 cm.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

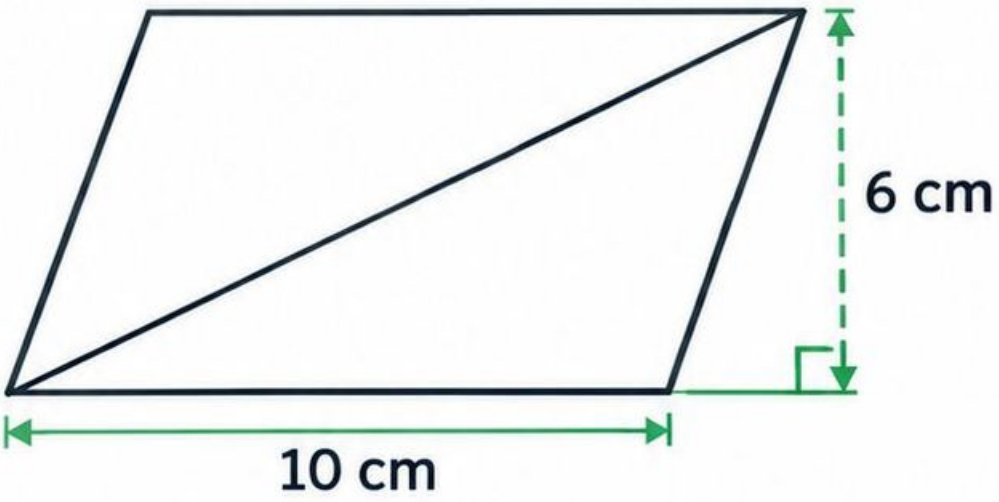
Połowa równoległoboku

M04-037 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz pola trójkąta i trapezu.

Odkrywaj

- Narysuj przekątną równoległoboku o podstawie 10 cm i wysokości 6 cm. Jakie pole ma każdy z dwóch trójkątów? Uzasadnij równość pól.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

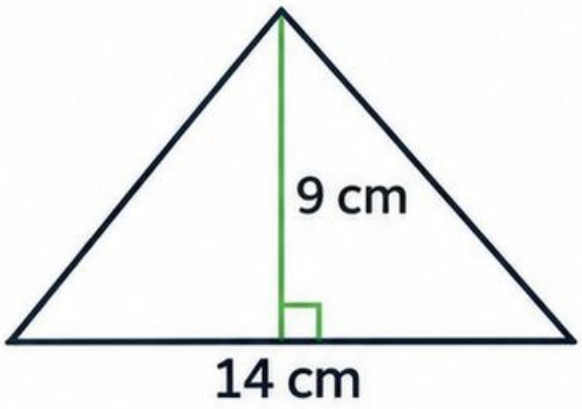
Podstawy i wysokość

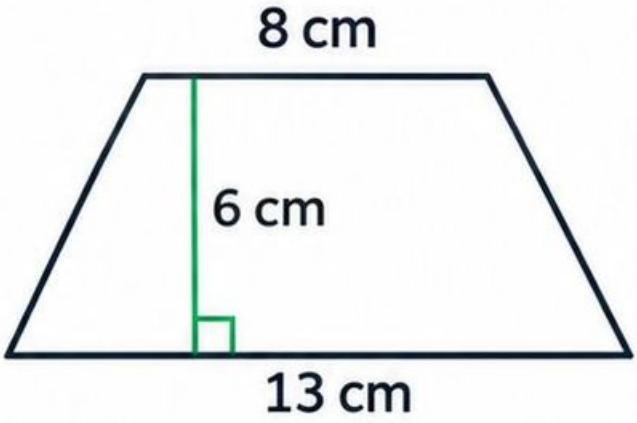
M04-038 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz pola trójkąta i trapezu.

Ćwicz

- Oblicz pole trójkąta o podstawie 14 cm i wysokości 9 cm oraz trapezu o podstawach 8 i 13 cm i wysokości 6 cm.





Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

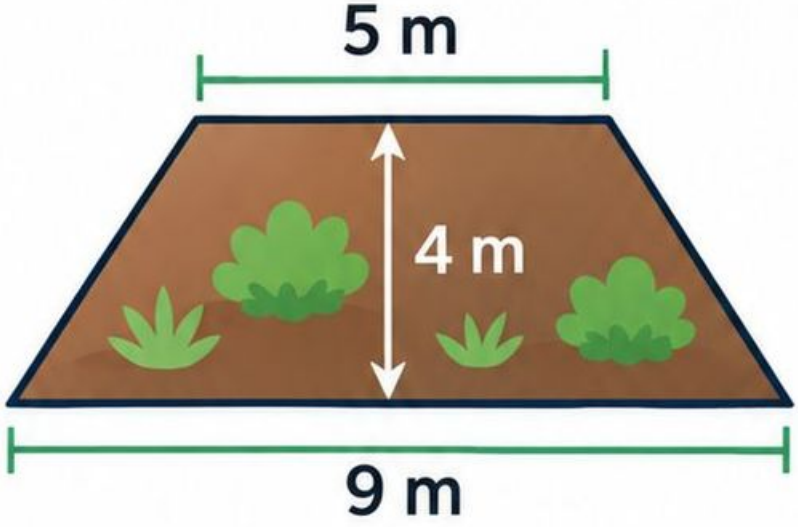
Trapezoidalna rabata

M04-039 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz pola trójkąta i trapezu.

Zastosuj

Rabata ma równoległe boki 5 i 9 m oraz odległość między nimi 4 m. Ile worków ziemi potrzeba, jeśli jeden wystarcza na 3 m²? Kupuje się całe worki.





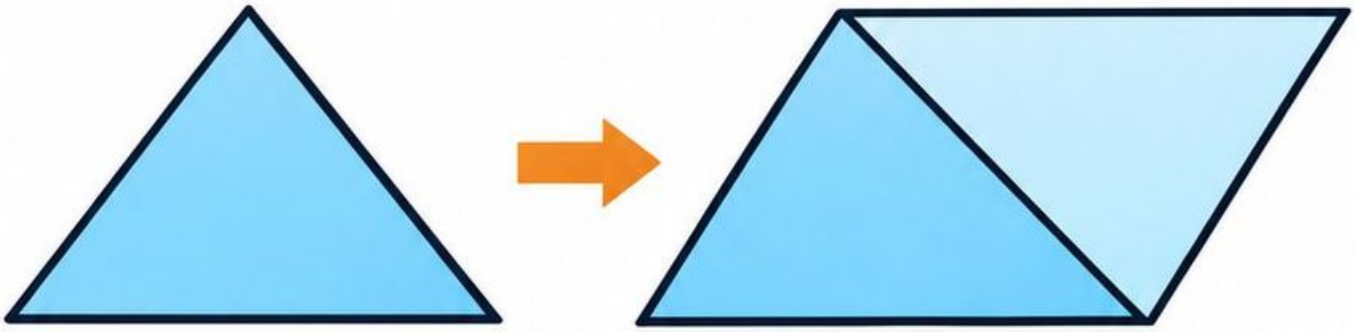
Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Zapomniana połowa

M04-040 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz pola trójkąta i trapezu.



Popraw błąd

Kuba oblicza pole trójkąta o podstawie 12 i wysokości 5 cm jako 60 cm^2. Popraw i pokaż, jakiego pola figury dotyczy iloczyn 12×5.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

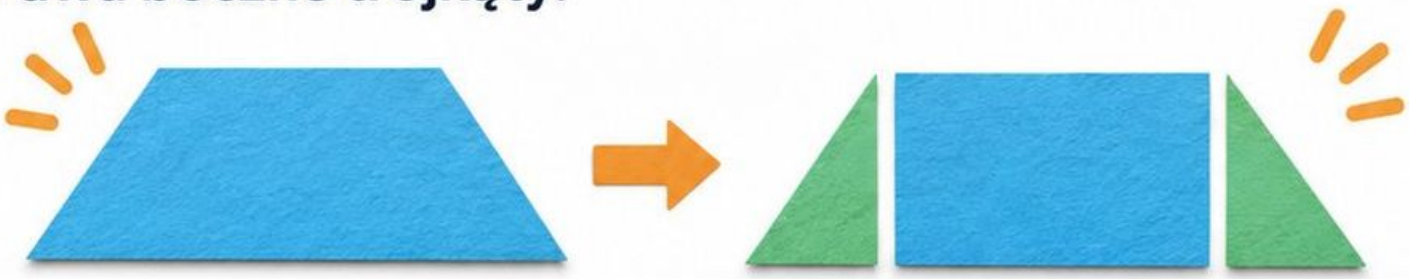
M04-041 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dwa sposoby na trapez

Cel: obliczasz pola trójkąta i trapezu.

Porównaj w parze

W parze obliczcie pole trapezu równoramiennego o podstawach 6 i 10 cm, wysokości 4 cm. Jedna osoba używa wzoru, druga dzieli trapez na prostokąt 6×4 i dwa boczne trójkąty.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Znajdź wysokość

Cel: obliczasz pola trójkąta i trapezu.

Podejmij wyzwanie

Trapez ma pole 72 cm^2 i podstawy 9 oraz 15 cm. Oblicz wysokość. Następnie podaj wysokość trójkąta o takim samym polu i podstawie 18 cm.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

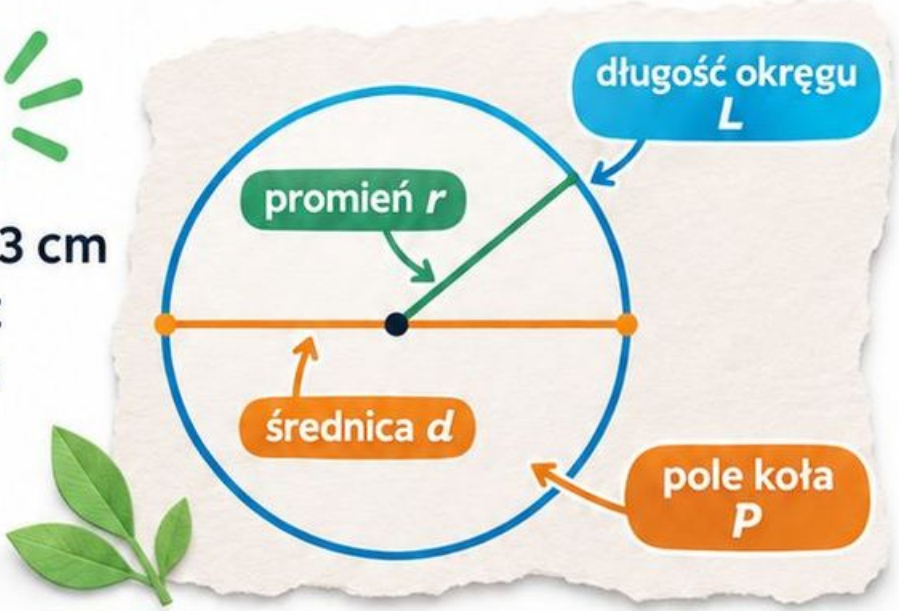
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Promień czy średnica?

Cel: rozróżniasz długość okręgu i pole koła.

Odkrywaj

Narysuj koło o promieniu 3 cm i zaznacz średnicę. Zapisz dokładną długość okręgu oraz pole koła. Porównaj jednostki.

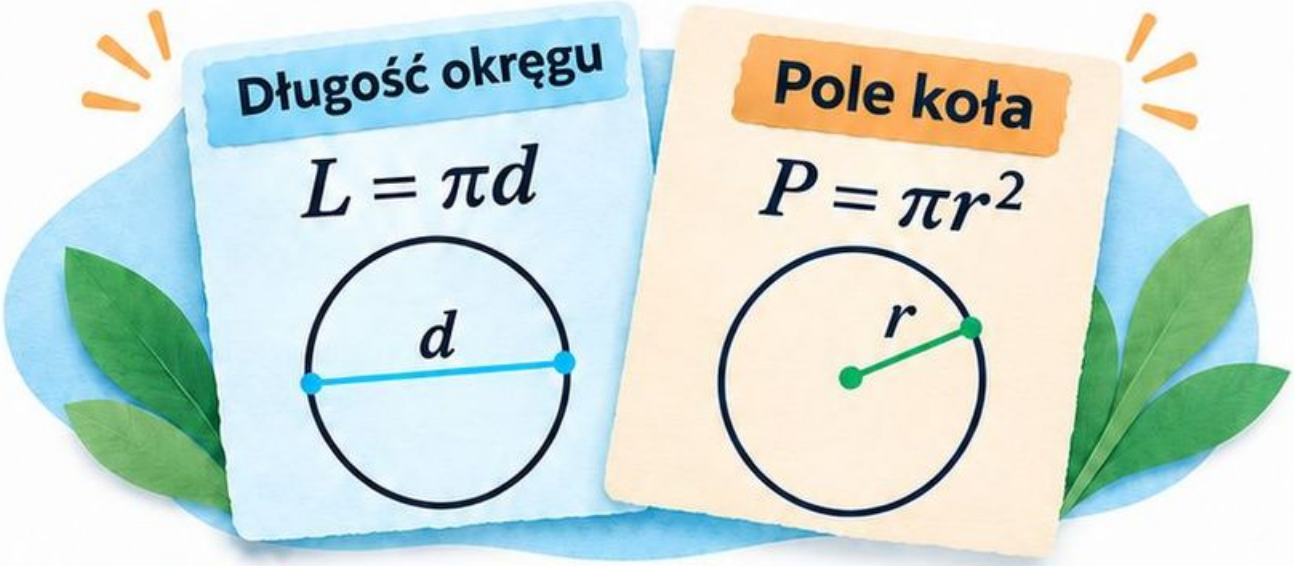


Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwa wzory z liczbą pi

Cel: rozróżniasz długość okręgu i pole koła.



Ćwicz

Oblicz długość okręgu o średnicy 14 cm oraz pole koła o promieniu 5 cm. Podaj wyniki dokładne i przybliżenia dla $\pi \approx 3{,}14$.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-045 • Klasy 7–8 • 15 minut

Taśma wokół obręczy

Cel: rozróżniasz długość okręgu i pole koła.

Zastosuj

Obręcz ma promień 35 cm. Ile metrów taśmy potrzeba na jeden pełny obwód bez zakładki? Przyjmij $\pi \approx \frac{22}{7}$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-046 • Klasy 7–8 • 15 minut

Promień podwojony

Cel: rozróżniasz długość okręgu i pole koła.

Popraw błąd

Ania do koła o średnicy 10 cm stosuje pole $\pi \times 10^2$. Popraw i wyjaśnij, jaką długość należy podstawić.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

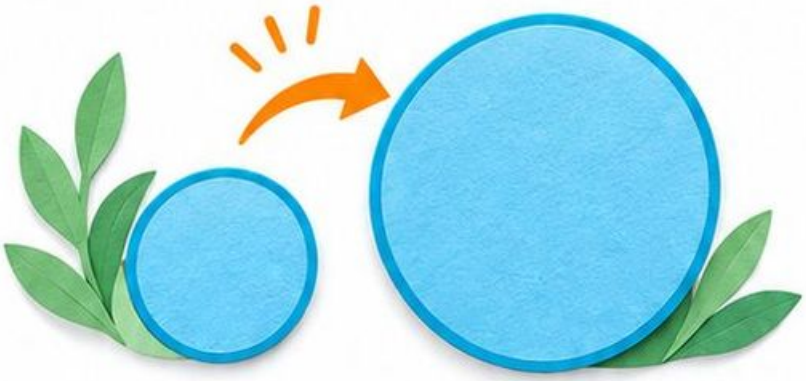
M04-047 • Klasy 7–8 • 15 minut

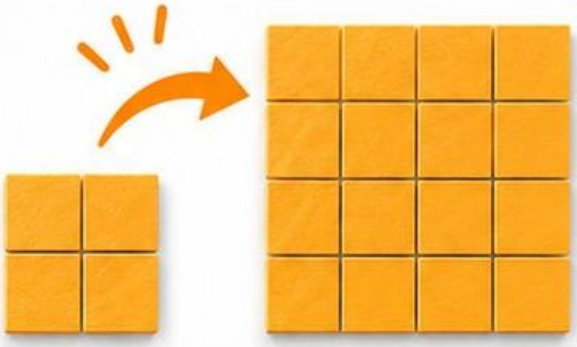
Podwojenie rozmiaru

Cel: rozróżniasz długość okręgu i pole koła.

Porównaj w parze

W parze porównajcie koła o promieniach 2 i 4 cm. Ile razy rośnie długość okręgu, a ile razy pole? Wyprowadźcie zależność ze wzorów.





Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Pierścień wokół rabaty

Cel: rozróżniasz długość okręgu i pole koła.

Podejmij wyzwanie

Okrągła rabata ma promień 3 m, a zewnętrzny promień chodnika 4 m. Oblicz pole chodnika i sumę długości obu jego okrągłych krawędzi.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Trzy kwadraty na bokach

M04-049 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: stosujesz twierdzenie Pitagorasa wyłącznie w trójkącie prostokątnym.

Odkrywaj

Narysuj trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 3 i 4 cm. Zbudui kwadraty na bokach. Porównaj pola i oblicz przeciwprostokątną.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-050 • Klasy 7–8 • 15 minut

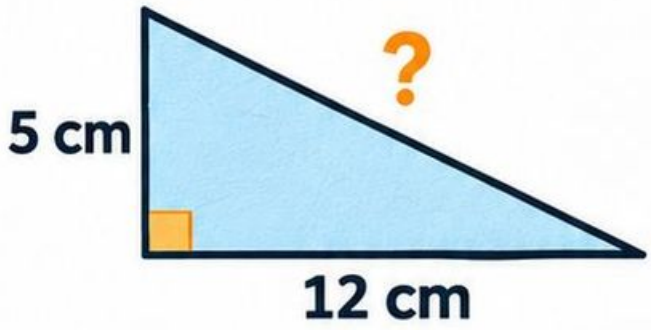
Znajdź brakujący bok

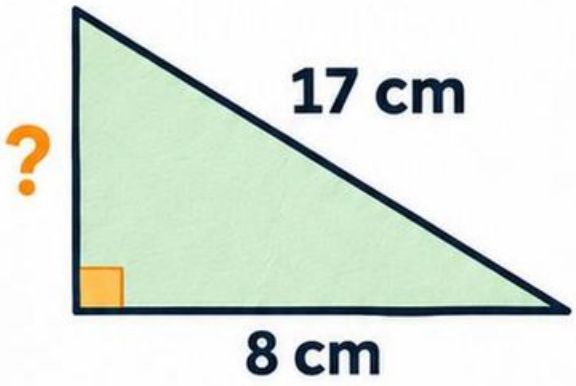
Cel: stosujesz twierdzenie Pitagorasa wyłącznie w trójkącie prostokątnym.

Ćwicz



Oblicz przeciwprostokątną dla przyprostokątnych 5 i 12 cm. Potem przyprostokątną, gdy przeciwprostokątna 17 cm, a drugi bok 8 cm.





Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-051 • Klasy 7–8 • 15 minut

Drabina przy ścianie

Cel: stosujesz twierdzenie Pitagorasa wyłącznie w trójkącie prostokątnym.

Zastosuj

Drabina długości 5 m opiera się o pionową ścianę. Podstawa stoi 1,4 m od ściany na poziomym podłożu. Na jaką wysokość sięga?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

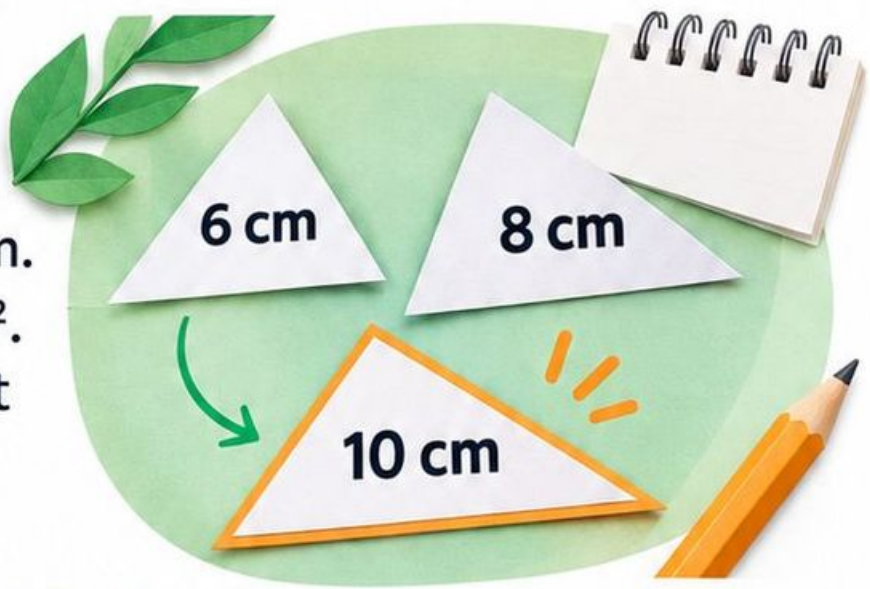
Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-052 • Klasy 7–8 • 15 minut

Najpierw przeciwprostokątna

Cel: stosujesz twierdzenie Pitagorasa wyłącznie w trójkącie prostokątnym.

Popraw błąd



Trójkąt ma boki 6; 8; 10 cm. Kuba zapisuje $6^2+10^2=8^2$. Popraw i oceń, czy trójkąt jest prostokątny.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

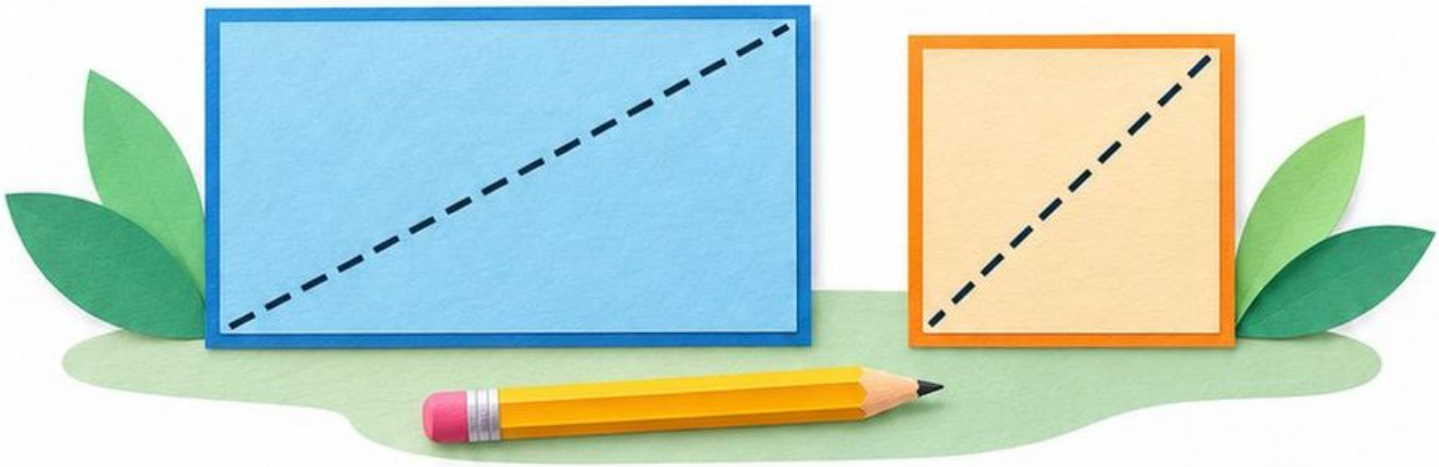
Dwie przekątne

M04-053 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: stosujesz twierdzenie Pitagorasa wyłącznie w trójkącie prostokątnym.

Porównaj w parze

W parze obliczcie przekątną prostokąta 8×15 cm i kwadratu o boku 6 cm. Pierwszy wynik podajcie liczbowo, drugi dokładnie z pierwiastkiem.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-054 • Klasy 7–8 • 15 minut

Odcinek w układzie

Cel: stosujesz twierdzenie Pitagorasa wyłącznie w trójkącie prostokątnym.

Podejmij wyzwanie

Punkty $A=(-2; 1)$, $B=(4; 9)$. Narysuj pomocniczy trójkąt prostokątny i oblicz długość AB.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

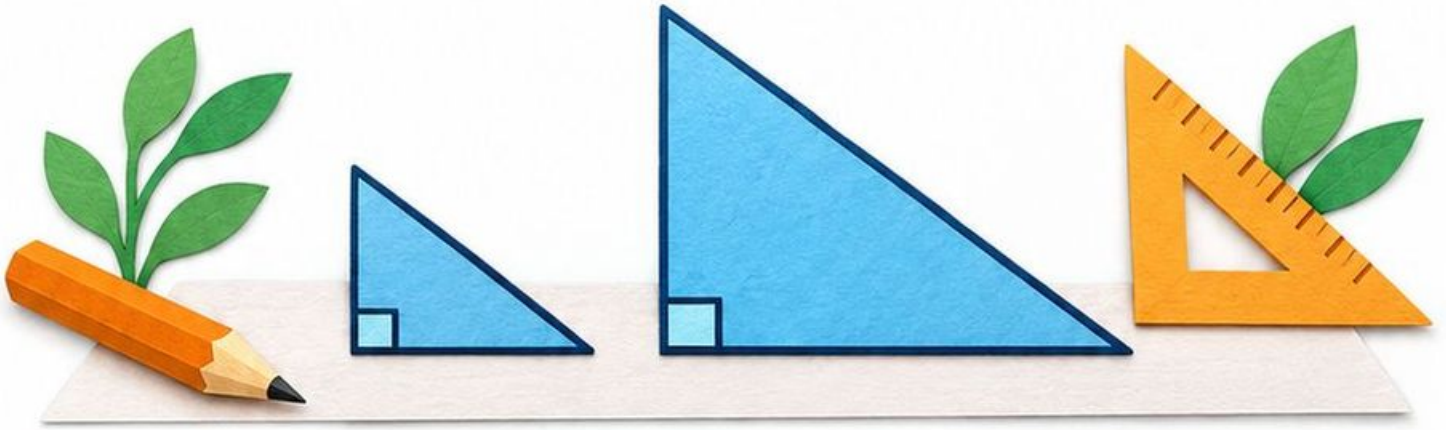
M04-055 • Klasy 7–8 • 15 minut

Co zmienia skala?

Cel: stosujesz skalę podobieństwa do długości i pól.

Odkrywaj

Narysuj trójkąt o bokach 3; 4; 5 cm oraz podobny w skali 2. Podaj nowe boki i stosunek obwodów.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-056 • Klasy 7–8 • 15 minut

Długości i pola

Cel: stosujesz skalę podobieństwa do długości i pól.

Ćwicz



Figury podobne mają skalę długości $k = 3$ od małej do dużej. Mała ma obwód 14 cm i pole 8 cm². Oblicz obwód i pole dużej.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

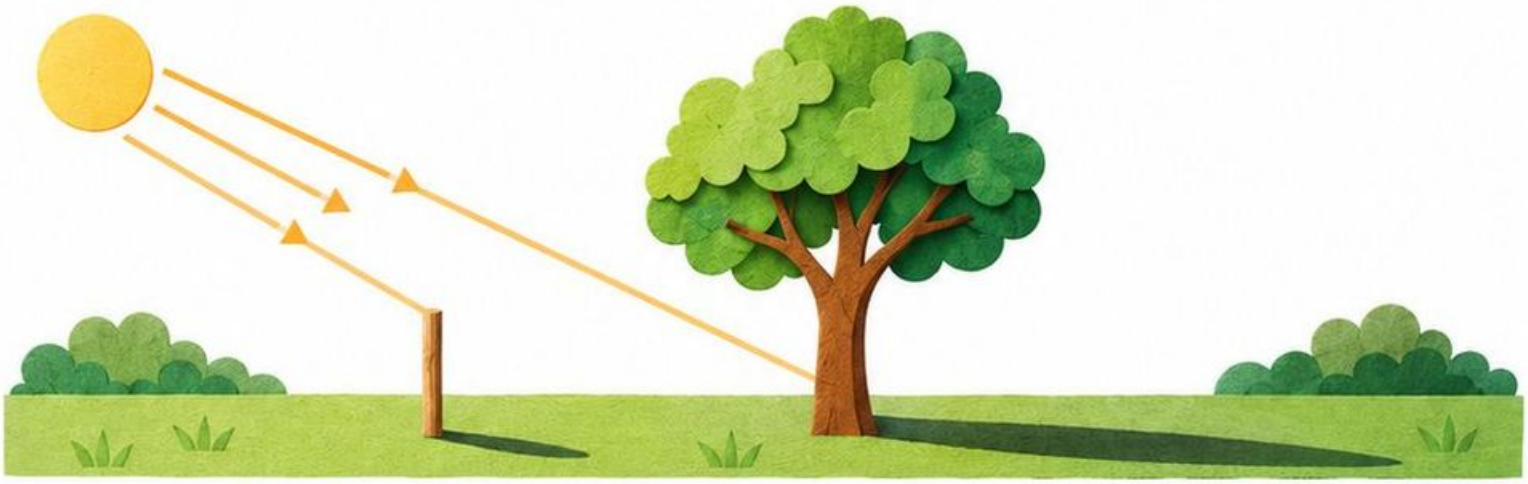
M04-057 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cień drzewa

Cel: stosujesz skalę podobieństwa do długości i pól.

Zastosuj

W tym samym momencie pionowy kij 1,5 m rzuca cień 2 m, a drzewo cień 12 m. Przy poziomym podłożu i równoległych promieniach oblicz wysokość drzewa.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

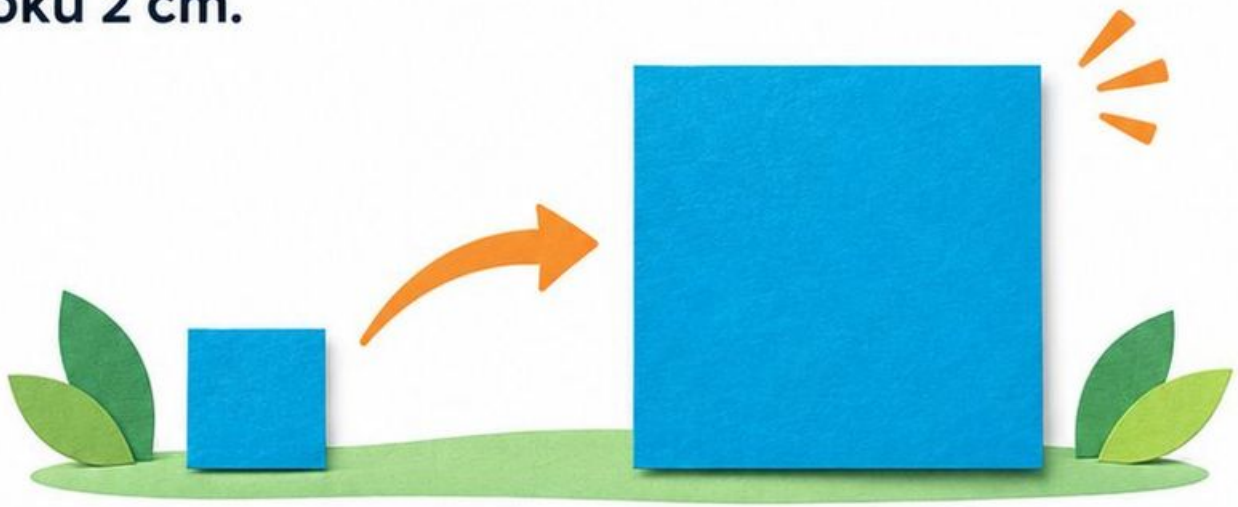
M04-058 • Klasy 7–8 • 15 minut

Pole nie rośnie liniowo

Cel: stosujesz skalę podobieństwa do długości i pól.

Popraw błąd

Model powiększono w skali 4. Ada twierdzi, że pole wzrosło 4 razy. Popraw i sprawdź na kwadracie o boku 2 cm.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

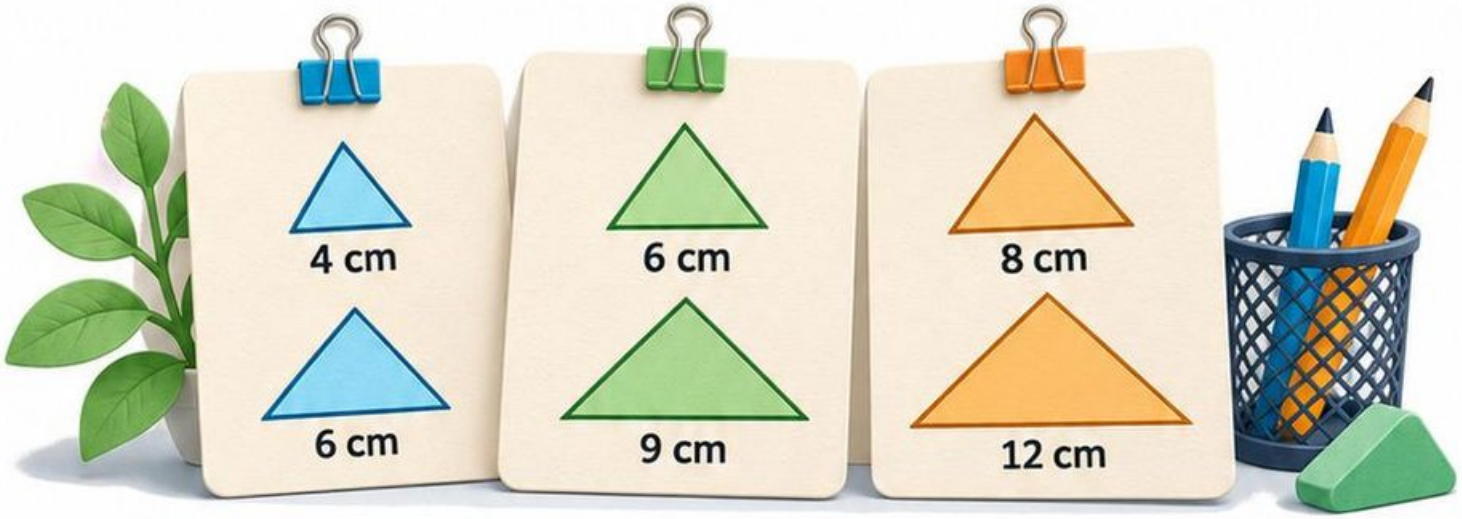
M04-059 • Klasy 7–8 • 15 minut

Czy trójkąty są podobne?

Cel: stosujesz skalę podobieństwa do długości i pól.

Porównaj w parze

W parze porównajcie boki 4; 6; 8 cm oraz 6; 9; 12 cm. Wyznaczcie trzy ilorazy odpowiadających boków. Podajcie skalę i uzasadnienie podobieństwa.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-060 • Klasy 7–8 • 15 minut

Pole zdradza skalę

Cel: stosujesz skalę podobieństwa do długości i pól.

Podejmij wyzwanie

Dwa podobne wielokąty mają pola 20 i 125 cm^2. Obwód mniejszego wynosi 18 cm. Oblicz skalę długości i obwód większego.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-061 • Klasy 7–8 • 15 minut

Kopia bez zmiany rozmiaru

Cel: odróżniasz przystawanie od podobieństwa i opisujesz konstrukcję.

Odkrywaj



Narysuj trójkąt o bokach 4; 5; 6 cm. Opisz konstrukcję za pomocą linijki i cyrkla. Czy odbicie po drugiej stronie podstawy daje trójkąt przystający?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

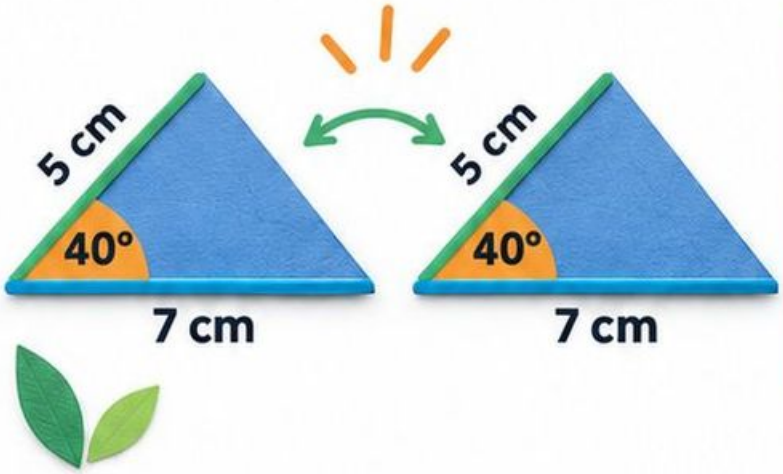
M04-062 • Klasy 7–8 • 15 minut

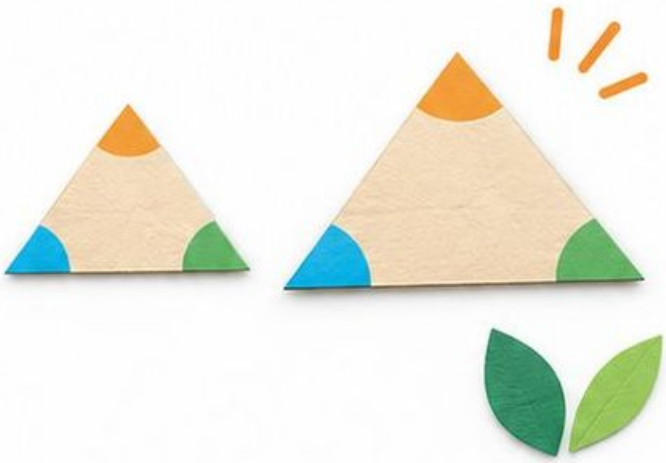
Dane wystarczające

Cel: odróżniasz przystawanie od podobieństwa i opisujesz konstrukcję.

Ćwicz

Dwa trójkąty mają odpowiednio boki 5 i 7 cm oraz kąt między nimi 40°. Czy są przystające? Nazwij cechę. Czy wystarcza równość samych trzech kątów?





Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-063 • Klasy 7–8 • 15 minut

Przeniesienie wzoru

Cel: odróżniasz przystawanie od podobieństwa i opisujesz konstrukcję.

Zastosuj

Stolarz ma wykonać drugi trójkątny element o bokach 8; 10; 12 cm. Czy element 4; 5; 6 cm może być przystającym zamiennikiem? Podaj relację figur.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Kąt musi leżeć między bokami

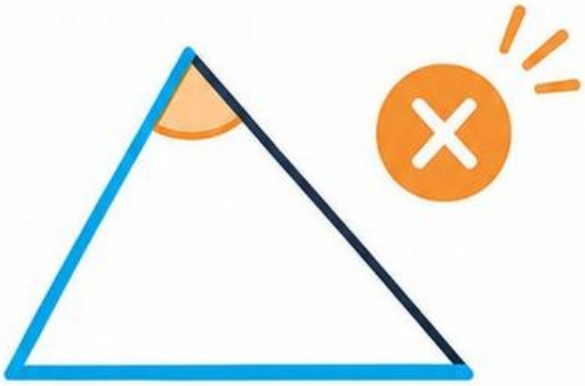
M04-064 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: odróżniasz przystawanie od podobieństwa i opisujesz konstrukcję.

Popraw błąd

Uczeń używa cechy bok-kąt-bok, choć podany kąt nie leży między znanymi bokami. Wyjaśnij, czego wymaga ta cecha. Czy dowolne dane dwóch boków i kąta zapewniają przystawanie?





Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

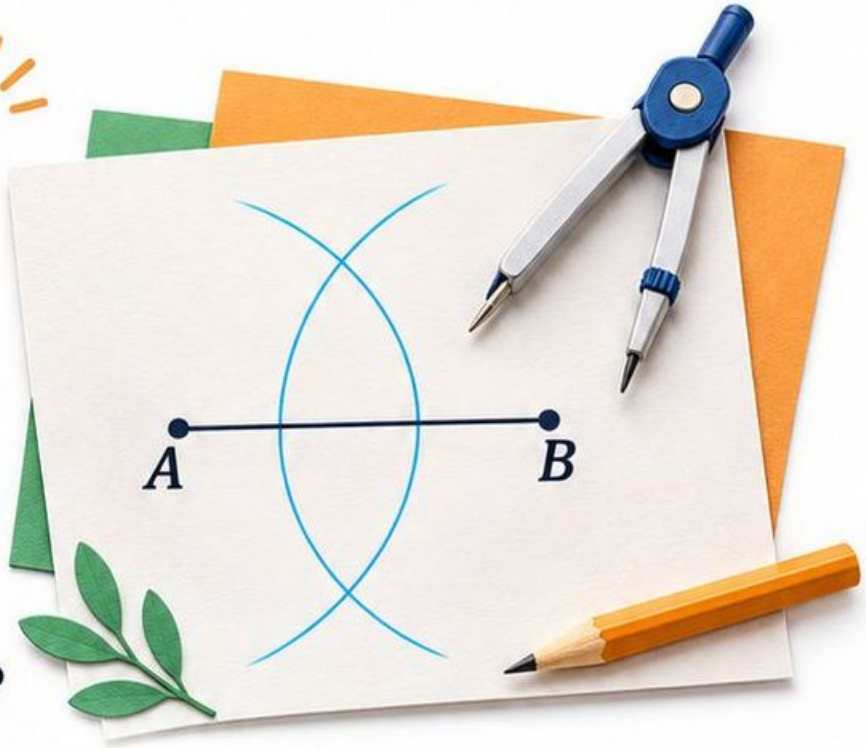
M04-065 • Klasy 7–8 • 15 minut

Symetralna w parze

Cel: odróżniasz przystawanie od podobieństwa i opisujesz konstrukcję.

Porównaj w parze

Jedna osoba konstruuje symetralną odcinka AB, druga opisuje kroki. Użyjcie jednakowych promieni większych niż połowa AB. Co można powiedzieć o odległościach dowolnego punktu symetralnej od A i B?



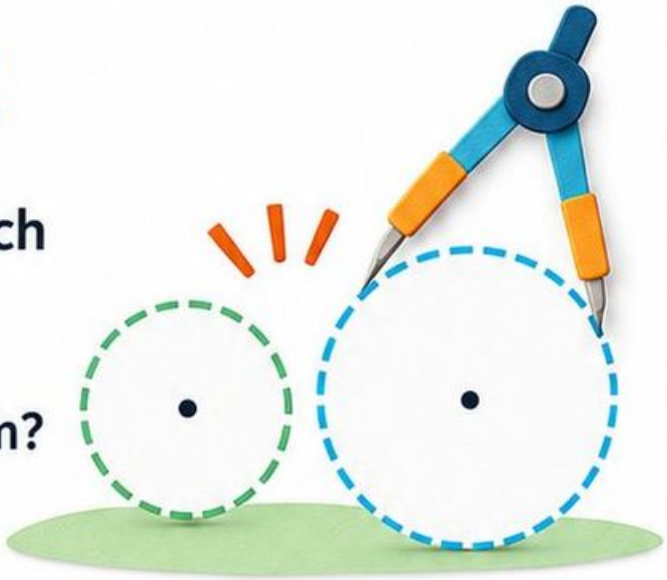
Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Czy konstrukcja się uda?

Cel: odróżniasz przystawanie od podobieństwa i opisujesz konstrukcję.

Podejmij wyzwanie



Masz skonstruować trójkąt o bokach 4; 6; 11 cm. Oceń możliwość przed użyciem cyrkla. Jaki największy całkowity trzeci bok pasuje do 4 i 6 cm?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

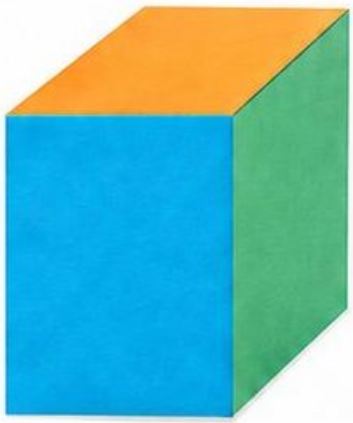
Rozłóż pudełko

M04-067 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: łączysz bryłę z siatką i liczbą jej elementów.

Odkrywaj

Narysuj siatkę prostopadłościanu 2×3×4 cm. Podpisz wymiary sześciu ścian i wskaż pary przystające.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-068 • Klasy 7–8 • 15 minut

Ile krawędzi?

Cel: łączysz bryłę z siatką i liczbą jej elementów.

Ćwicz

Podstawa graniastosłupa ma 7 boków. Oblicz liczbę wierzchołków, krawędzi i ścian. Użyj wzorów $2n$, $3n$, $n+2$.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04·069 • Klasy 7–8 • 15 minut

Opakowanie w kształcie graniastosłupa

Cel: łączysz bryłę z siatką i liczbą jej elementów.

Zastosuj



Pudełko ma podstawę trójkątną i 3 prostokątne ściany boczne. Ile ma wszystkich ścian, krawędzi i wierzchołków?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-070 • Klasy 7–8 • 15 minut

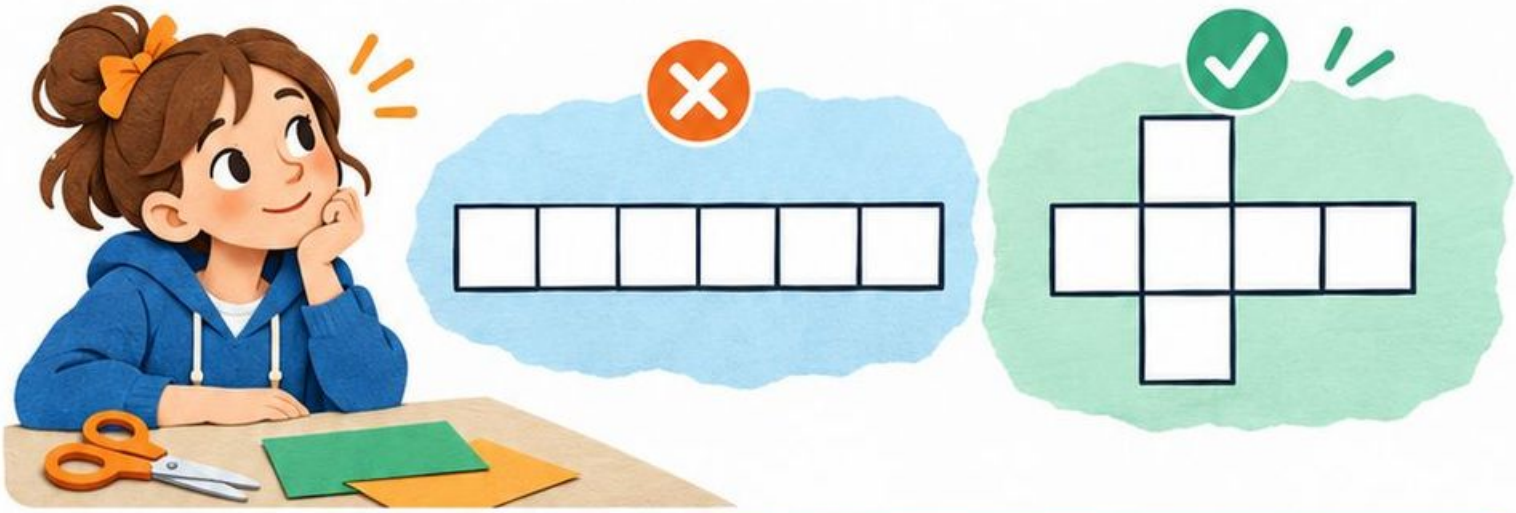
Sześć kwadratów nie zawsze wystarcza



Cel: łączysz bryłę z siatką i liczbą jej elementów.

Popraw błąd

Ada układa 6 kwadratów w jeden prosty pasek i nazywa go siatką sześcianu. Oceń. Narysuj poprawną siatkę z 4 kwadratami w rzędzie i dwoma przy drugim, po przeciwnych stronach.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

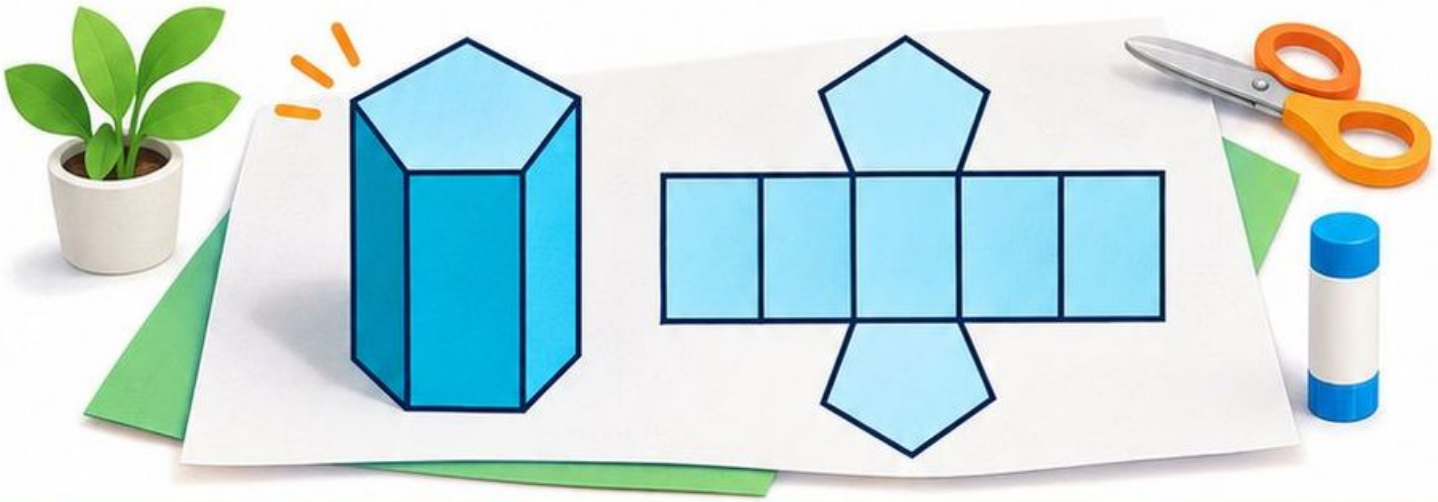
M04-071 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dwa widoki tej samej bryły

Cel: łączysz bryłę z siatką i liczbą jej elementów.

Porównaj w parze

W parze narysujcie graniastosłup prosty o podstawie pięciokąta oraz jego siatkę. Wskażcie odpowiadające 5 prostokątów. Ile wynosi suma liczby ścian i wierzchołków?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-072 • Klasy 7–8 • 15 minut

Od liczby krawędzi do podstawy

Cel: łączysz bryłę z siatką i liczbą jej elementów.

Podejmij wyzwanie

Graniastosłup ma 27 krawędzi. Ile boków ma podstawa, ile jest ścian i wierzchołków?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

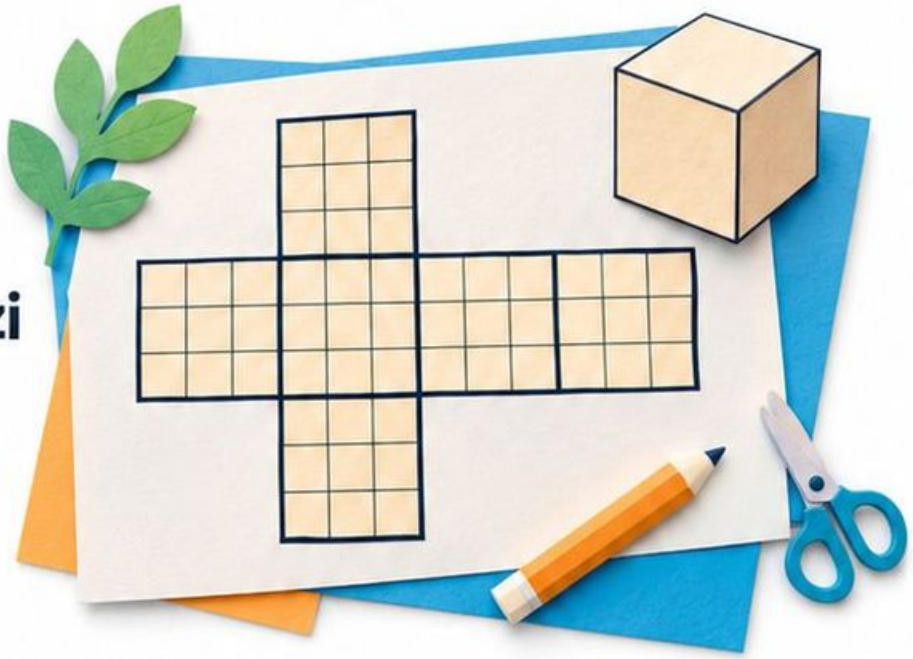
M04-073 • Klasy 7–8 • 15 minut

Pole z siatki

Cel: obliczasz pole całej powierzchni bryły.

Odkrywaj

Narysuj siatkę sześcianu o krawędzi 3 cm. Oblicz pole jednej ściany i całej powierzchni.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-074 • Klasy 7–8 • 15 minut

Trzy pary ścian

Cel: obliczasz pole całej powierzchni bryły.

Ćwicz

Oblicz pole powierzchni prostopadłościanu 4×5×7 cm. Zapisz sumę pól trzech par ścian.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04–075 • Klasy 7–8 • 15 minut

Pudełko bez pokrywki

Cel: obliczasz pole całej powierzchni bryły.

Zastosuj

Pudełko ma podstawę 30×20 cm i wysokość 15 cm. Oblicz pole materiału na dno i 4 ściany boczne, bez zakładek.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Nie dodawaj długości

M04-076 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz pole całej powierzchni bryły.

Popraw błąd

Kuba oblicza pole sześcianu o krawędzi 4 cm jako $6 \times 4 = 24\ cm^2$. Popraw i wyjaśnij, co trzeba obliczyć przed mnożeniem przez 6.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

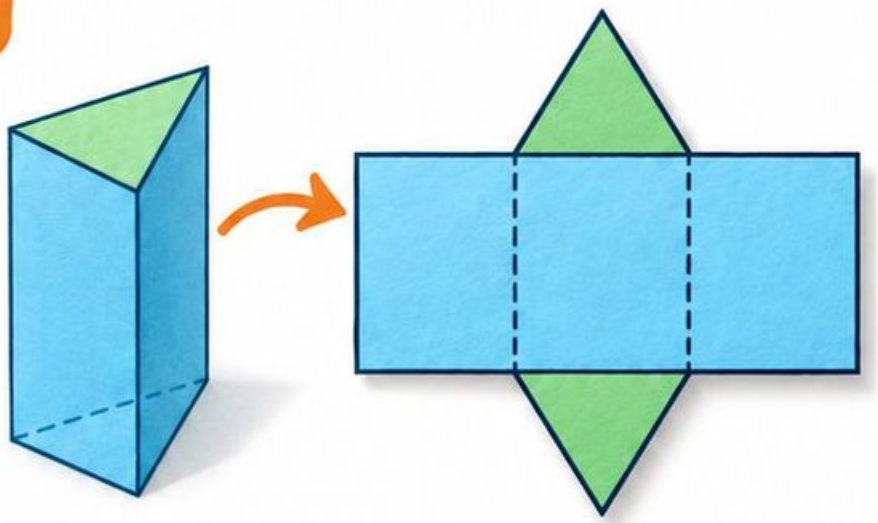
M04-077 • Klasy 7–8 • 15 minut

Pole boczne graniastosłupa

Cel: obliczasz pole całej powierzchni bryły.

Porównaj w parze

W parze obliczcie pole boczne graniastosłupa prostego o podstawie trójkąta 3; 4; 5 cm i wysokości 10 cm. Dodajcie pola obu podstaw.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

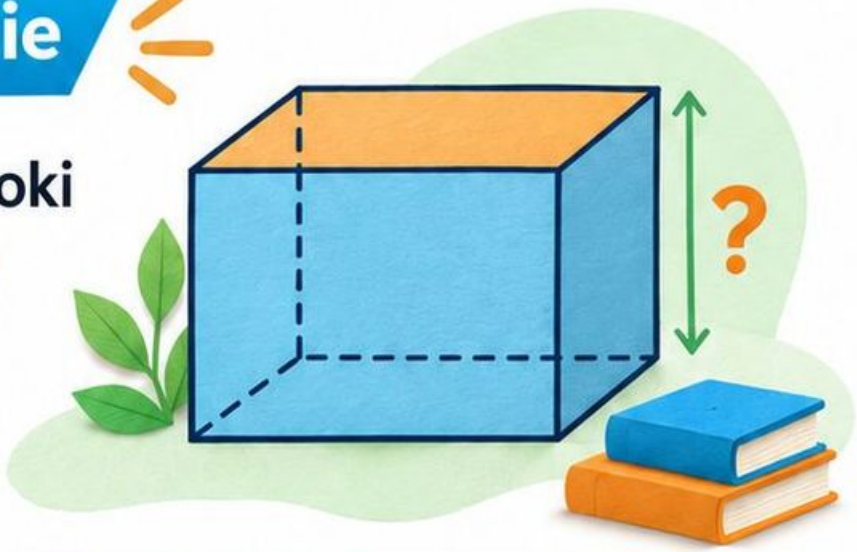
M04-078 • Klasy 7–8 • 15 minut

Brakująca krawędź

Cel: obliczasz pole całej powierzchni bryły.

Podejmij wyzwanie

Prostopadłościan ma boki podstawy 3 i 4 cm oraz pole całkowite 94 cm². Oblicz wysokość.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-079 • Klasy 7–8 • 15 minut

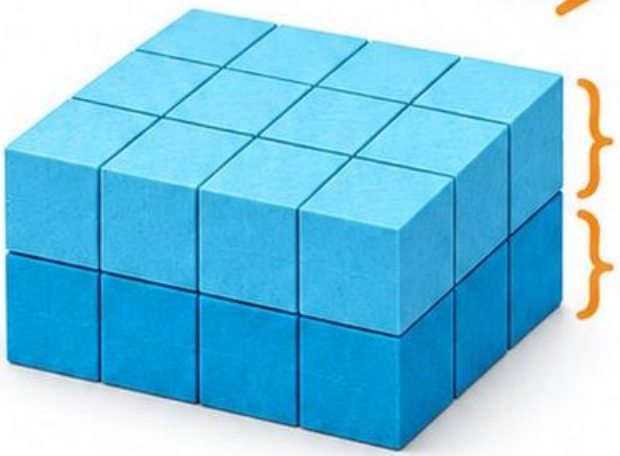
Warstwy sześcianów



Cel: obliczasz objętość i przeliczasz jednostki.

Odkrywaj

Narysuj prostopadłościan 4×3×2 jednostki złożony z sześcianów jednostkowych. Ile sześcianów jest w warstwie i w całej bryle?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Pole podstawy razy wysokość

Cel: obliczasz objętość i przeliczasz jednostki.

Ćwicz

Oblicz objętość graniastosłupa o polu podstawy 18 cm² i wysokości 7 cm. Przelicz 2,5 dm³ na cm³ i litry.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

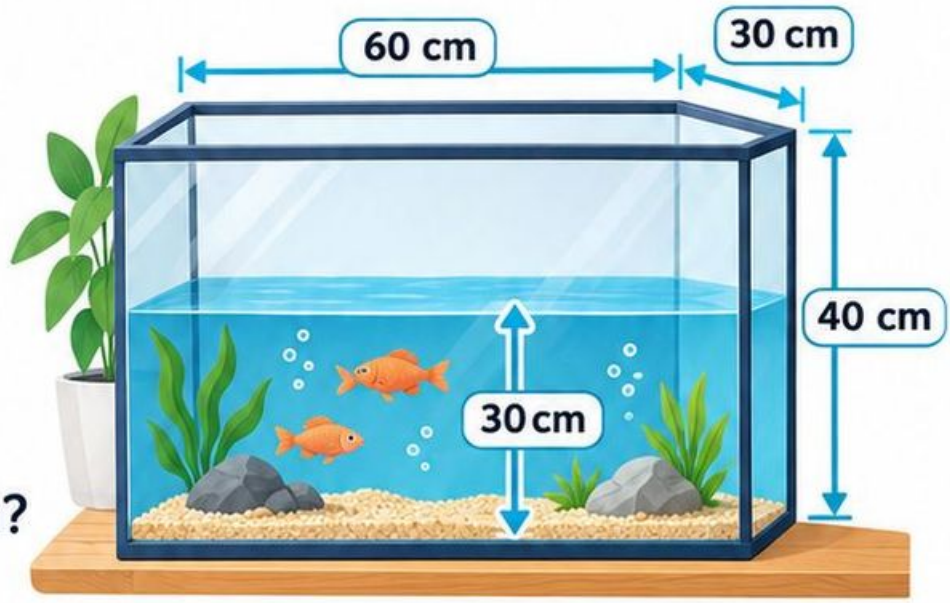
M04-081 • Klasy 7–8 • 15 minut

Woda w akwarium

Cel: obliczasz objętość i przeliczasz jednostki.

Zastosuj

Akwarium ma wewnętrzne wymiary 60×30×40 cm. Woda sięga do 30 cm wysokości. Ile litrów wody jest w akwarium?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-082 • Klasy 7–8 • 15 minut

Pole to za mało

Cel: obliczasz objętość i przeliczasz jednostki.

Popraw błąd

Ada podaje objętość pudełka 8×5×3 cm jako 40 cm³. Wskaż pominięty wymiar i popraw.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-083 • Klasy 7–8 • 15 minut

Różne podstawy, ta sama objętość

Cel: obliczasz objętość i przeliczasz jednostki.

Porównaj w parze

W parze porównajcie graniastosłupy: A ma pole podstawy 24 cm^2 i wysokość 5 cm; B ma pole 15 cm^2. Jaką wysokość musi mieć B, aby objętości były równe?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-084 • Klasy 7–8 • 15 minut

Podniesienie poziomu wody

Cel: obliczasz objętość i przeliczasz jednostki.

Podejmij wyzwanie

Do prostopadłościennego zbiornika o podstawie 40×25 cm dolano 3 l wody. O ile cm podniesie się poziom? Zbiornik ma wystarczający zapas miejsca.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

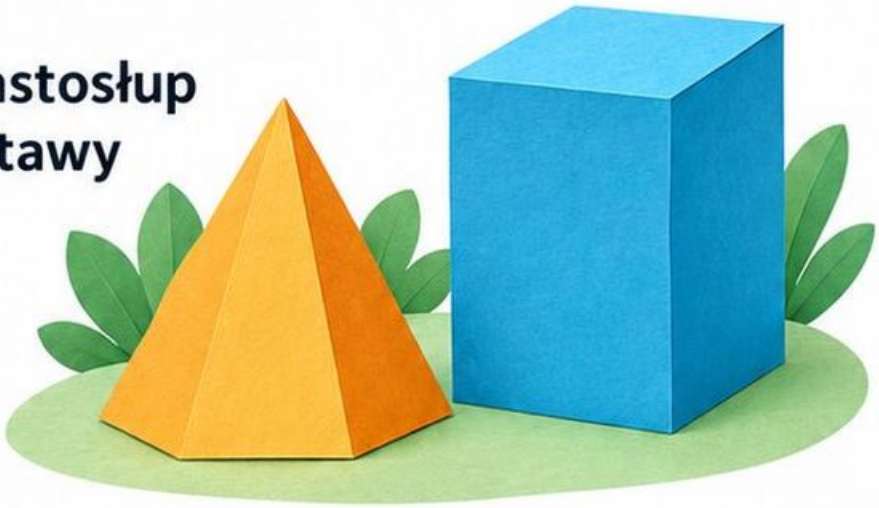
M04-085 • Klasy 7–8 • 15 minut

Trzecia część graniastosłupa

Cel: obliczasz objętość i pole ostrosłupa.

Odkrywaj

Narysuj ostrosłup i graniastosłup o jednakowym polu podstawy 36 cm^2 i wysokości 9 cm. Oblicz objętości. Jaki jest ich stosunek?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Podstawa i wysokość

Cel: obliczasz objętość i pole ostrosłupa.

Ćwicz

Ostrosłup ma prostokątną podstawę 8×5 cm i wysokość 12 cm. Oblicz objętość. Czy do tego rachunku potrzebujesz wysokości ściany bocznej?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-087 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dach w kształcie ostrosłupa

Cel: obliczasz objętość i pole ostrosłupa.

Zastosuj

Dach ma kształt powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego. Bok podstawy 6 m, a wysokość każdej trójkątnej ściany 5 m. Oblicz powierzchnię pokrycia bez zapasu.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.



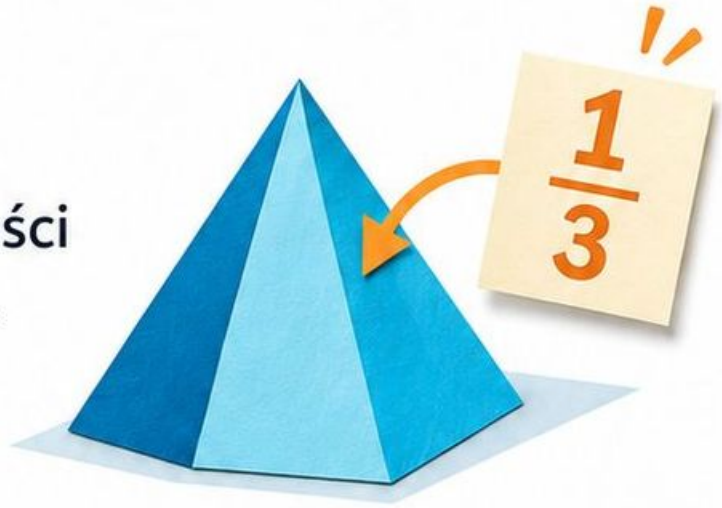
Wysokość bryły i ściany

M04-088 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz objętość i pole ostrosłupa.

Popraw błąd

Jan liczy objętość ostrosłupa o podstawie 100 cm² i wysokości 12 cm jako 1200 cm³. Popraw. Wyjaśnij rolę czynnika $\frac{1}{3}$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

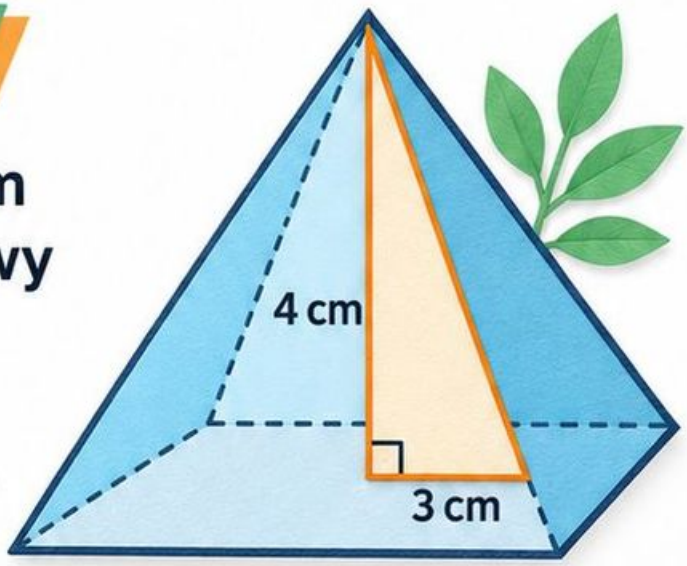
Dwie wysokości w parze

M04-089 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: obliczasz objętość i pole ostrosłupa.

Porównaj w parze

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym bok podstawy ma 6 cm, a wysokość bryły 4 cm. Obliczcie wysokość ściany bocznej, pole boczne i całkowite.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M04-090 • Klasy 7–8 • 15 minut

Objętość wyznacza wysokość

Cel: obliczasz objętość i pole ostrosłupa.

Podejmij wyzwanie

Ostrosłup ma objętość 250 cm^3 i pole podstawy 75 cm^2. Oblicz wysokość. Następnie porównaj z wysokością graniastosłupa o tej samej podstawie i objętości.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

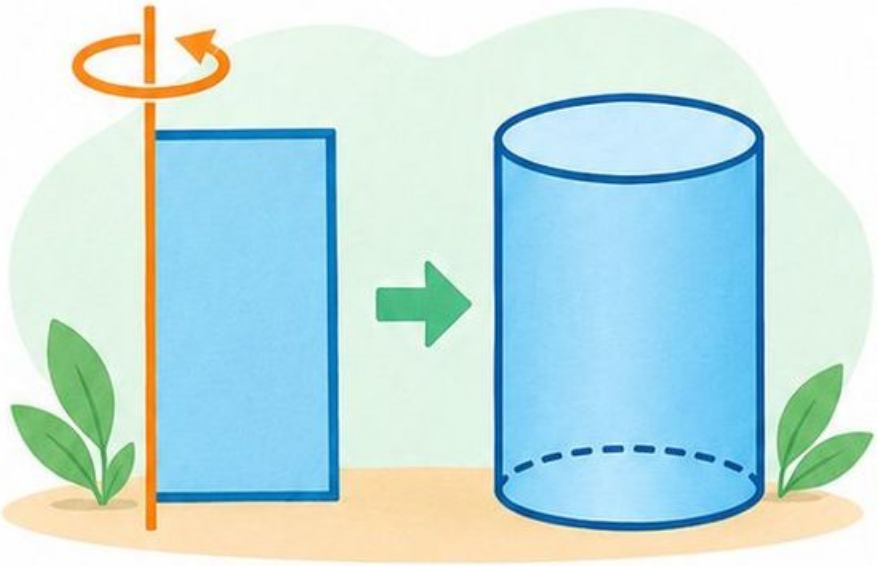
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Obrót prostokąta

Cel: stosujesz wzory brył obrotowych.

Odkrywaj

Prostokąt 3×5 cm obraca się wokół boku 5 cm. Narysuj walec, podaj promień i wysokość. Oblicz objętość.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Trzy objętości

Cel: stosujesz wzory brył obrotowych.



Ćwicz

Oblicz objętości: walca $r=2$, $h=6$ cm; stożka $r=3$, $h=4$ cm; kuli $r=3$ cm. Podaj wyniki dokładne.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

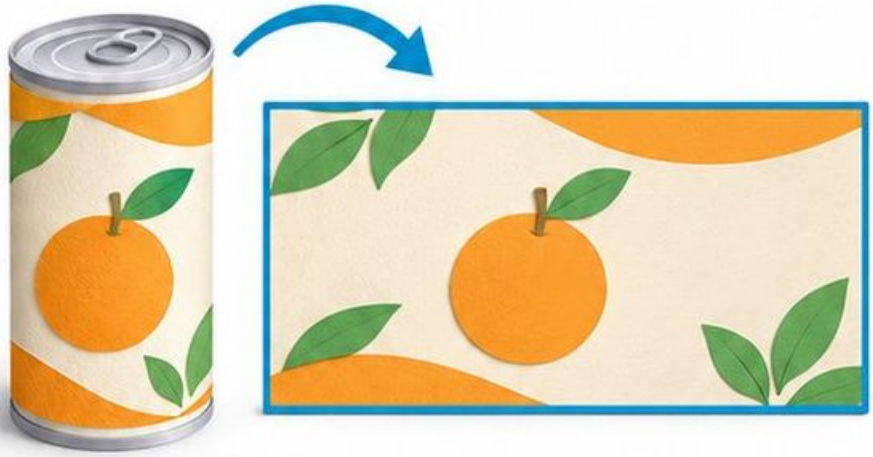
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Etykieta na puszkę

Cel: stosujesz wzory brył obrotowych.

Zastosuj

Puszka ma promień 4 cm i wysokość 12 cm. Oblicz pole prostokątnej etykiety na całą powierzchnię boczną bez zakładki.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

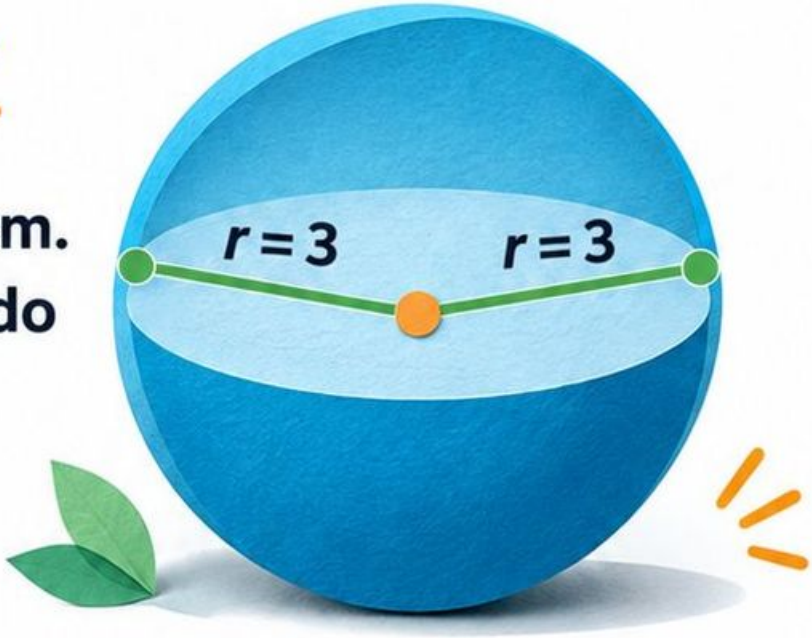
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Promień czy średnica kuli?

Cel: stosujesz wzory brył obrotowych.

Popraw błąd

Średnica kuli wynosi 6 cm. Ada podstawia 6 jako r do $\frac{4\pi r^3}{3}$. Popraw i oblicz objętość.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

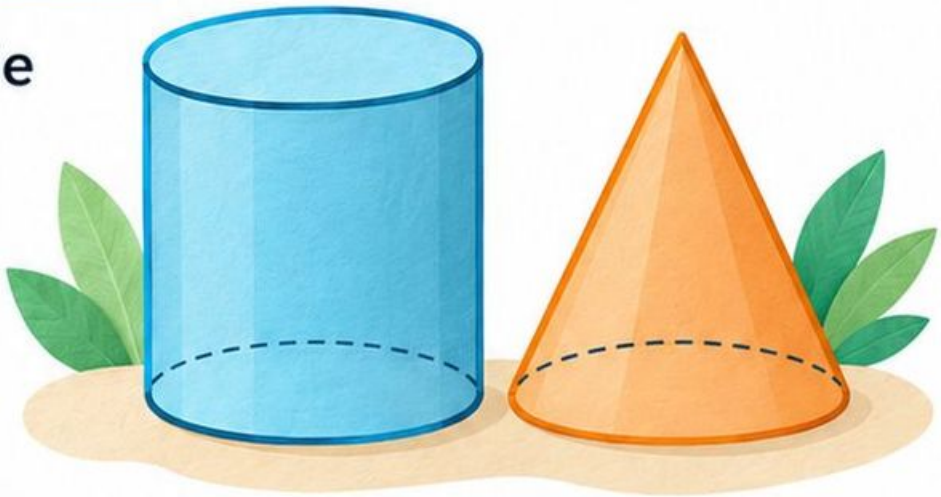
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Walec i stożek

Cel: stosujesz wzory brył obrotowych.

Porównaj w parze

W parze porównajcie walec i stożek o jednakowych $r=5$ cm, $h=9$ cm. Obliczcie objętości i ich różnicę.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

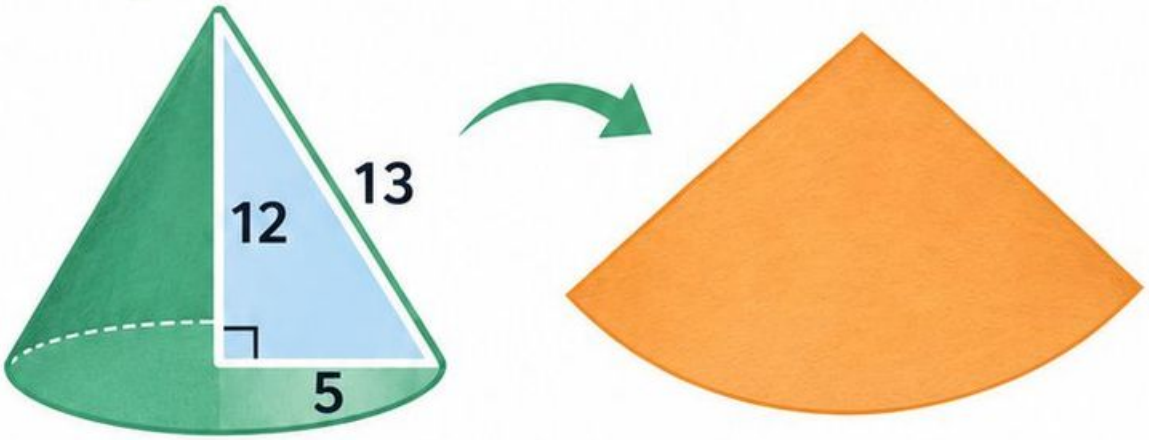
Tworząca pomaga znaleźć wysokość



Cel: stosujesz wzory brył obrotowych.

Podejmij wyzwanie

Stożek ma promień 5 cm i tworzącą 13 cm. Oblicz wysokość, po czym objętość i pole całkowite.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Względem którego kąta?

Cel: dobierasz funkcję trygonometryczną do boków trójkąta.

Odkrywaj

Narysuj trójkąt prostokątny o bokach 3; 4; 5. Kąt α leży naprzeciw boku 3. Zapisz $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ i $\mathrm{tg}\alpha$. Wskaż przeciwprostokątną.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Znajdź bok z sinusa

Cel: dobierasz funkcję trygonometryczną do boków trójkąta.

Ćwicz



W trójkącie prostokątnym przeciwprostokątna ma 10 cm, a $\sin\alpha = 0{,}6$. Oblicz bok naprzeciw α i drugą przyprostokątną.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Pochylnia

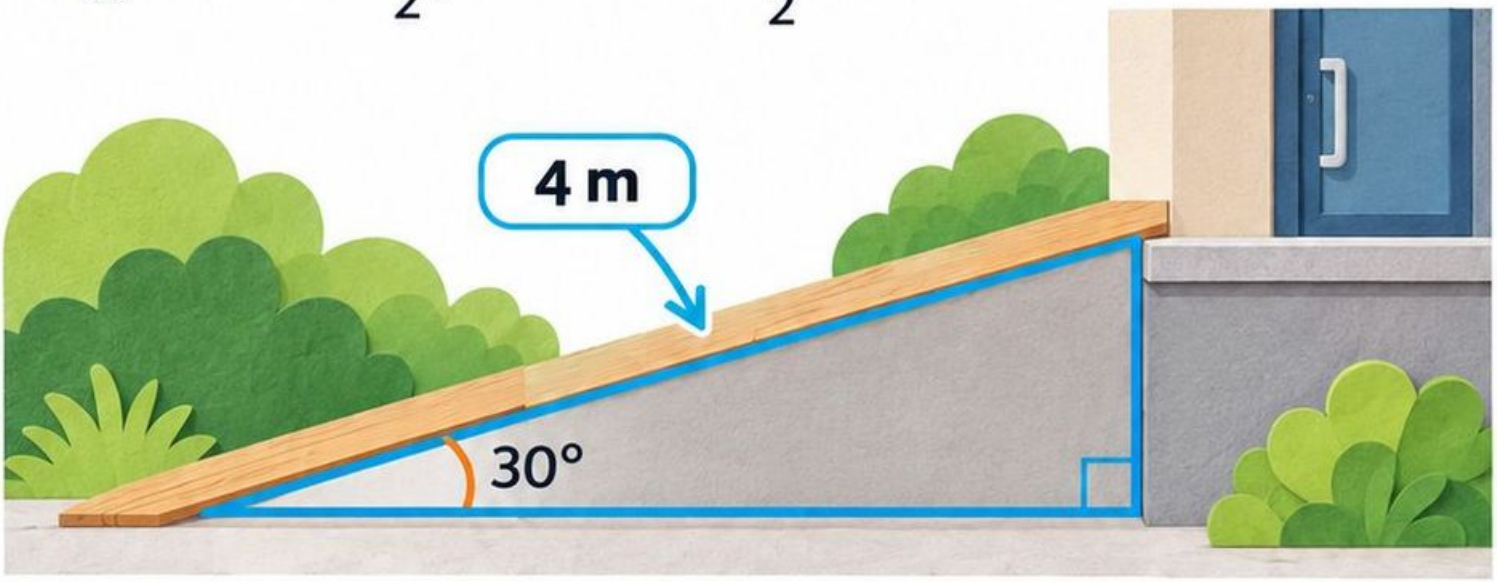
M04-099 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: dobierasz funkcję trygonometryczną do boków trójkąta.

Zastosuj

Pochylnia długości 4 m tworzy z poziomem kąt 30°. Oblicz wysokość końca i długość rzutu na poziom.

Użyj $\sin 30° = \frac{1}{2}$, $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Odwrócony iloraz

Cel: dobierasz funkcję trygonometryczną do boków trójkąta.

Popraw błąd

Ola dla kąta ostrego α zapisuje

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\text{przyległa}}{\text{przeciwległa}}.$$

Popraw definicję i oblicz $\mathrm{tg}\,\alpha$ dla przeciwległej 5 cm i przyległej 12 cm.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

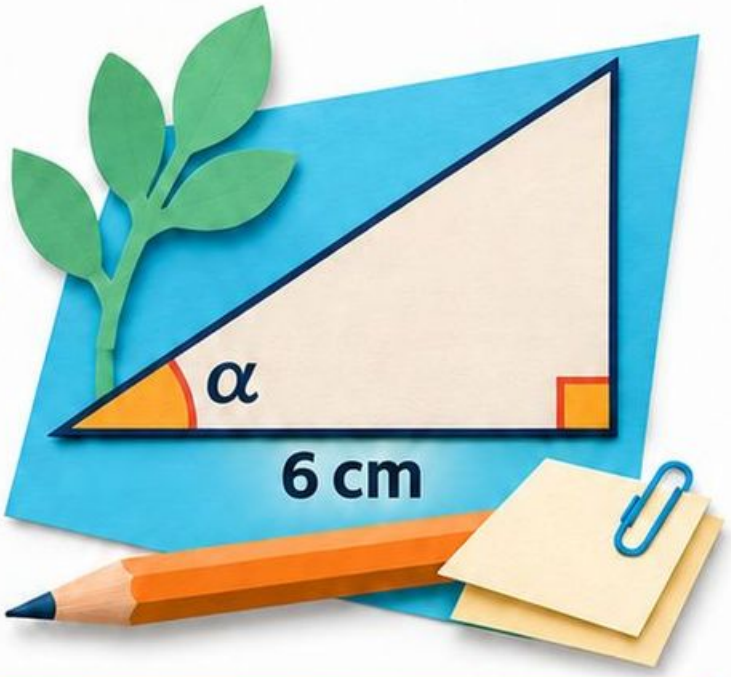
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwie funkcje, jeden bok

Cel: dobierasz funkcję trygonometryczną do boków trójkąta.

Porównaj w parze

W parze rozważcie trójkąt prostokątny z przyprostokątną przyległą do α równą 6 cm oraz $\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{3}$. Obliczcie drugą przyprostokątną, przeciwprostokątną i $\cos\alpha$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wysokość z obserwacji

Cel: dobierasz funkcję trygonometryczną do boków trójkąta.

Podejmij wyzwanie

Obserwator stoi 30 m od podstawy pionowej wieży na poziomym terenie. Kąt wzniesienia do szczytu to 45°, a oczy są 1,6 m nad podłożem. Oblicz wysokość wieży.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Jednostki i dokładność — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Jednostki i dokładność



M04-001

Własny pomiar zależny od rysunku; 73 mm=7,3 cm= 0,073 m; zwykła linijka nie.



M04-002

350 dm^2; 35000 cm^2; 100 pól.

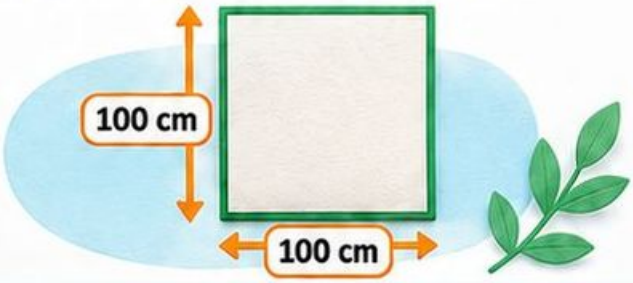
M04-003

3,15 m; 7 odcinków=3,5 m.



M04-004

2 m^2=20000 cm^2; 1 m^2=100×100 cm^2.



M04-005

Wartości równe; dokładność taka sama przy podanym założeniu.



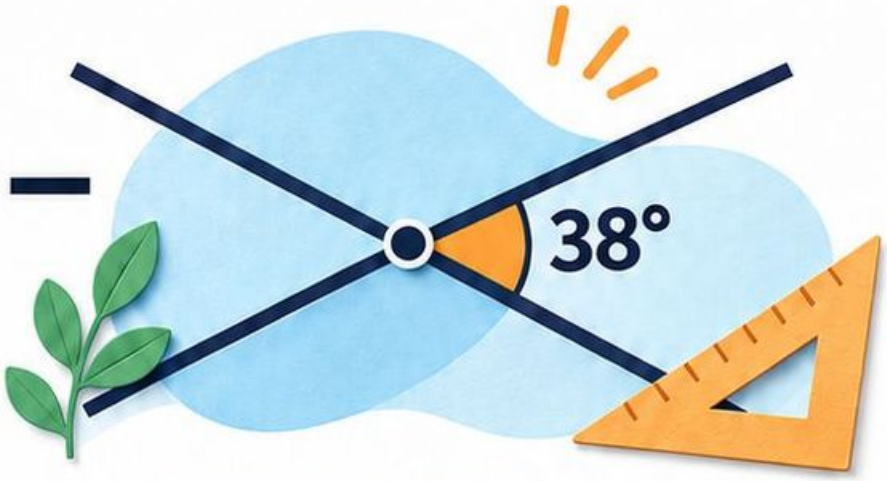
M04-006

17,5 cm i 18,4 cm.



Proste i kąty — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi



M04-007

142°, 38°, 142°; wierzchołkowe równe.

M04-008

53°; 54°.

M04-009

135°; 225°.

M04-010

Przyległy 120°; równe są wierzchołkowe, nie wszystkie.

M04-011

Cztery kąty 65°, cztery 115°; odpowiadające równe, przyległe suma 180°.

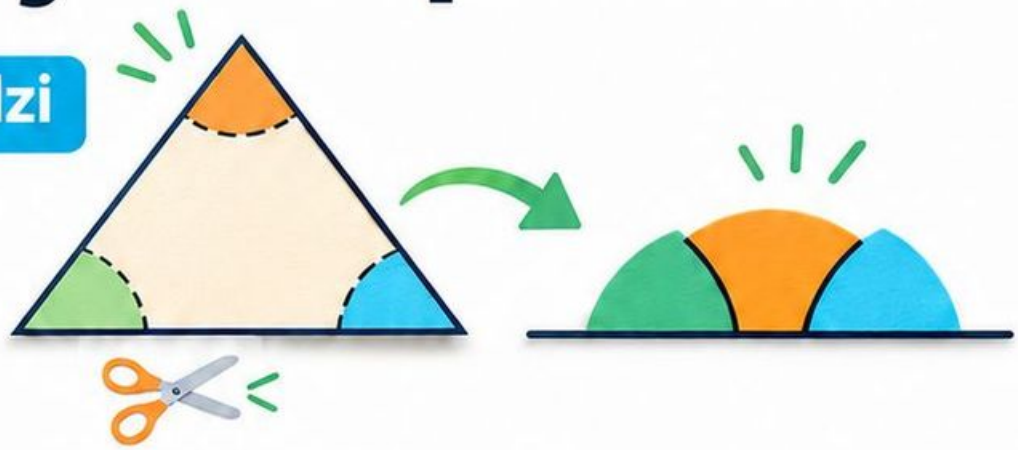
M04-012

$5x + 5 = 180$; $x = 35$; 115° i 65°.

Trójkąty — odpowiedzi

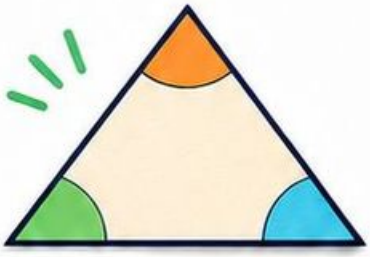
Klucz odpowiedzi

Trójkąty



M04-013

65°; suma 180°.

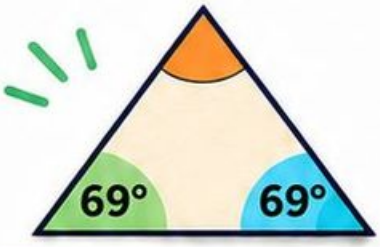


M04-014

3+4<8: nie;
5+7>10: tak.

M04-015

69° i 69°.



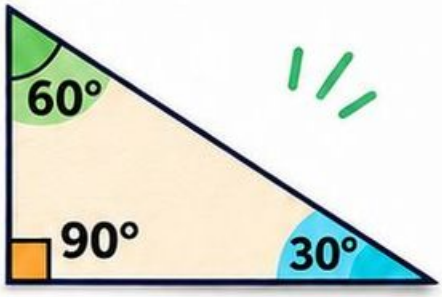
M04-016

Potrzeba 2+3>5;
przy równości układają się na prostej, brak trójkąta.



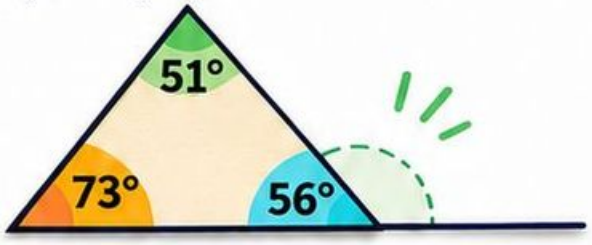
M04-017

30°,60°,90°.



M04-018

73° i 56° przy kącie zewnętrznym; wewnętrzne 51°,73°,56°.



Czworokąty — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Czworokąty



M04-019

M04-019: Po 2 pary boków równoległych; nie, romb może mieć kąty nieproste.

M04-020

M04-020: 108°,72°, 108°; sąsiednie 180°, przeciwległe równe.

M04-021

M04-021: Prostokąt, nie, np. równoramienny trapez ma równe przekątne.

M04-022

M04-022: Fałsz; kwadrat spełnia definicję prostokąta, równe boki to dodatkowa własność.

M04-023

M04-023: Tak; połówki 3 i 4 cm; bok 5 cm.

M04-024

M04-024: 116° nad 64°; 102° nad 78°.

Obwody figur – odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

Obwody figur

M04-025: Obwód 16 cm; pole 15 cm²; długość granicy vs powierzchnia.

M04-026: 14 cm; 14+15>18.

M04-027: 2(24+17)−4=78 m.

M04-028: Obwód 36 cm; 77 cm² to pole.

M04-029: 1×9; 2×8; 3×7; 4×6; 5×5; pola 9; 16; 21; 24; 25 cm², różne.

M04-030: 36 cm, bez zmiany; usunięte 3+2 zastępują nowe 3+2.

Pola prostokąta i równoległoboku — odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

Pola prostokąta i równoległoboku

M04-031:	24 cm^2; równe pole równoległoboku.
M04-032:	3,6 m^2; 90 cm^2.
M04-033:	24,8 m^2; 868 zł.
M04-034:	40 cm^2; wysokość prostopadła 4 cm, nie ukośny bok 6.
M04-035:	Pole 36 cm^2; druga wysokość 6 cm.
M04-036:	Pole mnoży się przez 1,5; 32→48 cm^2, wzrost 50%.



Pola trójkąta i trapezu — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Pola trójkąta i trapezu



M04-037

30 cm^2; przekątna dzieli na przystające trójkąty.

M04-038

63 cm^2; 63 cm^2.

M04-039

Pole 28 m^2; 10 worków.

M04-040

Trójkąt 30 cm^2; iloczyn to pole odpowiedniego równoległoboku lub prostokąta.

M04-041

32 cm^2; prostokąt 24, łączne trójkąty 8 cm^2.

M04-042

Trapez 6 cm; trójkąt 8 cm.

Okrąg i koło – odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Okrąg i koło



M04-043: Średnica 6 cm; okrąg 6π cm; pole 9π cm².

M04-044: 14π cm $\approx 43{,}96$ cm; 25π cm² $\approx 78{,}5$ cm².

M04-045: 70π cm ≈ 220 cm $= 2{,}2$ m.

M04-046: $r = 5$ cm; pole 25π cm².

M04-047: Długość 2 razy; pole 4 razy.

M04-048: Pole 7π m²; krawędzie łącznie 14π m.

Twierdzenie Pitagorasa — odpowiedzi

Twierdzenie Pitagorasa

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Klucz odpowiedzi

M04-049

9 + 16 = 25;
przeciwprostokątna **5 cm.**

M04-050

13 cm; 15 cm.

M04-051

$c = \sqrt{25 - 1{,}96} = \sqrt{23{,}04}$,
c = **4,8 m.**

M04-052

$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = 10^2$;
tak, najdłuższy bok 10 to przeciwprostokątna.

M04-053

$c = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289}$,
c = **17 cm;**
d = $\mathbf{6\sqrt{2}}$ **cm.**

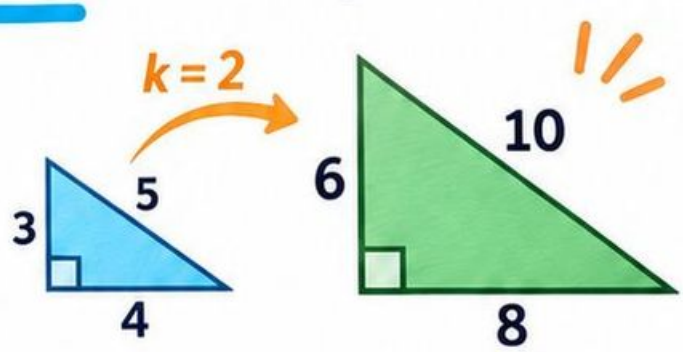
M04-054

Różnice **6** i **8**;
AB **10.**

Podobieństwo i skala — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Podobieństwo i skala



M04-055: 6; 8; 10 cm; obwody 2:1.

M04-056: 42 cm; 72 cm².

M04-057: 9 m; $h/12=1{,}5/2$.

M04-058: Pole 16 razy; 4 cm²→64 cm².

M04-059: Wszystkie 1,5; podobne z proporcjonalności trzech boków; k 1,5.

M04-060: $k=\sqrt{(125/20)}=2{,}5$; obwód 45 cm.

Przystawanie i konstrukcje — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Przystawanie i konstrukcje

M04-061: Podstawa 6; łuki promieni 4 i 5 z końców; połącz przecięcie; tak.

M04-062: Tak, bok-kąt-bok; trzy kąty dają podobieństwo, niekoniecznie przystawanie.

M04-063: Nie; jest podobny w skali 1/2, ma inne długości.

M04-064: Kąt musi być zawarty między bokami; dowolny kąt nie gwarantuje.

M04-065: Łuki z A i B, łączymy ich dwa przecięcia; odległości równe.

M04-066: Niemożliwe $4+6<11$; największy 9 cm, bo $2<c<10$.

Graniastosłupy i siatki — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi



Graniastosłupy i siatki

M04-067:

Dwie 2×3, dwie 2×4, dwie 3×4.

M04-068:

14 wierzchołków, 21 krawędzi, 9 ścian.

M04-069:

5 ścian, 9 krawędzi, 6 wierzchołków.

M04-070:

Prosty pasek nie zamyka sześcianu; opisany krzyż jest poprawny.

M04-071:

5 ścian bocznych; 7 ścian + 10 wierzchołków = 17.

M04-072:

n = 9; 11 ścian; 18 wierzchołków.

Pola powierzchni brył — odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

M04-073: 9 cm²; 54 cm².

M04-074: $2(20+28+35)=166$ cm².

M04-075: $600+2\times450+2\times300=2100$ cm².

M04-076: Pole ściany 16 cm²; całość 96 cm².

M04-077: Boczne 120 cm²; podstawa 6 cm²; całkowite 132 cm².

M04-078: $24+14h=94$; $h=5$ cm.

Objętości graniastosłupów — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi



Objętości graniastosłupów

M04-079: 12 w warstwie; 24 łącznie.

M04-080: 126 cm^3; 2500 cm^3; 2,5 l.

M04-081: 54000 cm^3=54 l.

M04-082: Pominięto wysokość 3; objętość 120 cm^3.

M04-083: A 120 cm^3; B wysokość 8 cm.

M04-084: 3000 cm^3:1000 cm^2=3 cm.

Ostrosłupy — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Ostrosłupy



M04-085:

Ostrosłup 108 cm^3; graniastosłup 324 cm^3; 1:3.

M04-086:

160 cm^3; nie, potrzebna prostopadła wysokość bryły.

M04-087:

$4\times(6\times5/2)=60\ m^2$.

M04-088:

400 cm^3; ostrosłup ma 1/3 objętości odpowiedniego graniastosłupa.

M04-089:

Wysokość ściany 5 cm; pole boczne 60 cm^2; całkowite 96 cm^2.

M04-090:

Ostrosłup 10 cm; graniastosłup 10/3 cm; ostrosłup 3 razy wyższy.

Walec, stożek, kula — odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

M04-091: $r = 3$ cm, $h = 5$ cm; $V = 45\,\pi$ cm^3.

M04-092: $24\,\pi$ cm^3; $12\,\pi$ cm^3; $36\,\pi$ cm^3.

M04-093: $2\,\pi r \times h = 96\,\pi$ cm^2.

M04-094: $r = 3$ cm; $36\,\pi$ cm^3.

M04-095: Walec $225\,\pi$ cm^3; stożek $75\,\pi$ cm^3; różnica $150\,\pi$ cm^3.

M04-096: $h = 12$ cm; $V = 100\,\pi$ cm^3; $P = \pi r^2 + \pi r l = 90\,\pi$ cm^2.

Trygonometria trójkąta prostokątnego — odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

Trygonometria trójkąta prostokątnego

M04-097:

$\sin\alpha=3/5$; $\cos\alpha=4/5$; $\operatorname{tg}\alpha=3/4$; przeciwprostokątna 5.

M04-098:

6 cm; 8 cm.

M04-099:

Wysokość 2 m; rzut $2\sqrt{3}$ m.

M04-100:

$\operatorname{tg}\alpha$ = przeciwległa/przyległa = 5/12.

M04-101:

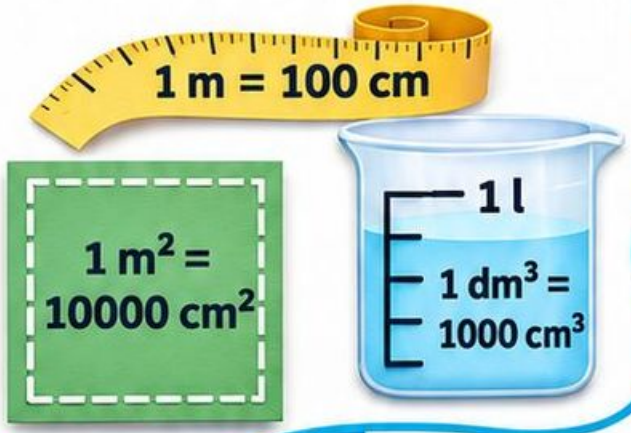
Przeciwległa 8 cm; przeciwprostokątna 10 cm; $\cos\alpha=3/5$.

M04-102:

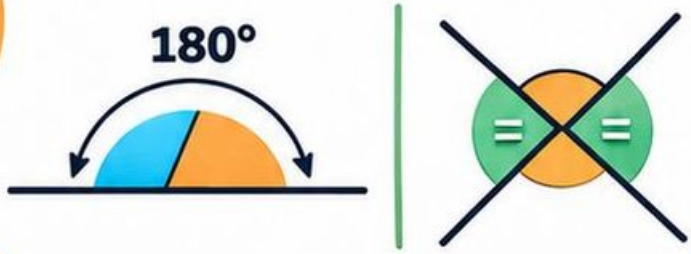
$30\times\operatorname{tg}45^\circ+1{,}6=31{,}6$ m.

Od jednostki do figury

Długość: 1 m = 100 cm.
Pole: 1 m^2 = 10000 cm^2.
Objętość:
1 dm^3 = 1000 cm^3 = 1 l.



Kąty przyległe sumują się do 180°, wierzchołkowe są równe.

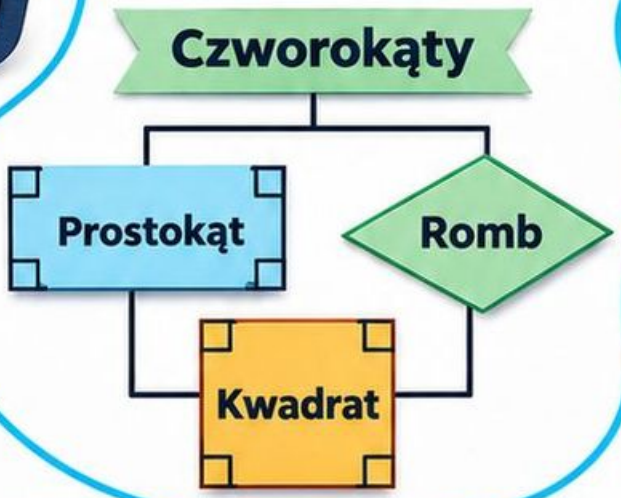




Trójkąt: suma kątów 180°; suma dwóch krótszych boków musi być większa od najdłuższego.



Prostokąt ma 4 kąty proste. **Kwadrat** jest szczególnym prostokątem i rombem.



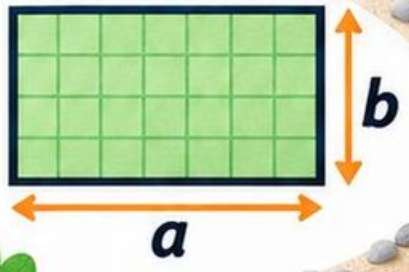


Dobieraj jednostkę do mierzonej wielkości.

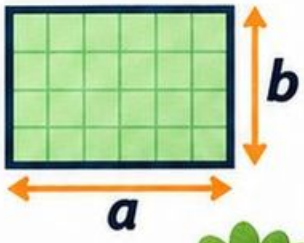
Granica i powierzchnia

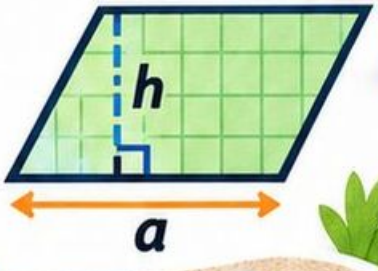
Mapa myśli

Obwód to długość granicy. Prostokąt: $2(a+b)$.

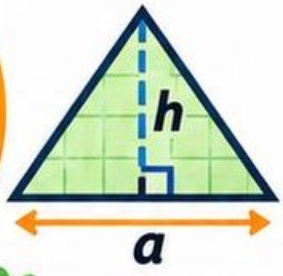


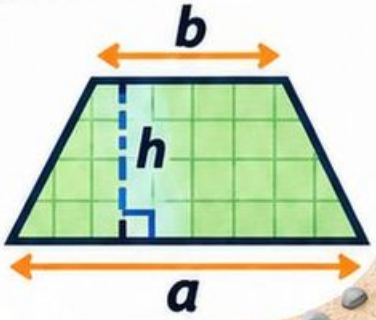
Prostokąt: $P=ab$.
Równoległobok: $P=ah$; wysokość prostopadła do podstawy.





Trójkąt: $P=\frac{ah}{2}$.
Trapez: $P=\frac{(a+b)h}{2}$.





Okrąg: $L=2\pi r=\pi d$.
Koło: $P=\pi r^2$.



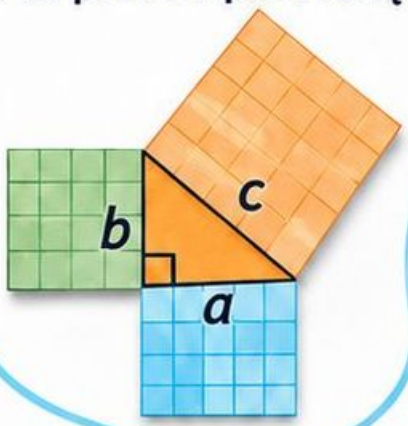


Długość podaj w jednostkach długości, pole w jednostkach kwadratowych.

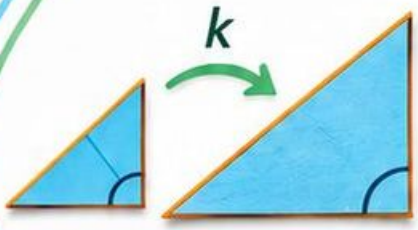
Boki, skala i siatka

Mapa myśli

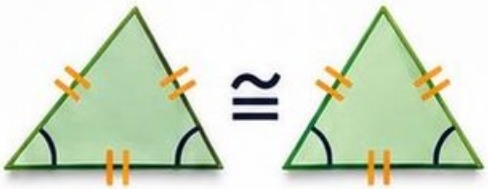
Pitagoras: $a^2+b^2=c^2$ w trójkącie prostokątnym, c to przeciwprostokątna.



Podobieństwo w skali k: długości razy k, pola razy k^2.

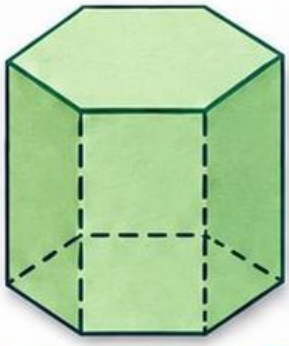


Przystawanie: te same rozmiary i kształt. Cechy m.in. bok-bok-bok oraz bok-kąt-bok.

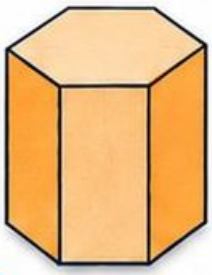




Graniastosłup o podstawie n-kąta: 2 n wierzchołków, 3 n krawędzi, n+2 ściany.



Pole całkowite dodaje pola wszystkich ścian. Siatka pomaga ich nie pominąć.



Wnętrze bryły i trójkąt

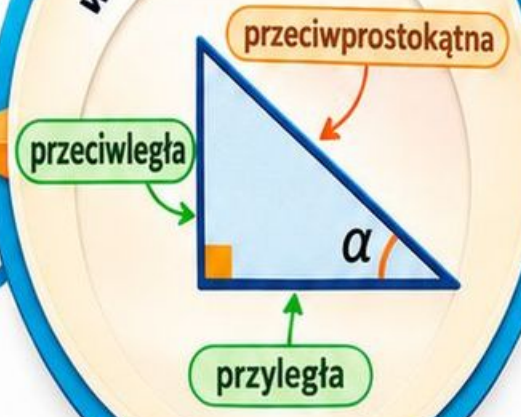
Mapa myśli

Graniastosłup: $V=P_p h$.
Ostrosłup: $V=P_p h/3$.
Wysokość jest prostopadła do podstawy.

Walec: $V=\pi r^2 h$.
Stożek: $V=\pi r^2 h/3$.
Kula: $V=4\ \pi r^3/3$.



Trygonometria w trójkącie prostokątnym



W trójkącie prostokątnym:
$\sin\alpha=$ przeciwległa/przeciwprostokątna.

$\cos\alpha=$ przyległa/przeciwprostokątna;
$\operatorname{tg}\alpha=$ przeciwległa/przyległa.

Wybór boków przyległego i przeciwległego zależy od wskazanego kąta.

MODUŁ 5

Funkcje i wykresy

Czytasz zależności, nie tylko linie.



Zaznaczasz punkty, rozpoznajesz dziedzinę i interpretujesz modele.

Zawsze podpisuj osie i jednostki. Sprawdź, czy model pasuje do sytuacji.

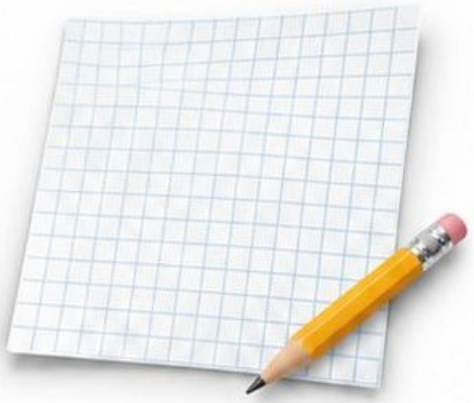
M05-001 • Klasy 7–8 • 15 minut

Najpierw poziomo

Cel: odczytujesz i zaznaczasz punkty układu współrzędnych.

Odkrywaj

Narysuj układ współrzędnych. Zaznacz $A=(3;2)$, $B=(-2;4)$, $C=(-3;-1)$, $D=(2;-4)$. W której ćwiartce leży każdy punkt?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Punkty na osiach

Cel: odczytujesz i zaznaczasz punkty układu współrzędnych.



Ćwicz

Zaznacz $P=(0;5)$, $Q=(-4;0)$, $R=(0;0)$. Która współrzędna jest zerem na osi poziomej, a która na pionowej?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M05-003 • Klasy 7-8 • 15 minut

Plan stanowisk

Cel: odczytujesz i zaznaczasz punkty układu współrzędnych.

Zastosuj

Na planie w metrach punkt wejścia to (1; 2), a stoisko (7; 6). Idziesz tylko równolegle do osi, najpierw poziomo. Ile metrów ma taka najkrótsza trasa?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

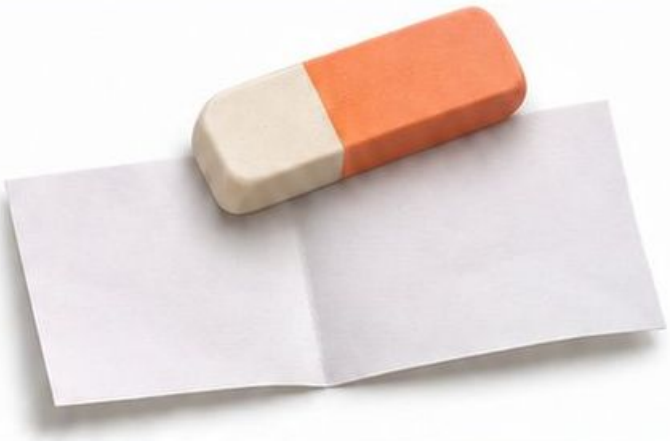
M05-004 • Klasy 7–8 • 15 minut

Zamienione współrzędne

Cel: odczytujesz i zaznaczasz punkty układu współrzędnych.

Popraw błąd

Ania zaznaczyła (2; −5), idąc 2 w dół i 5 w prawo. Podaj współrzędne jej punktu i poprawną instrukcję.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M05-005 • Klasy 7–8 • 15 minut

Odbicie w parze

Cel: odczytujesz i zaznaczasz punkty układu współrzędnych.

Porównaj w parze

Jedna osoba odbija punkt $A=(-3;4)$ względem osi x, druga względem osi y. Podajcie obrazy i opiszcie, która współrzędna zmienia znak.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Czwarty wierzchołek

Cel: odczytujesz i zaznaczasz punkty układu współrzędnych.

Podejmij wyzwanie



Prostokąt o bokach równoległych do osi ma kolejne wierzchołki $A=(-2; 1)$, $B=(5; 1)$, $C=(5; 4)$. Znajdź D i oblicz pole.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M05-007 • Klasy 7–8 • 15 minut

Maszyna w tabeli

Cel: tworzysz tabelę zależności i odróżniasz dane od reguły.

Odkrywaj

Wejście x pomnóż przez 2 i dodaj 1. Uzupełnij tabelę dla $x = -2; -1; 0; 1; 2$. Jak zmienia się wynik przy zwiększeniu wejścia o 1?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M05-008 • Klasy 7–8 • 15 minut

Tabela z przepisu



Cel: tworzysz tabelę zależności i odróżniasz dane od reguły.

Ćwicz

Dla $y = 3x - 4$ oblicz y przy $x = 0; 2; 5$. Następnie znajdź x, gdy $y = 17$.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M05-009 • Klasy 7–8 • 15 minut

Koszt biletów

Cel: tworzysz tabelę zależności i odróżniasz dane od reguły.

Zastosuj



Bilet kosztuje 16 zł. Utwórz tabelę kosztu dla 0; 1; 3; 5 biletów. Czy dla tej sytuacji dopuszczasz $x=2{,}5$ biletu?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Jedna para nie ustala reguły

Cel: tworzysz tabelę zależności i odróżniasz dane od reguły.

Popraw błąd

Kuba z pary $x=2$, $y=6$ wnioskuje, że zawsze $y=3x$. Podaj inną regułę dającą tę samą parę i różny wynik dla $x=0$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

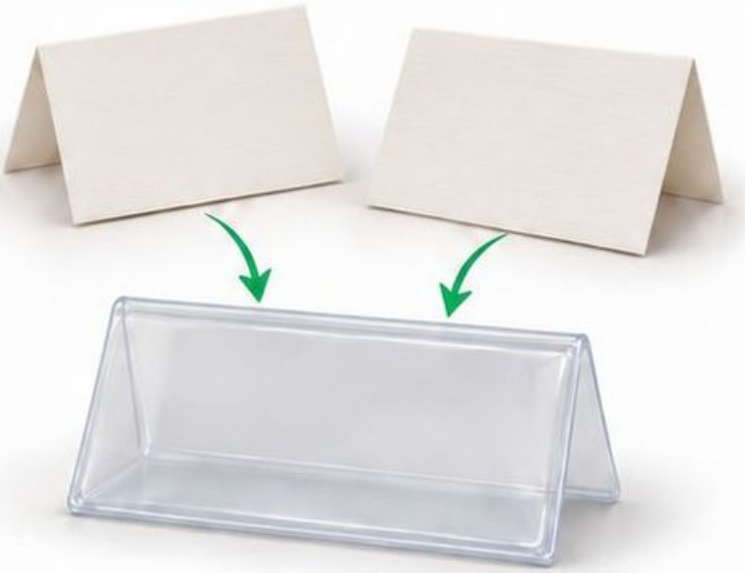
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwie postacie tabeli

Cel: tworzysz tabelę zależności i odróżniasz dane od reguły.

Porównaj w parze

W parze porównajcie reguły $y=4x+2$ oraz $y=2(2x+1)$. Sprawdźcie $x=-1; 0; 3$ i wyjaśnijcie zgodność dla wszystkich x.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Niepełna informacja

Cel: tworzysz tabelę zależności i odróżniasz dane od reguły.

Podejmij wyzwanie



Tabela zawiera punkty (1; 2), (2; 4), (3; 6). Podaj najprostszą regułę proporcjonalną. Czy sama tabela dowodzi, że dla $x = 4$ wynik musi być 8? Uzasadnij.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M05-013 • Klasy 7–8 • 15 minut

Linia drogi i postój

Cel: interpretujesz wykres z jednostkami.

Odkrywaj



Narysuj wykres drogi od czasu przez punkty (0; 0), (1; 4), (1,5; 4), (2,5; 8), łącząc odcinkami. Czas w h, droga w km. Wskaż postój i całkowitą drogę.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Odczyt i przyrost

Cel: interpretujesz wykres z jednostkami.

Ćwicz



Temperatura zmienia się liniowo od 10°C o 6:00 do 18°C o 10:00. Oblicz temperaturę o 8:00 i średni przyrost na godzinę.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

☑ **Sprawdź wynik i warunki zadania.**

M05-015 • Klasy 7–8 • 15 minut

Woda w zbiorniku

Cel: interpretujesz wykres z jednostkami.

Zastosuj

O 8:00 było 120 l wody. Do 10:00 wypływała równomiernie 20 l/h. Narysuj wykres i odczytaj ilość o 9:30.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wykres nie jest mapą

Cel: interpretujesz wykres z jednostkami.

Popraw błąd

Na wykresie drogi od czasu linia jest pozioma przez 20 minut. Uczeń mówi, że turysta szedł po płaskim terenie. Popraw interpretację.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Różne osie, ten sam przejazd

Cel: interpretujesz wykres z jednostkami.

Porównaj w parze

W parze przedstawcie przejazd 12 km w 30 minut jako wykres drogi od minut i od godzin. Czy nachylenia liczbowe są takie same? Podajcie je z jednostkami.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M05-018 • Klasy 7–8 • 15 minut

Od odczytów do czasu

Cel: interpretujesz wykres z jednostkami.

Podejmij wyzwanie

Poziom wody spada liniowo z 80 do 50 cm w 6 godzin. Po ilu godzinach od początku osiągnie 35 cm, jeśli model nadal obowiązuje?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M05-019 • Klasy 7–8 • 15 minut

Przez początek układu

Cel: rozpoznajesz wykres proporcjonalności prostej.

Odkrywaj



Narysuj punkty dla $y=3x$ przy $x=0; 1; 2; 3$. Połącz je prostą. Jakie znaczenie ma punkt $(0; 0)$? Oblicz iloraz $\frac{y}{x}$ dla $x\neq 0$.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M05-020 • Klasy 7–8 • 15 minut

Wyznacz współczynnik

Cel: rozpoznajesz wykres proporcjonalności prostej.

Ćwicz



Wykres $y=kx$ przechodzi przez $(4; 10)$. Wyznacz k i y dla $x=-2$. Czy punkt $(6; 15)$ należy do wykresu?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M05-021 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cena na wykresie

Cel: rozpoznajesz wykres proporcjonalności prostej.

Zastosuj

Kilogram śliwek kosztuje 7 zł.
Narysuj koszt dla $0 \le x \le 4$ kg.
Odczytaj koszt 2,5 kg i masę kupioną za 21 zł.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

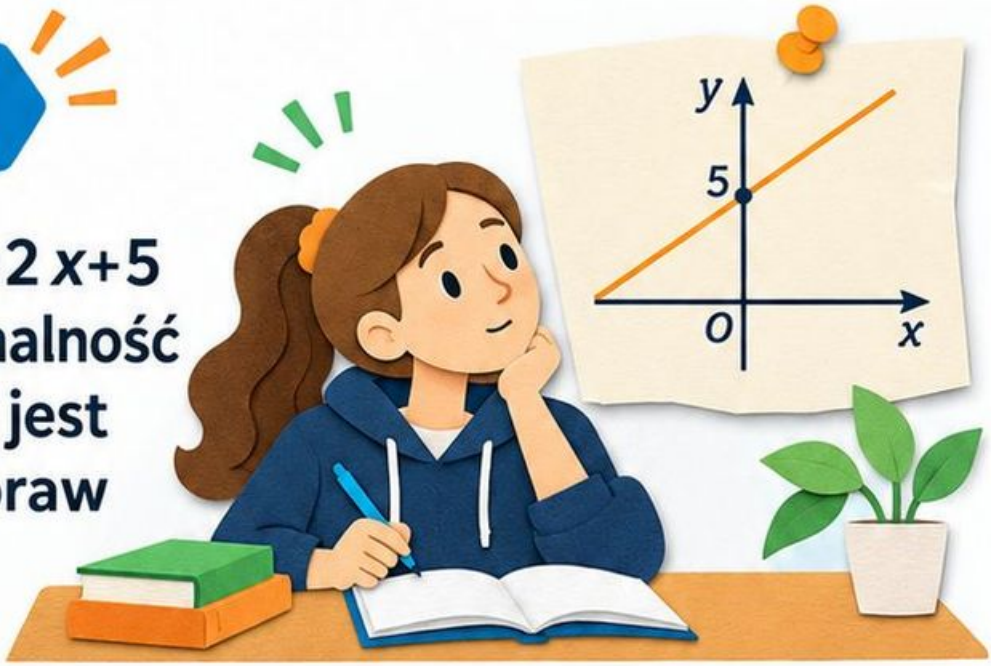
M05-022 • Klasy 7–8 • 15 minut

Początek ma znaczenie

Cel: rozpoznajesz wykres proporcjonalności prostej.

Popraw błąd

Ada uważa, że $y=2x+5$ opisuje proporcjonalność prostą, bo wykres jest prostą. Oceń i popraw uzasadnienie.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M05-023 • Klasy 7–8 • 15 minut

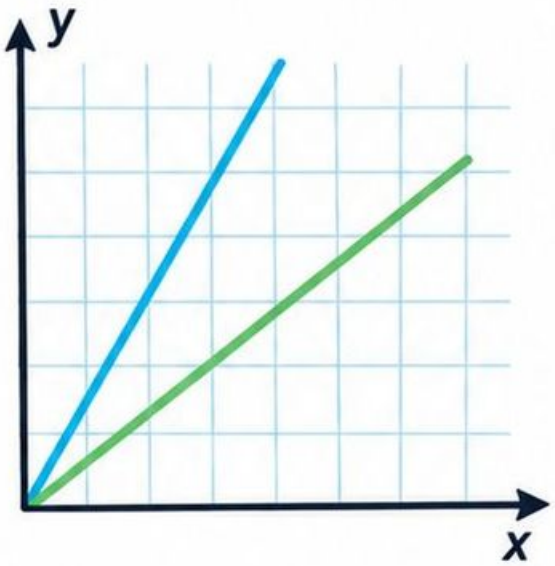
Dwie stawki



Cel: rozpoznajesz wykres proporcjonalności prostej.

Porównaj w parze

W parze narysujcie $y = 4x$ i $y = 6x$ dla $x \geq 0$. Która prosta jest bardziej stroma przy tych samych skalach osi? Dla jakiego x obie wartości są równe?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

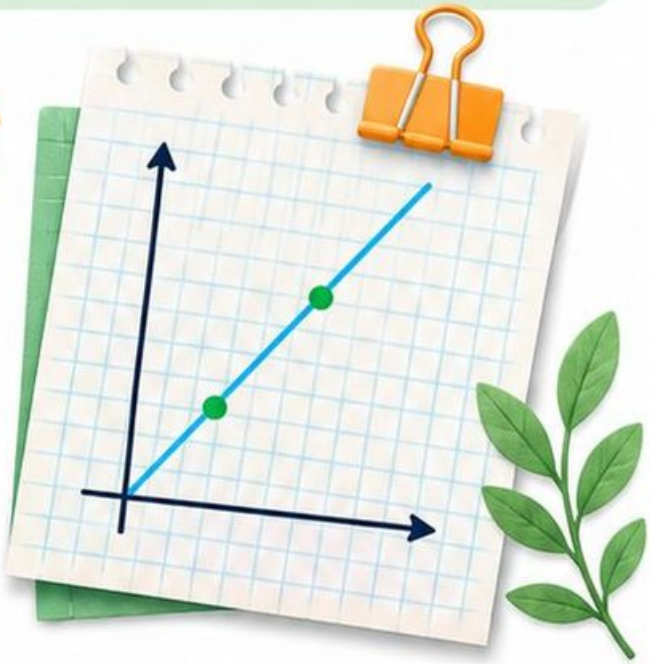
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwa punkty i hipoteza

M05-024 • Klasy 7–8 • 15 minut

Cel: rozpoznajesz wykres proporcjonalności prostej.

Podejmij wyzwanie



Dane są punkty (2; 8), (5; 20). Wyznacz regułę $y=kx$ pasującą do obu. Oblicz brakującą współrzędną punktu (□; 36).

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Jedno wejście, jeden wynik

Cel: określasz dziedzinę, zbiór wartości i jednoznaczność funkcji.

Odkrywaj

Narysuj diagram przyporządkowania: $1 \to 4, 2 \to 5, 3 \to 4$. Podaj dziedzinę i zbiór wartości. Czy powtarzające się 4 narusza definicję funkcji?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dziedzina wzoru

Cel: określasz dziedzinę, zbiór wartości i jednoznaczność funkcji.

Ćwicz

Wyznacz dziedziny rzeczywiste $f(x)=\frac{1}{x-3}$ i $g(x)=\sqrt{x+2}$.
Zapisz zakaz mianownika i warunek pod pierwiastkiem.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.



Liczba paczek

Cel: określasz dziedzinę, zbiór wartości i jednoznaczność funkcji.

Zastosuj

Funkcja kosztu n paczek to $K(n)=18\,n+8$. Można zamówić od 1 do 6 całych paczek. Podaj dziedzinę i zbiór wartości.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

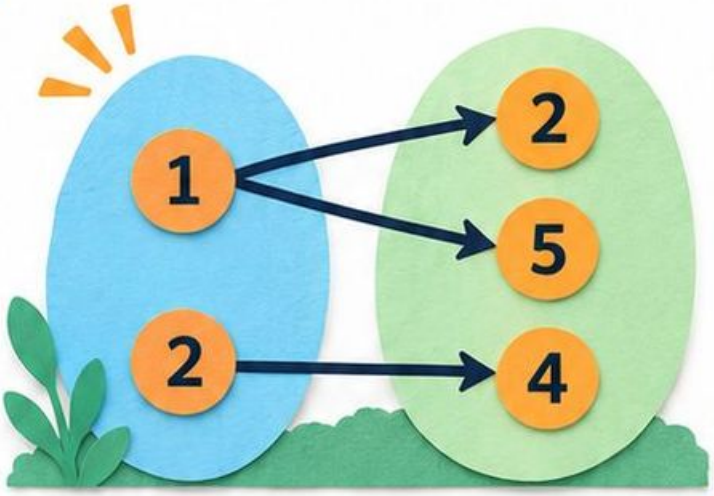
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwa wyniki dla jednego wejścia

Cel: określasz dziedzinę, zbiór wartości i jednoznaczność funkcji.

Popraw błąd

Zbiór par zawiera (1; 2), (1; 5), (2; 4). Kuba nazywa go funkcją. Oceń i usuń jedną parę tak, aby pozostałe tworzyły funkcję.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

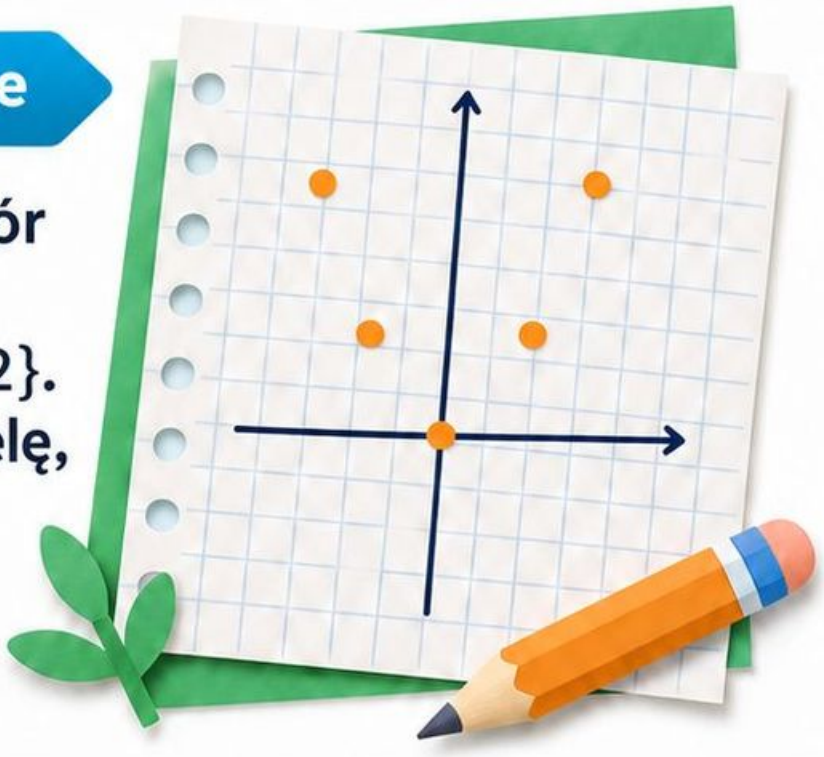
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Od wzoru do zbioru wartości

Cel: określasz dziedzinę, zbiór wartości i jednoznaczność funkcji.

Porównaj w parze

W parze wyznaczcie zbiór wartości $f(x)=x^2$ dla dziedziny $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$. Jedna osoba tworzy tabelę, druga rysuje punkty. Czy 5 należy do zbioru wartości?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

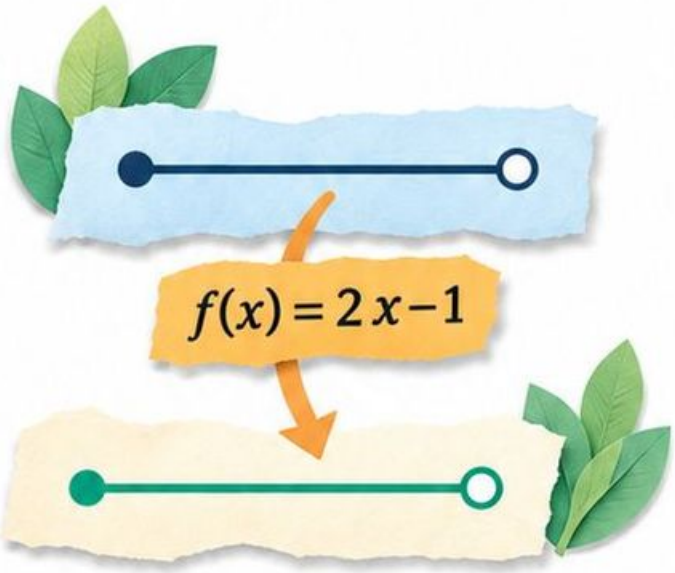
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Ograniczony argument

Cel: określasz dziedzinę, zbiór wartości i jednoznaczność funkcji.

Podejmij wyzwanie

Funkcja $f(x) = 2x - 1$ ma dziedzinę $[-3; 4)$. Wyznacz zbiór wartości, zwracając uwagę na otwarty koniec.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

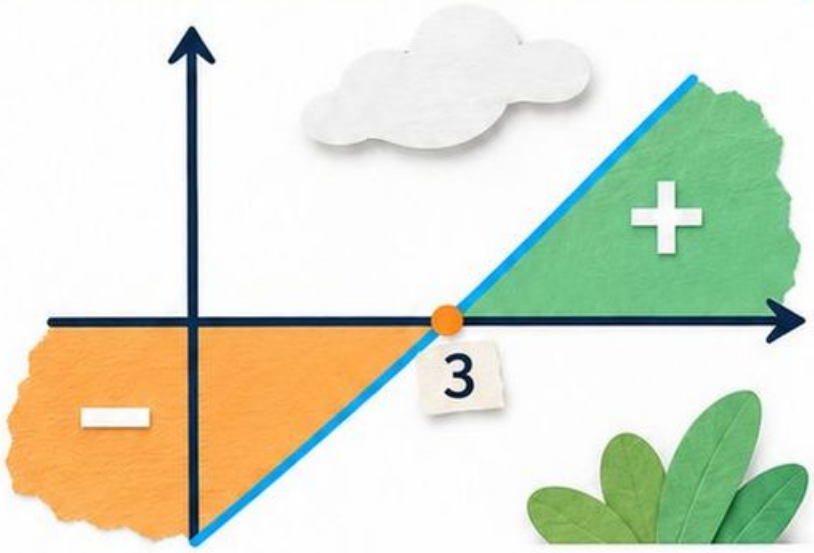
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Przecięcie osi poziomej

Cel: wyznaczasz miejsca zerowe i znak funkcji.

Odkrywaj

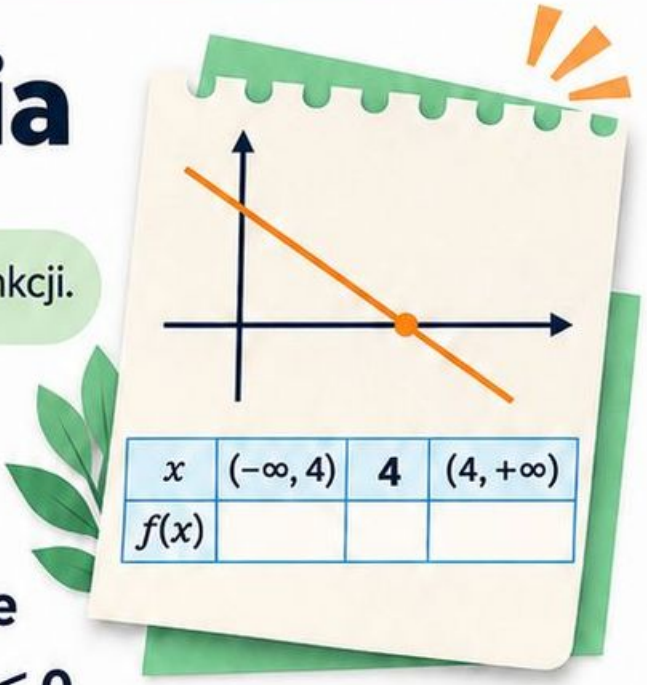
Narysuj $f(x) = x - 3$.
Zaznacz miejsce zerowe.
Wskaż, gdzie wykres leży nad osią, a gdzie pod nią.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Znaki z równania



x	$(-\infty, 4)$	4	$(4, +\infty)$
$f(x)$			

Cel: wyznaczasz miejsca zerowe i znak funkcji.

Ćwicz

Dla $f(x) = -2x + 8$ wyznacz miejsce zerowe i rozwiąż $f(x) > 0$ oraz $f(x) \leq 0$.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Próg zysku

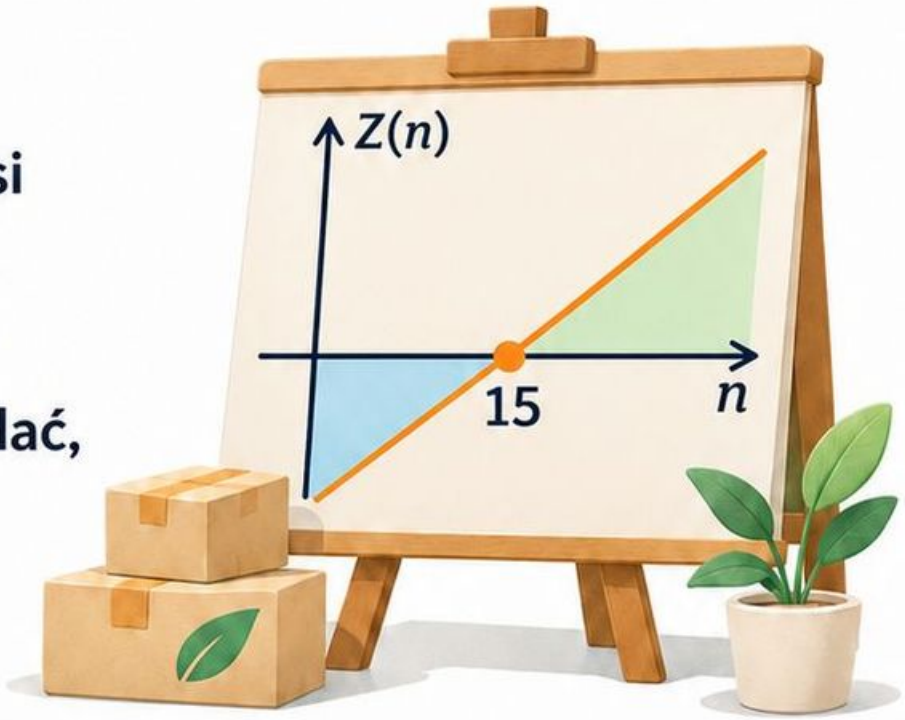
Cel: wyznaczasz miejsca zerowe i znak funkcji.

Zastosuj

Modelowy zysk wynosi $Z(n) = 12\,n - 180$ zł dla całkowitego $n \geq 0$.

Ile sztuk trzeba sprzedać, aby zysk był dodatni?

Ile daje zysk 0?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

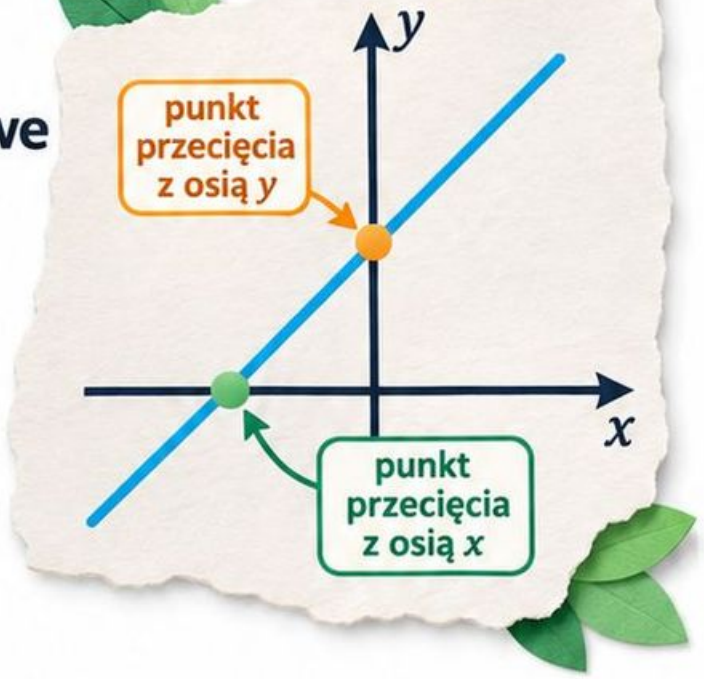
Zero funkcji to nie argument zero

Cel: wyznaczasz miejsca zerowe i znak funkcji.

Popraw błąd

Ola twierdzi, że miejsce zerowe $f(x) = 3x + 6$ wynosi 6, bo $f(0) = 6$. Popraw i rozróżnij oba pojęcia.





Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

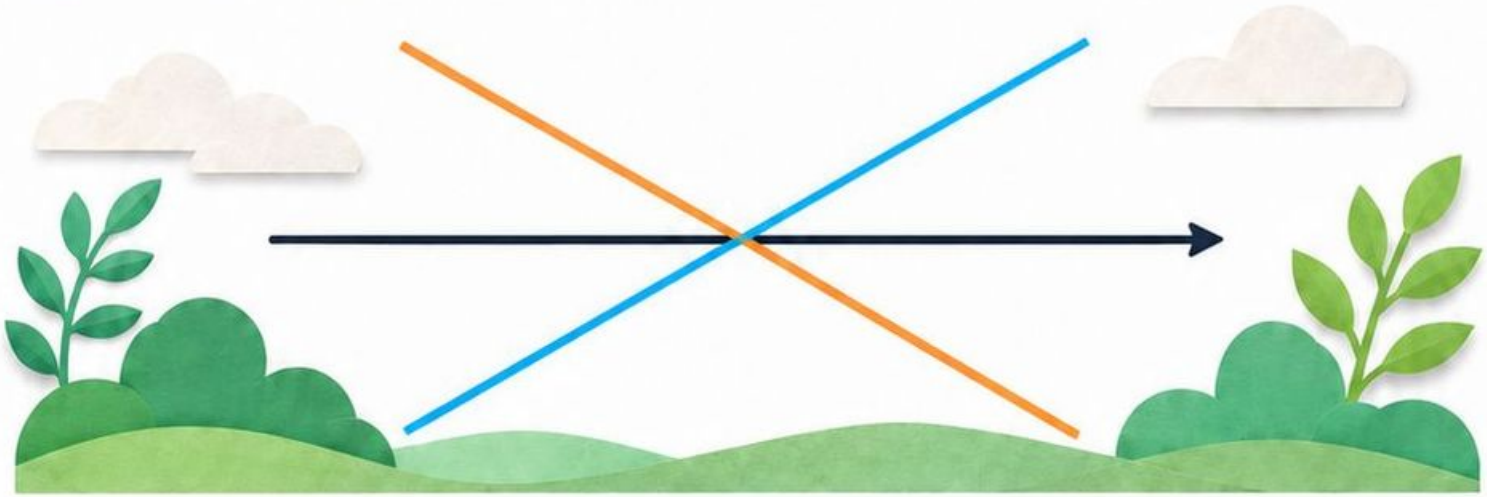
Dwie funkcje przeciwne

Cel: wyznaczasz miejsca zerowe i znak funkcji.



Porównaj w parze

W parze porównajcie znaki $f(x)=x+2$ i $g(x)=-x-2$. Podajcie wspólne miejsce zerowe i wyjaśnijcie odwrócenie znaków.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

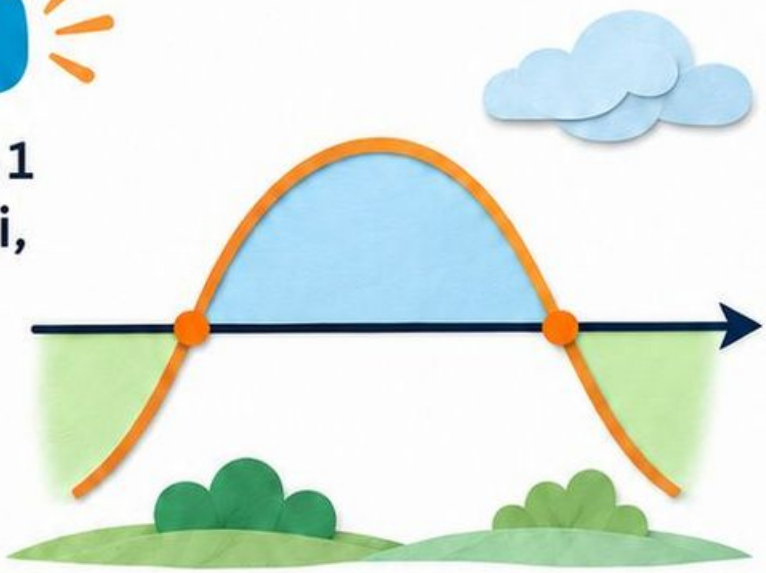
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Znak iloczynu z wykresu

Cel: wyznaczasz miejsca zerowe i znak funkcji.

Podejmij wyzwanie

Funkcja ma miejsca zerowe -1 i 4, jest dodatnia między nimi, a ujemna poza nimi. Podaj znak $f(-2)$, $f(0)$, $f(4)$, $f(6)$. Czy dane wystarczą do obliczenia wartości $f(0)$?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____



Sprawdź wynik i warunki zadania.

W górę czy w dół?

Cel: opisujesz wzrost, spadek i stałość na przedziałach.

Odkrywaj

Narysuj łamaną przez punkty $(-2; 1)$, $(0; 4)$, $(2; 4)$, $(5; -2)$. Podaj przedziały wzrostu, stałości i spadku.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Znak współczynnika

Cel: opisujesz wzrost, spadek i stałość na przedziałach.

Ćwicz

Określ monotoniczność funkcji $f(x)=3x-7$, $g(x)=-0{,}5x+2$, $h(x)=4$ na R. Uzasadnij współczynnikiem przy x.



dodatni



ujemny



zerowy

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Napełnianie i opróżnianie

Cel: opisujesz wzrost, spadek i stałość na przedziałach.

Zastosuj

Poziom wody rośnie liniowo od 10 do 40 cm przez 3 h, następnie przez 1 h pozostaje stały, potem spada do 0 przez 2 h. Narysuj wykres i wskaż przedziały zmian.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M05-040 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Wysoko nie znaczy rosnąco

Cel: opisujesz wzrost, spadek i stałość na przedziałach.

Popraw błąd

Kuba twierdzi, że $f(x) = 100 - x$ jest rosnąca, bo dla $x = 1$ ma dużą wartość 99. Oceń, porównując $f(1)$ i $f(2)$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

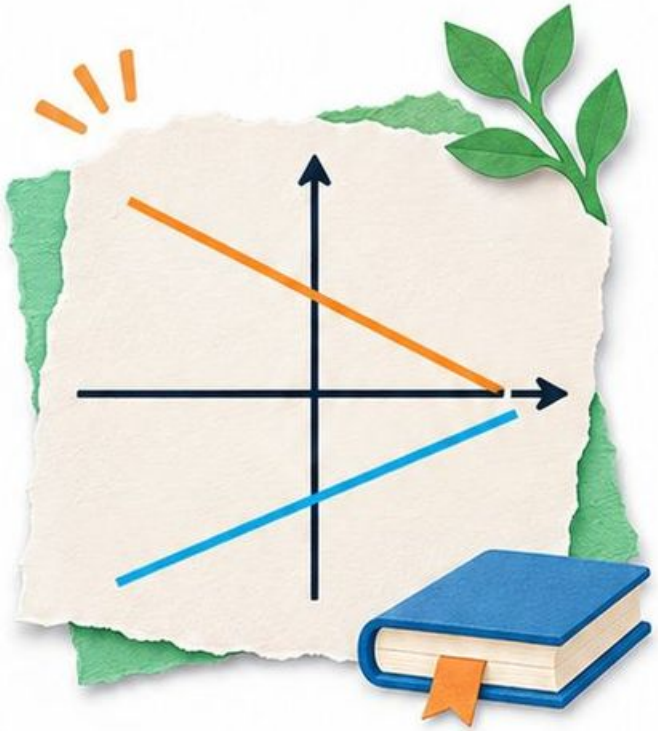
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wzrost a dodatniość

Cel: opisujesz wzrost, spadek i stałość na przedziałach.

Porównaj w parze

W parze porównajcie $f(x) = x - 10$ i $g(x) = -x + 10$. Która rośnie? Czy funkcja rosnąca musi mieć dodatnie wartości? Podajcie kontrprzykład.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Bez znajomości wzoru

Cel: opisujesz wzrost, spadek i stałość na przedziałach.

Podejmij wyzwanie

Funkcja jest ściśle malejąca na $[-3; 6]$. Porównaj $f(-1)$ i $f(4)$. Czy można stwierdzić, która z tych wartości jest dodatnia?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Przesunięcie w pionie

Cel: *interpretujesz współczynniki funkcji liniowej.*

Odkrywaj



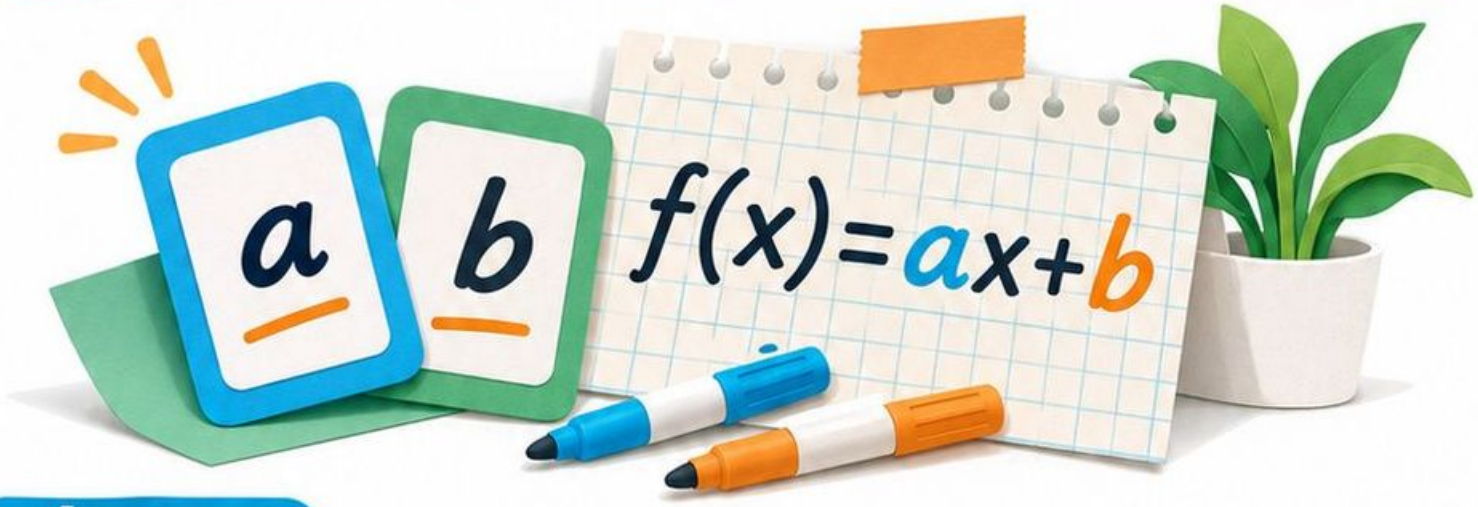
Narysuj $y=2x$ oraz $y=2x+3$. Co się zmienia, a co pozostaje takie samo? Podaj punkty przecięcia osi y.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Znajdź a i b

Cel: interpretujesz współczynniki funkcji liniowej.



Ćwicz

Dla $f(x) = -3x + 7$ podaj a, b, $f(0)$, $f(2)$ i miejsce zerowe.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Opłata za wodę w modelu

Cel: interpretujesz współczynniki funkcji liniowej.

Zastosuj

Miesięczny koszt $K(x) = 6x + 15$ zł, gdzie x to zużycie w m³.

Wyjaśnij 6 i 15.

Oblicz koszt 8 m³.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wyraz wolny nie jest nachyleniem

Cel: interpretujesz współczynniki funkcji liniowej.

Popraw błąd



Zapisz wzór w postaci $ax+b$ i popraw interpretację.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

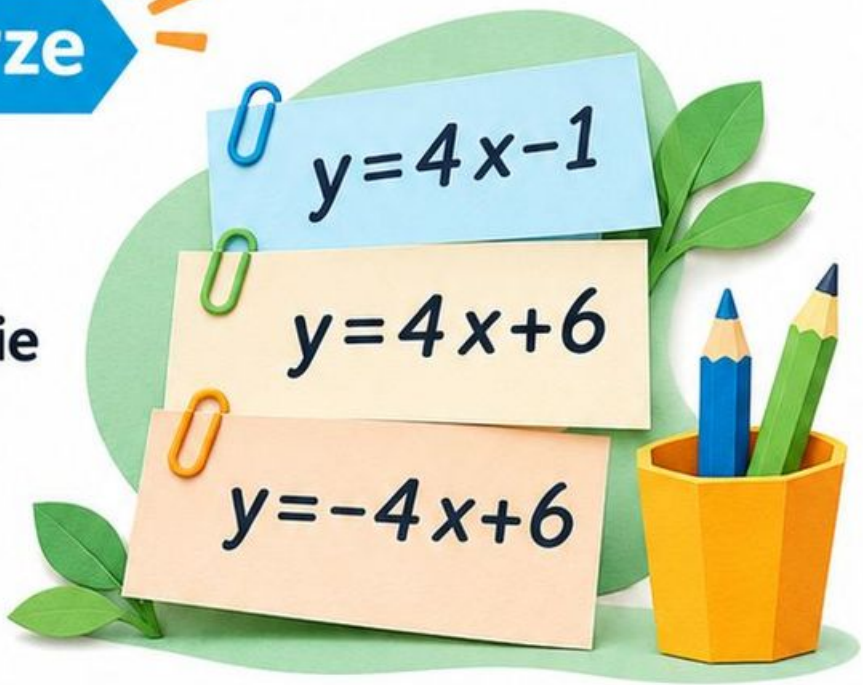
M05-047 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Równoległe bez rysowania

Cel: interpretujesz współczynniki funkcji liniowej.

Porównaj w parze

W parze porównajcie $y=4x-1$, $y=4x+6$ i $y=-4x+6$. Które dwie proste są równoległe, a które mają wspólne przecięcie z osią y?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

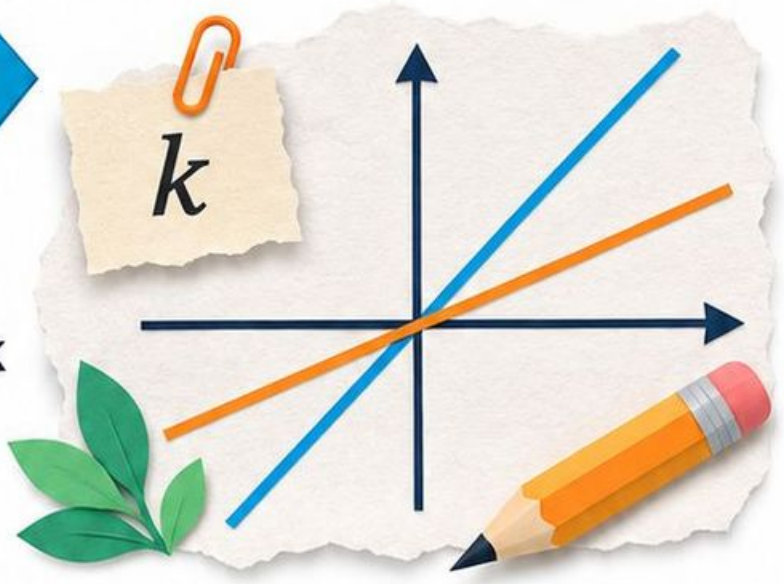
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Warunek przejścia przez początek

Cel: interpretujesz współczynniki funkcji liniowej.

Podejmij wyzwanie

Dla $f(x)=(k-2)x+3k-9$ znajdź k, aby wykres przechodził przez początek układu. Czy otrzymana funkcja rośnie?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

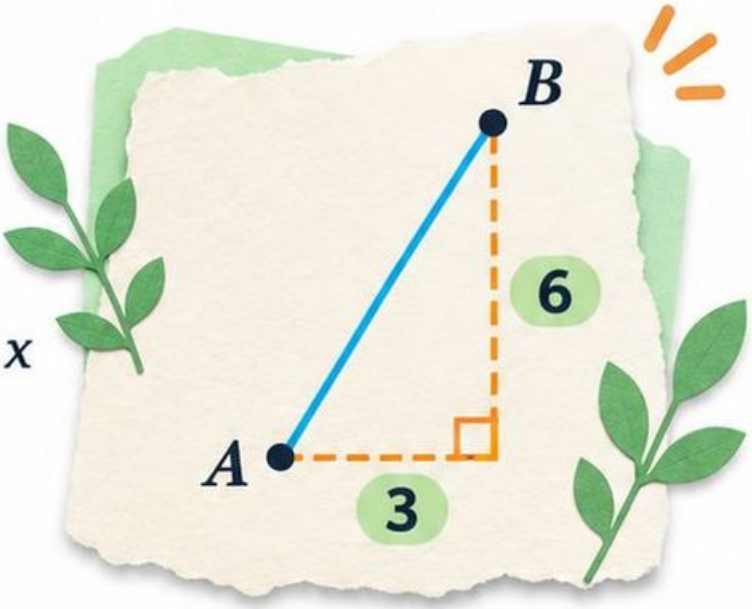
Od dwóch punktów

M05-049 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Cel: wyznaczasz równanie prostej z danych.

Odkrywaj

Zaznacz $A=(0;2)$, $B=(3;8)$.
Oblicz przyrost y na jednostkę x i zapisz równanie prostej AB.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

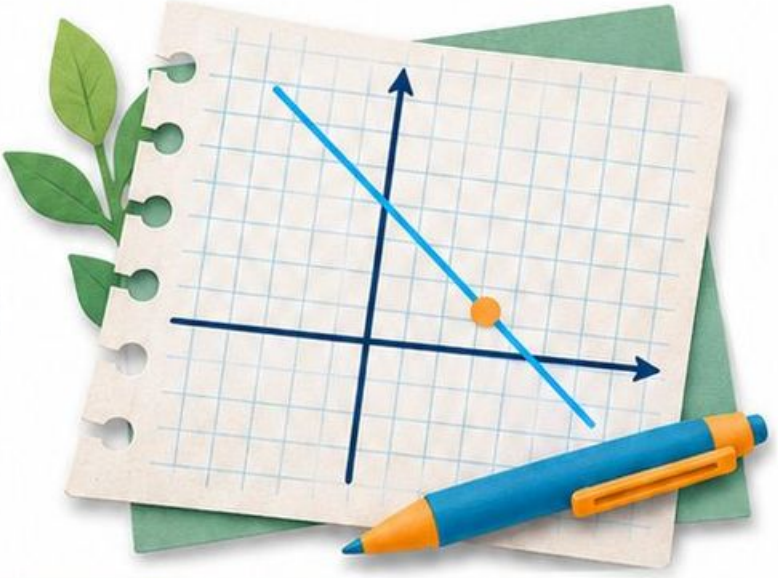
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Punkt i nachylenie

Cel: wyznaczasz równanie prostej z danych.

Ćwicz

Prosta ma współczynnik kierunkowy -2 i przechodzi przez $(4; 1)$. Wyznacz wyraz wolny i równanie.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Równomierna zmiana temperatury

Cel: wyznaczasz równanie prostej z danych.

Zastosuj

O 8:00 temperatura wynosiła 3°C, a o 11:00 wynosiła 12°C. Przy liniowym modelu zapisz $T(t)$, gdzie t to godziny od 8:00. Oblicz $T(2)$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Różnica w złej kolejności

Cel: wyznaczasz równanie prostej z danych.

Popraw błąd

Dla punktów (1; 5), (3; 9)
Kuba liczy $a = \frac{9-5}{1-3} = -2$.
Popraw, stosując tę samą kolejność w liczniku i mianowniku. Wyznacz b.



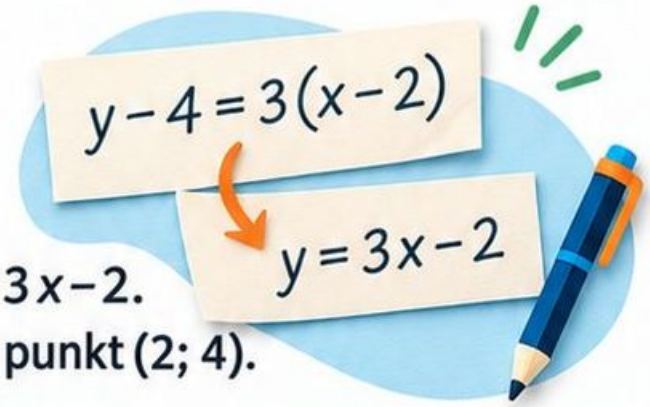
Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwie postacie prostej

Cel: wyznaczasz równanie prostej z danych.

Porównaj w parze



W parze porównajcie $y-4=3(x-2)$ i $y=3x-2$.
Przekształćcie pierwszy zapis i sprawdźcie punkt $(2; 4)$.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Pionowej nie zapiszesz jako $y=ax+b$

Cel: wyznaczasz równanie prostej z danych.

Podejmij wyzwanie



Punkty $A=(2;-1)$, $B=(2;5)$ wyznaczają prostą. Podaj jej równanie i wyjaśnij, dlaczego nie jest wykresem funkcji y od x.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

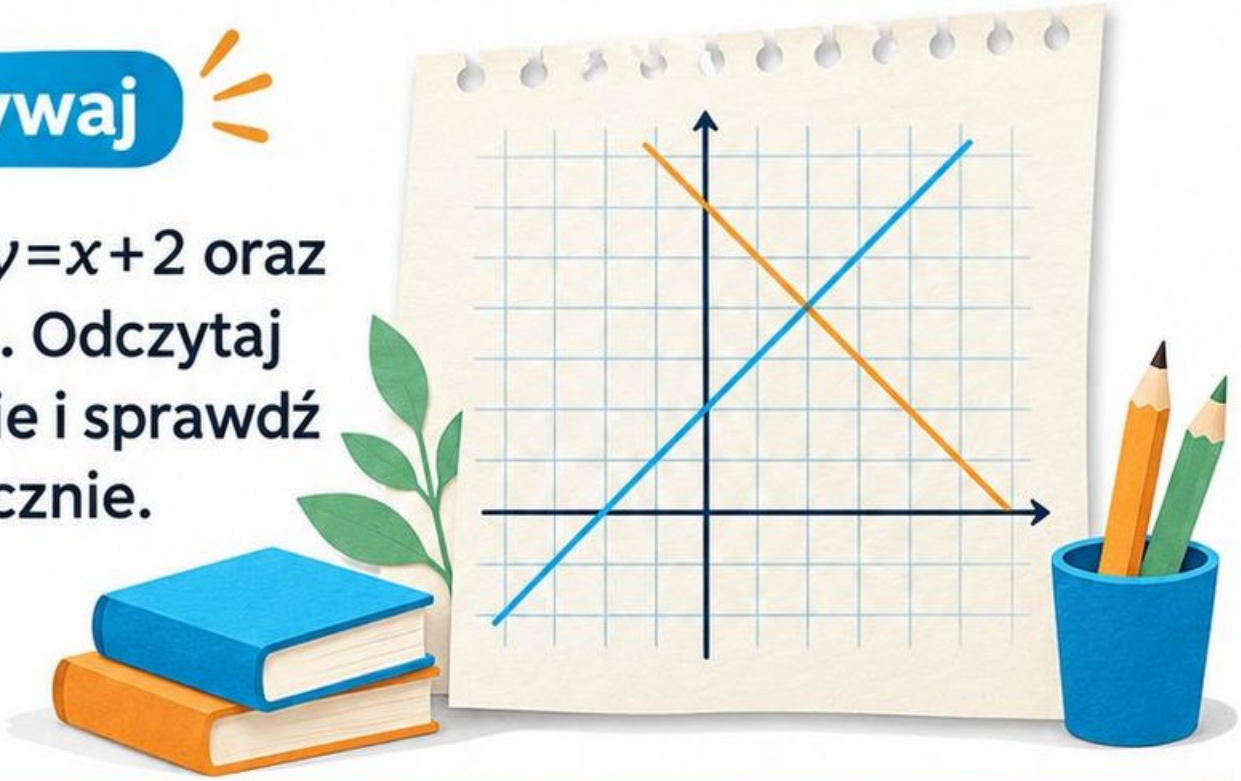
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Gdzie spotykają się linie?

Cel: wyznaczasz i interpretujesz punkt przecięcia prostych.

Odkrywaj

Narysuj $y=x+2$ oraz $y=-x+6$. Odczytaj przecięcie i sprawdź algebraicznie.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

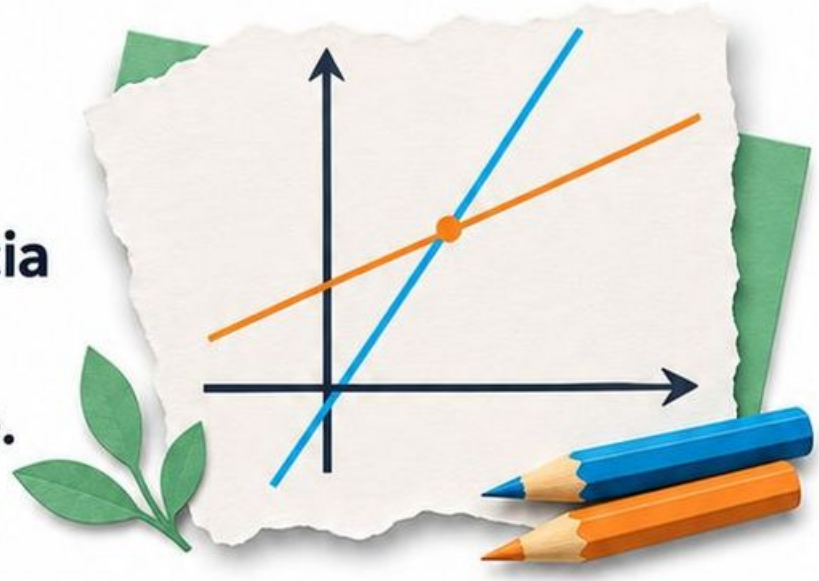
Wspólne wartości

Cel: wyznaczasz i interpretujesz punkt przecięcia prostych.

Ćwicz

Wyznacz punkt przecięcia $y = 3x - 1$ i $y = x + 7$.

Oblicz obie współrzędne.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

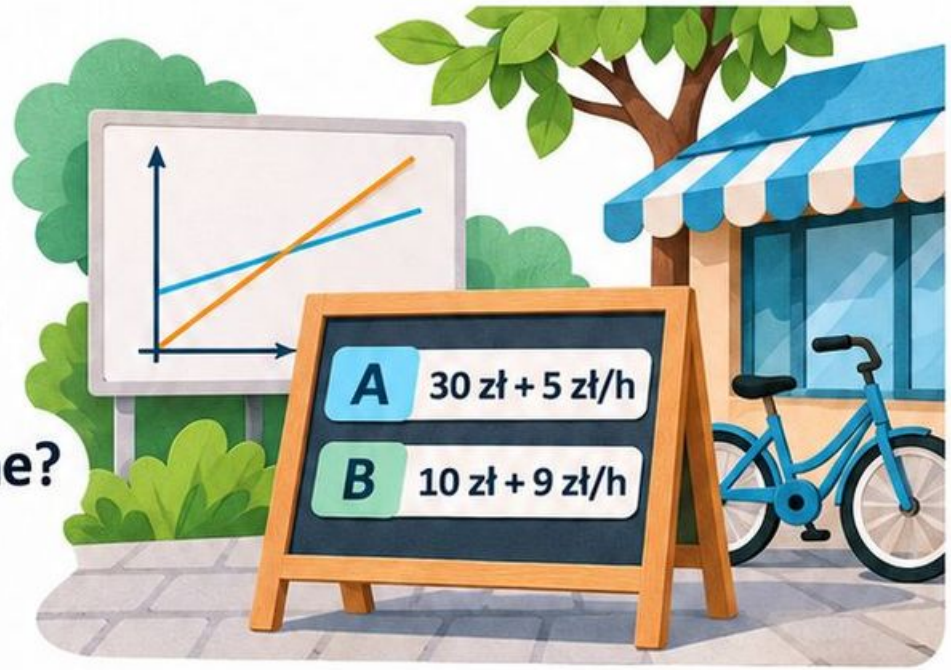
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wypożyczenie w dwóch firmach

Cel: wyznaczasz i interpretujesz punkt przecięcia prostych.

Zastosuj

A pobiera 30 zł plus 5 zł/h, a B 10 zł plus 9 zł/h. Dla jakiego czasu opłaty są równe? Która oferta tańsza dla 8 h?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

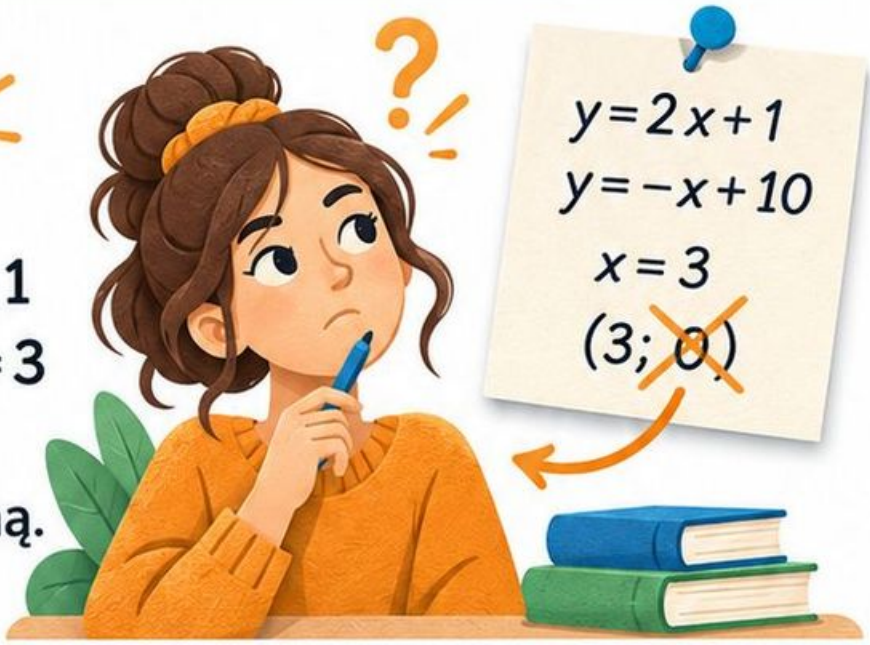
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Jedna współrzędna to za mało

Cel: wyznaczasz i interpretujesz punkt przecięcia prostych.

Popraw błąd

Ada z przecięcia $y=2x+1$ i $y=-x+10$ wyznacza $x=3$ i podaje punkt $(3; 0)$. Popraw drugą współrzędną.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Przecinają się czy nie?

Cel: wyznaczasz i interpretujesz punkt przecięcia prostych.

Porównaj w parze

W parze zbadajcie proste $y = 2x + 1$, $y = 2x - 4$ oraz $y = -x + 1$. Która para jest równoległa? Gdzie trzecia prosta przecina pierwszą?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

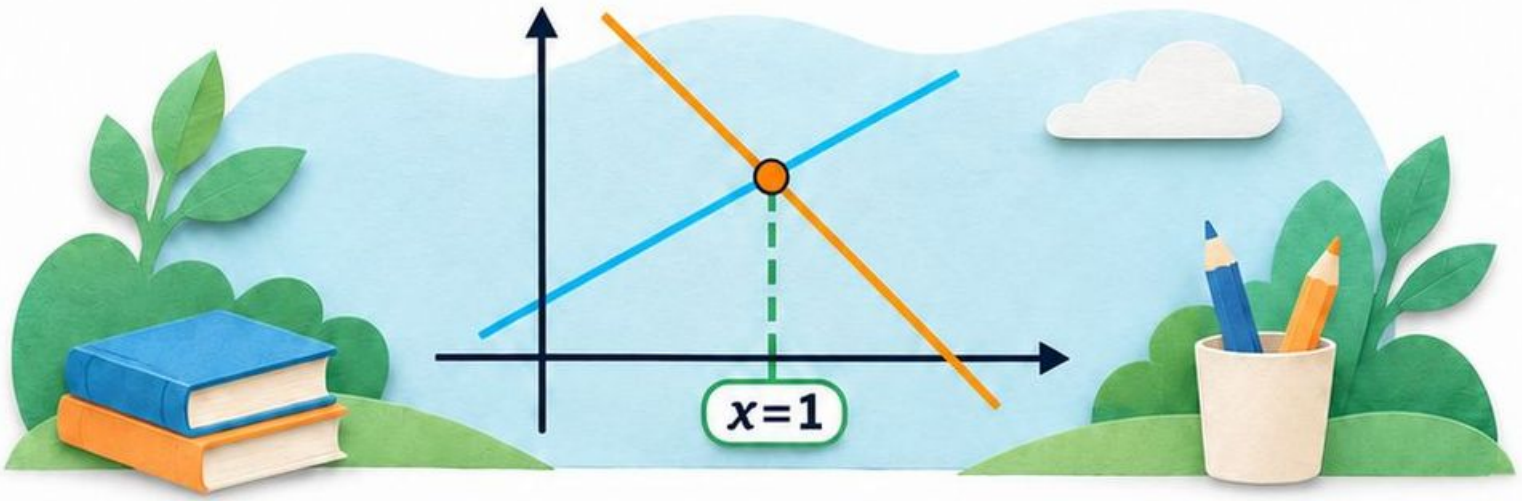
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Punkt o zadanej współrzędnej

Cel: wyznaczasz i interpretujesz punkt przecięcia prostych.

Podejmij wyzwanie

Dla jakiego k proste $y=2x+k$ i $y=-3x+8$ przecinają się przy $x=1$? Podaj punkt przecięcia.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Gdzie kończy się woda?

Cel: ograniczasz model liniowy do sensownej dziedziny.

Odkrywaj

Zbiornik ma 90 l, wypływa 15 l/h. Narysuj model $V(t) = 90 - 15\,t$ i podaj fizyczną dziedzinę od startu do opróżnienia.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Model i równanie

Cel: ograniczasz model liniowy do sensownej dziedziny.

Ćwicz



Koszt produkcji $C(n) = 120 + 7n$ zł, a przychód $P(n) = 12n$ zł. Wyznacz próg pokrycia kosztów i najmniejsze całkowite n dające zysk.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Schody zamiast prostej

Cel: ograniczasz model liniowy do sensownej dziedziny.

Zastosuj

Parking kosztuje 6 zł za każdą rozpoczętą godzinę. Podaj koszt postoju 0,5 h, 1 h i 1,1 h. Czy $K(t) = 6$ t jest poprawnym modelem?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Ujemny koszt to sygnał błędu

Cel: ograniczasz model liniowy do sensownej dziedziny.

Popraw błąd

Wzór $K(n)=50-5n$ opisuje kwotę pozostałą po zakupie n przedmiotów. Uczeń stosuje $n=12$ i mówi o reszcie -10 zł. Jak ograniczyć n przy budżecie 50 zł i braku długu?

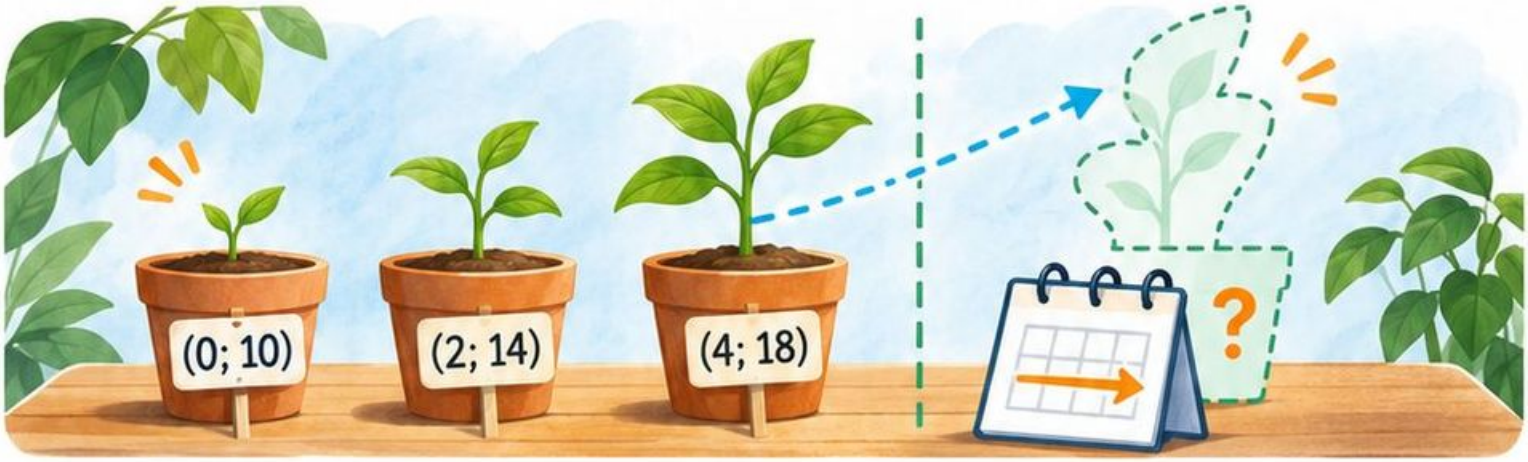


Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dane a przewidywanie

Cel: ograniczasz model liniowy do sensownej dziedziny.



Porównaj w parze

W parze dopasujcie linię do pomiarów $(t; L)$: (0; 10), (2; 14), (4; 18). Podajcie $L(6)$. Czy wolno bez dodatkowej wiedzy obiecać ten sam wzrost po 100 godzinach?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Przedział zastosowania

Cel: ograniczasz model liniowy do sensownej dziedziny.

Podejmij wyzwanie

Model temperatury
$T(t) = 20 - 2\,t$
obowiązuje przez pierwsze 5 godzin. Kiedy według tego modelu $T = 8°C$? Czy wynik jest uprawnioną prognozą w podanym zakresie?





Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M05-067 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Parabola z tabeli

Cel: łączysz postacie funkcji kwadratowej z wykresem.

Odkrywaj



Dla $f(x) = x^2$ oblicz wartości przy $x = -2; -1; 0; 1; 2$.

Zaznacz punkty i wskaż oś symetrii.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

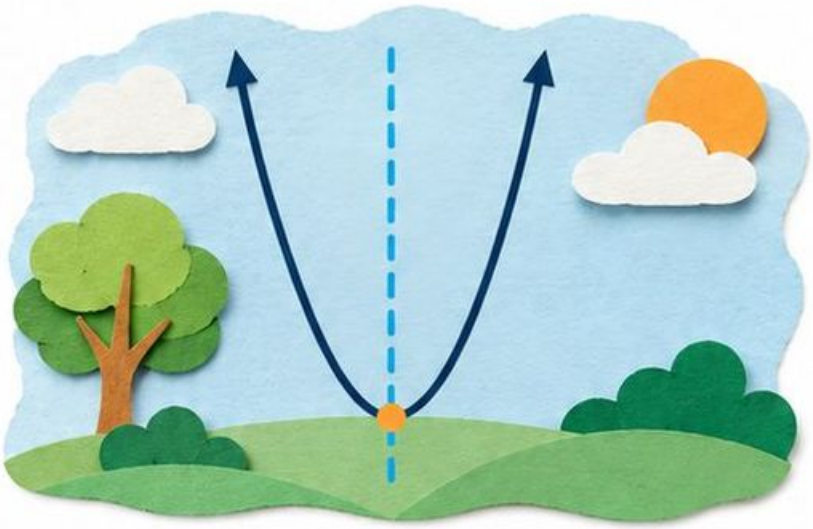
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Postać kanoniczna

Cel: łączysz postacie funkcji kwadratowej z wykresem.

Ćwicz

Dla $f(x)=2(x-3)^2-8$ podaj wierzchołek, oś symetrii i kierunek ramion. Oblicz $f(0)$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Łuk w modelu

Cel: łączysz postacie funkcji kwadratowej z wykresem.

Zastosuj

Wysokość łuku opisana jest $h(x)=-(x-4)^2+16$ dla $0\le x\le 8$, w metrach. Podaj wysokości przy $x=0;\ 4;\ 8$ oraz oś symetrii.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

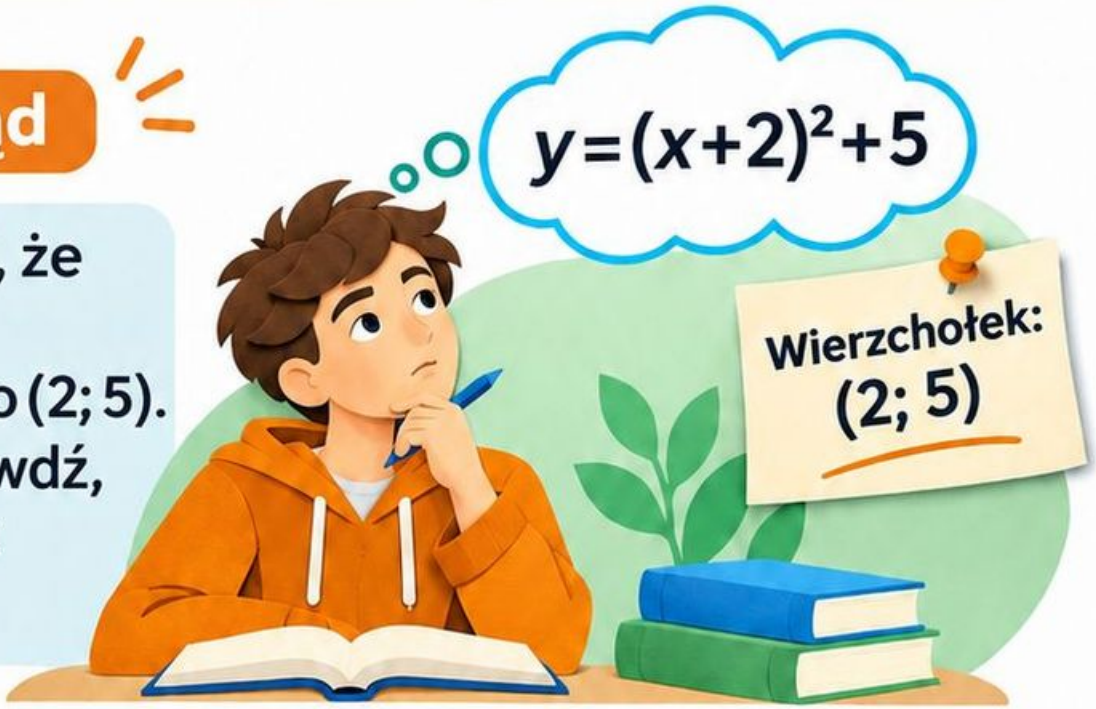
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Znak wewnątrz nawiasu

Cel: łączysz postacie funkcji kwadratowej z wykresem.

Popraw błąd

Kuba twierdzi, że wierzchołek $y=(x+2)^2+5$ to $(2;5)$. Popraw i sprawdź, gdzie kwadrat jest zerem.

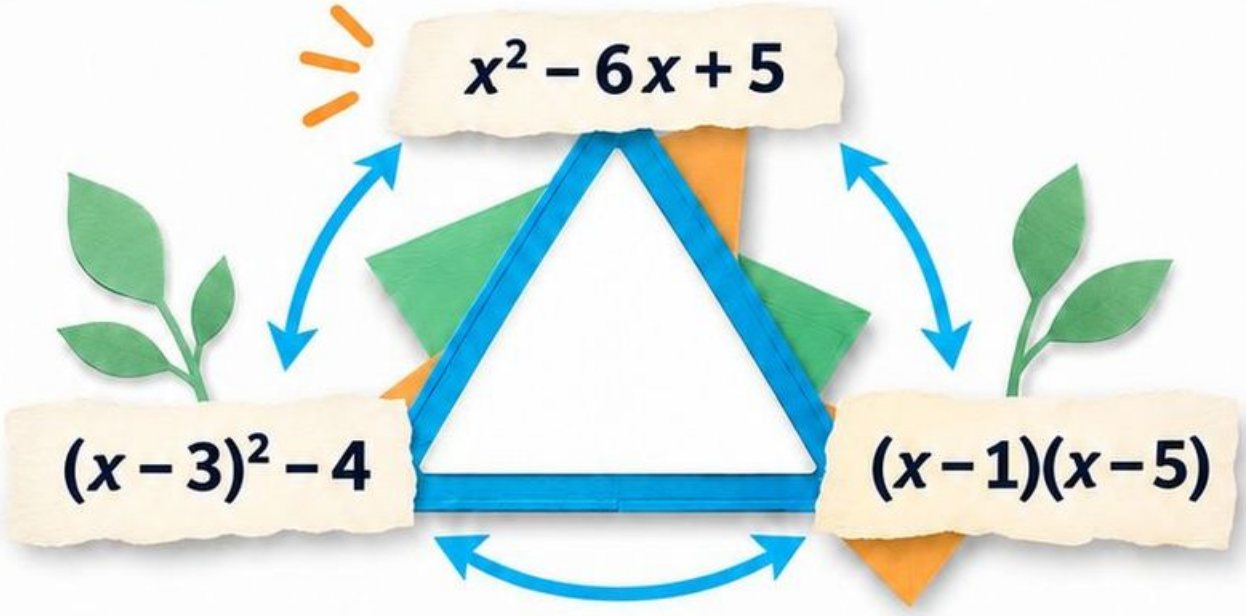


Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Trzy postacie, jedna funkcja

Cel: łączysz postacie funkcji kwadratowej z wykresem.



Porównaj w parze

W parze porównajcie x^2-6x+5, $(x-3)^2-4$ **oraz** $(x-1)(x-5)$. Rozwińcie dwie ostatnie postacie i wyjaśnijcie, co najłatwiej odczytać z każdej.

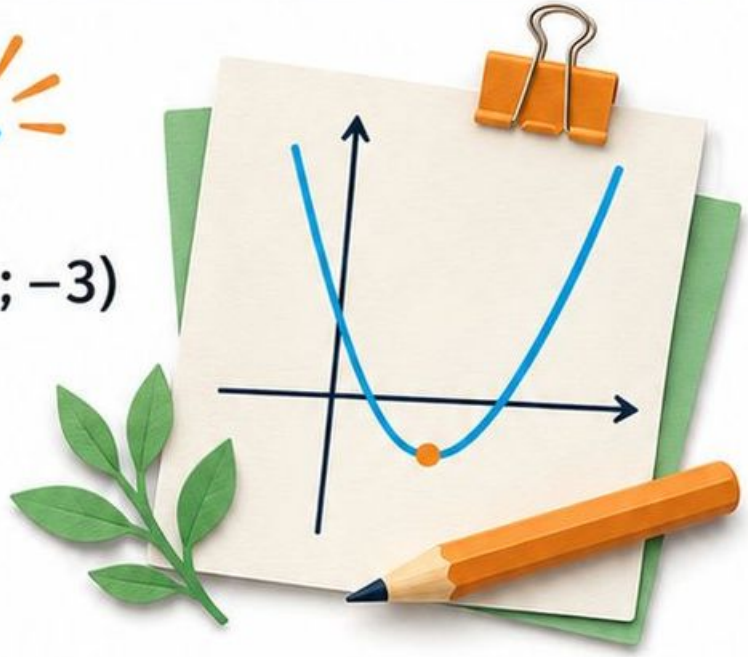
Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Odtwórz wzór z wierzchołka

Cel: łączysz postacie funkcji kwadratowej z wykresem.

Podejmij wyzwanie



Parabola ma wierzchołek $(2; -3)$ i przechodzi przez $(0; 5)$. Wyznacz a we wzorze $y = a(x-2)^2 - 3$.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

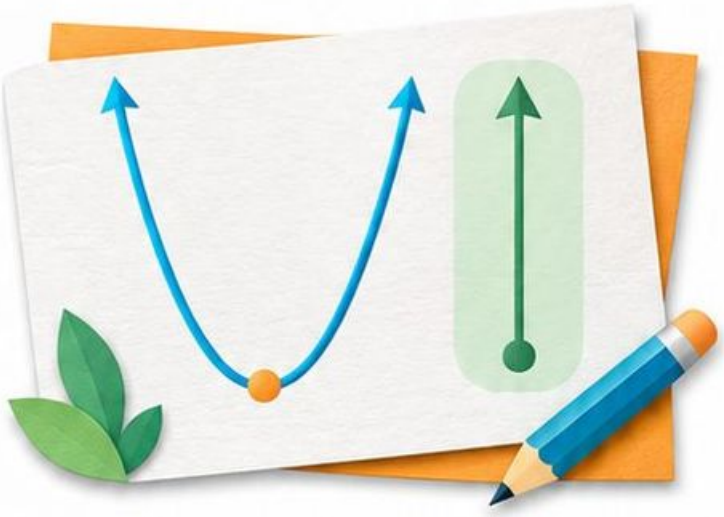
Najniższy punkt

Cel: wyznaczasz ekstremum i zbiór wartości paraboli.

Odkrywaj

Narysuj $f(x) = (x-1)^2 + 2$.

Podaj minimum, miejsce jego osiągnięcia i zbiór wartości.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wierzchołek z ogólnej postaci

Cel: wyznaczasz ekstremum i zbiór wartości paraboli.

Ćwicz



Dla $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ oblicz współrzędne wierzchołka i największą wartość na $\boldsymbol{R}$.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wysokość lotu w modelu

Cel: wyznaczasz ekstremum i zbiór wartości paraboli.

Zastosuj



Model $h(t) = -5t^2 + 20t$ opisuje wysokość w metrach dla $0 \le t \le 4$ s. Kiedy wysokość jest największa i ile wynosi?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Minimum czy maksimum?

Cel: wyznaczasz ekstremum i zbiór wartości paraboli.

Popraw błąd

Ada dla $f(x)=-2(x+1)^2+7$ podaje minimum 7. Popraw, korzystając ze znaku przy kwadracie. Czy minimum na $\mathbb{R}$ istnieje?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dziedzina zmienia ekstremum

Cel: wyznaczasz ekstremum i zbiór wartości paraboli.

Porównaj w parze

W parze znajdźcie minimum i maksimum $f(x)=(x-2)^2$ na $[0;5]$. Sprawdźcie wierzchołek i oba końce.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

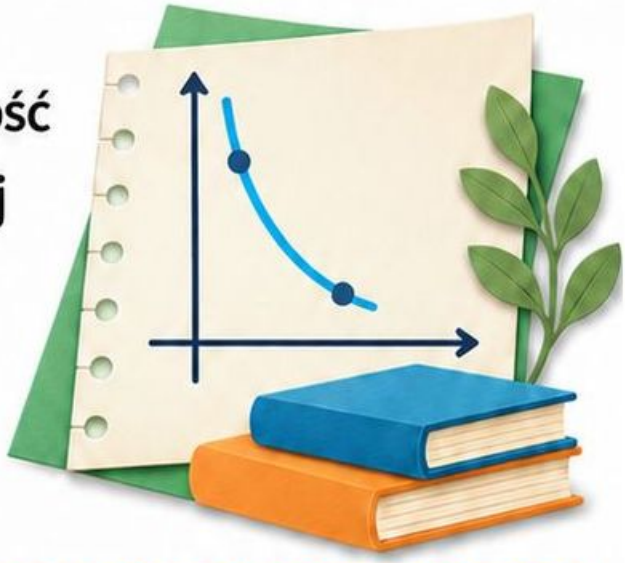
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wierzchołek poza przedziałem

Cel: wyznaczasz ekstremum i zbiór wartości paraboli.

Podejmij wyzwanie

Wyznacz najmniejszą i największą wartość $f(x) = (x-6)^2 + 1$ na $[1; 4]$. Uzasadnij monotonicznością lub porównaniem odległości od 6.



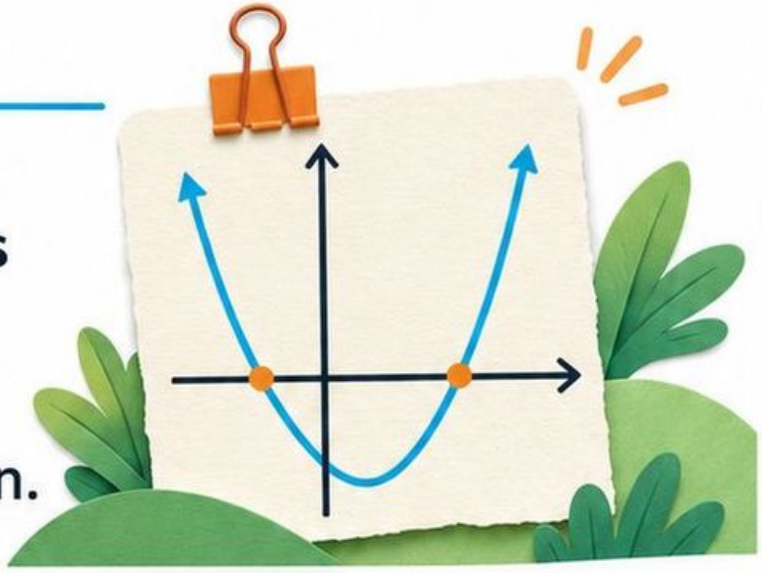
Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Zera z iloczynu

Cel: wyznaczasz miejsca zerowe i ich znaczenie.

Odkrywaj



Narysuj przybliżony wykres $f(x) = (x+2)(x-4)$.
Zaznacz miejsca zerowe, oś symetrii i kierunek ramion.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

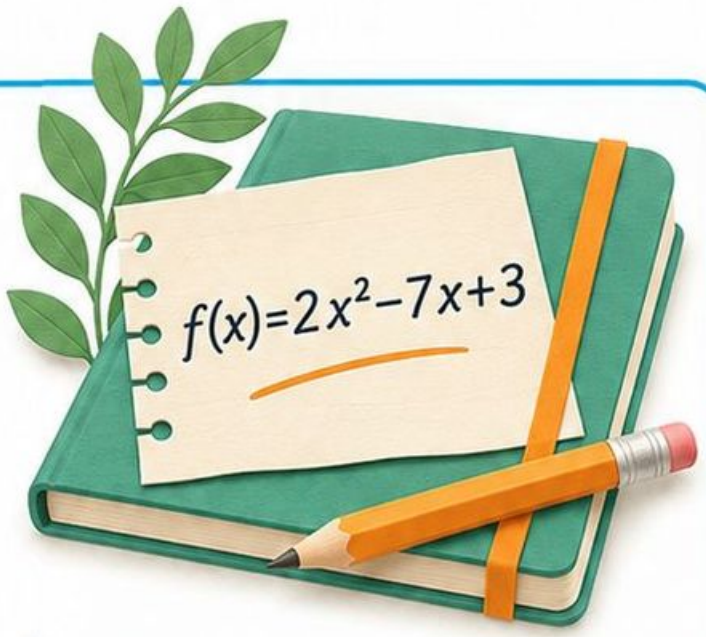
M05-080 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Zera z delty

Cel: wyznaczasz miejsca zerowe i ich znaczenie.

Ćwicz

Wyznacz miejsca zerowe $f(x) = 2x^2 - 7x + 3$. **Podaj deltę i rozkład na czynniki.**



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Kiedy piłka wraca na podłoże?

Cel: wyznaczasz miejsca zerowe i ich znaczenie.

Zastosuj

Model wysokości $h(t) = -5t^2 + 15t$ obowiązuje od startu do powrotu na poziom 0. Wyznacz oba zera i fizyczny przedział czasu.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

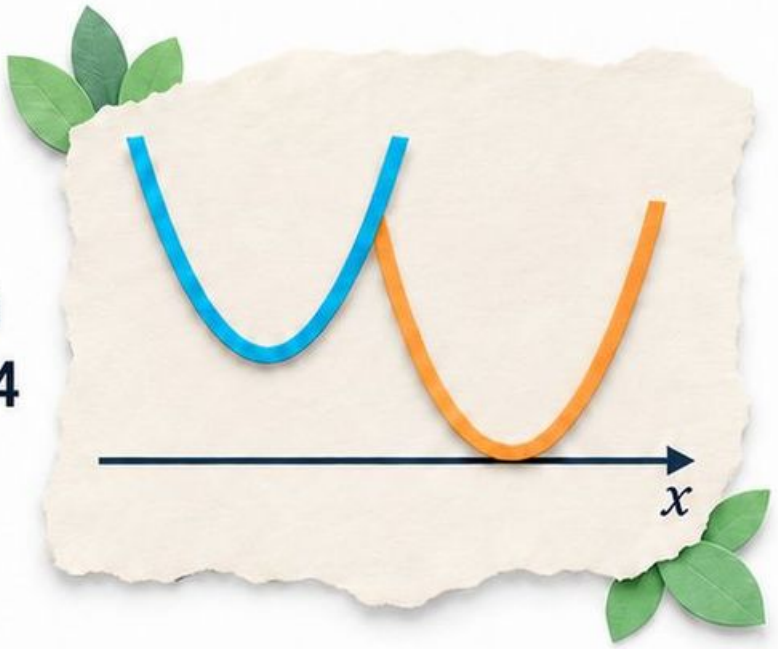
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Brak przecięcia osi

Cel: wyznaczasz miejsca zerowe i ich znaczenie.

Popraw błąd

Kuba twierdzi, że każda parabola ma dwa miejsca zerowe. Zbadaj $f(x)=x^2+4$ i $g(x)=(x-1)^2$. Popraw zdanie.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

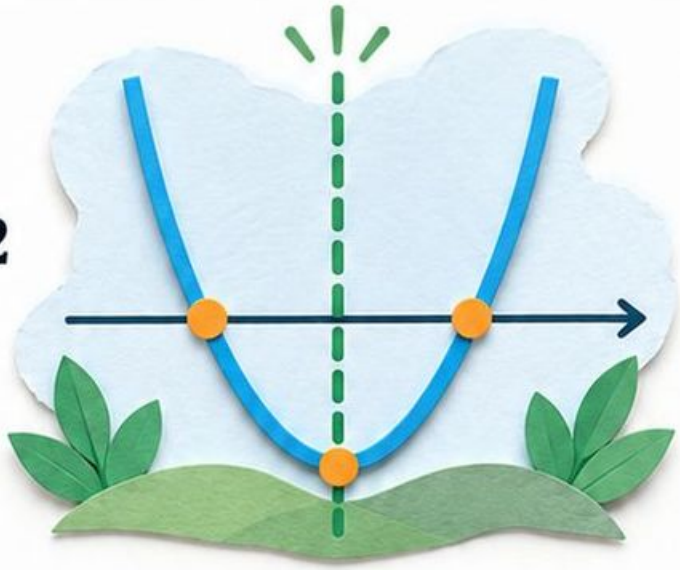
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Zera kontra wierzchołek

Cel: wyznaczasz miejsca zerowe i ich znaczenie.

Porównaj w parze

W parze dla $f(x)=x^2-8x+12$ wyznaczcie zera rozkładem, a wierzchołek ze średniej zer. Sprawdźcie jego wartość.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Zera nie wyznaczają całego wzoru

Cel: wyznaczasz miejsca zerowe i ich znaczenie.

Podejmij wyzwanie

Parabola ma zera 1 i 5 oraz $f(0)=10$. Wyznacz wzór w postaci iloczynowej.



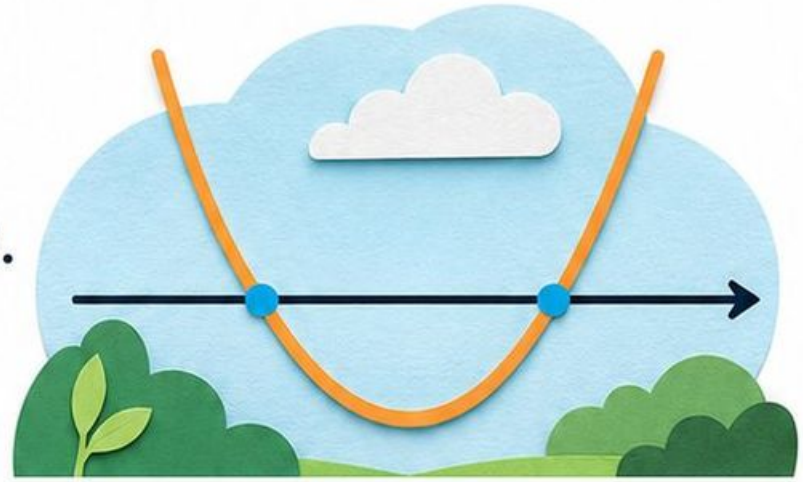
Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Między zerami

Cel: odczytujesz rozwiązanie nierówności kwadratowej ze znaku.

Odkrywaj



Naszkicuj $y=(x-1)(x-4)$.

Rozwiąż $(x-1)(x-4)<0$ i zaznacz przedział na osi.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

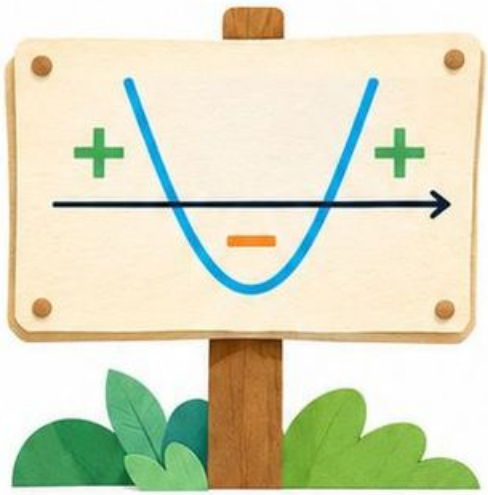
Ramiona i znak

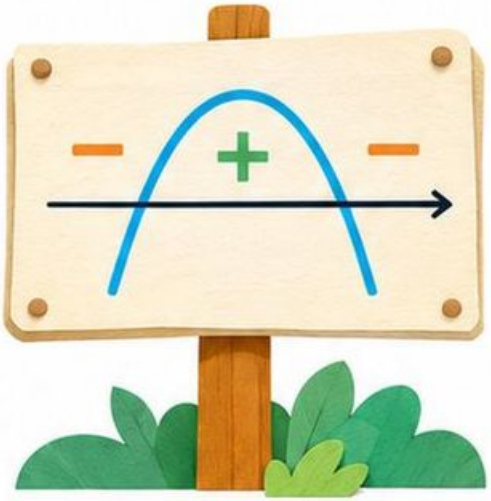
Cel: odczytujesz rozwiązanie nierówności kwadratowej ze znaku.

Ćwicz

Rozwiąż $x^2-9\geq 0$ oraz $-x^2+4>0$. Uzasadnij znakiem odpowiednich parabol.







Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

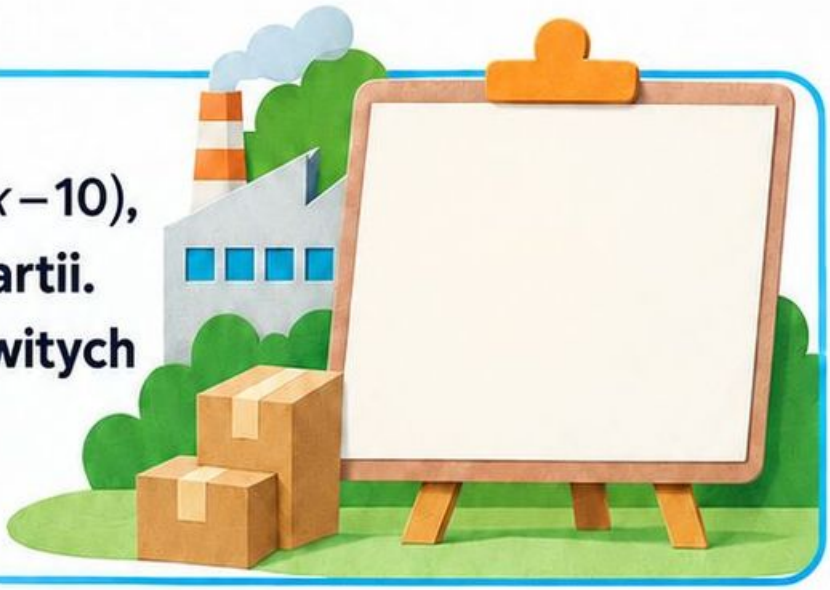
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Zysk nieujemny

Cel: odczytujesz rozwiązanie nierówności kwadratowej ze znaku.

Zastosuj

Model zysku $Z(x)=-(x-2)(x-10)$, gdzie x to całkowita liczba partii. Dla jakich nieujemnych całkowitych x zysk nie jest ujemny?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Końce przy nierówności ostrej

Cel: odczytujesz rozwiązanie nierówności kwadratowej ze znaku.

Popraw błąd

Ada rozwiązuje $x^2-5x+6<0$ jako [2; 3]. Popraw nawiasy i sprawdź, czy 2 spełnia nierówność.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M05-089 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Dwie drogi do znaku

Cel: odczytujesz rozwiązanie nierówności kwadratowej ze znaku.



Porównaj w parze

W parze rozwiążcie $x^2+2x-8\leq 0$. Jedna osoba rozkłada na czynniki, druga używa delty. Porównajcie zera i zaznaczenie osi.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Kwadrat zawsze nieujemny

Cel: odczytujesz rozwiązanie nierówności kwadratowej ze znaku.

Podejmij wyzwanie

Rozwiąż $(x-3)^2 \leq 0$ oraz $-(x+1)^2 < 0$. Zwróć uwagę na punkt, w którym kwadrat znika.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Prostokąty z tego samego sznurka

Cel: wyznaczasz optimum modelu kwadratowego i sprawdzasz dziedzinę.

Odkrywaj

Sznurek długości 24 cm tworzy prostokąt o bokach x i $12 - x$. Zapisz pole i oblicz je dla $x = 2; 4; 6$. Postaw hipotezę o największym polu.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wierzchołek daje optimum

Cel: wyznaczasz optimum modelu kwadratowego i sprawdzasz dziedzinę.

Ćwicz

Dla $P(x)=-x^2+14x$ na $0<x<14$ wyznacz największe pole i argument. Zapisz postać kanoniczną.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Ogrodzenie przy murze

Cel: wyznaczasz optimum modelu kwadratowego i sprawdzasz dziedzinę.

Zastosuj

Masz 40 m ogrodzenia na 3 boki prostokąta; czwarty leży przy murze. Oznacz x jako bok prostopadły do muru. Znajdź wymiary dające największe pole.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Optimum musi należeć do dziedziny

Cel: wyznaczasz optimum modelu kwadratowego i sprawdzasz dziedzinę.

Popraw błąd

Model $P(x) = -(x-8)^2 + 100$ stosuje się tylko dla $2 \le x \le 5$. Uczeń wybiera $x = 8$. Popraw wybór i oblicz maksimum w dozwolonym zakresie.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dyskretna decyzja

Cel: wyznaczasz optimum modelu kwadratowego i sprawdzasz dziedzinę.

Porównaj w parze



W parze znajdźcie maksimum $Z(n) = -n^2 + 9n - 5$ dla całkowitego $0 \le n \le 9$. Wierzchołek ma $n = 4{,}5$. Sprawdźcie sąsiednie liczby całkowite.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M05-096 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Ograniczenie wymiarów

Cel: wyznaczasz optimum modelu kwadratowego i sprawdzasz dziedzinę.

Podejmij wyzwanie



Prostokąt ma obwód 30 cm, a jeden bok x musi spełniać $2 \le x \le 5$. Wyznacz największe pole i wymiary. Dlaczego kwadrat nie jest dopuszczalny?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Przyrost czy mnożnik?

Cel: porównujesz modele i zakres ich zastosowania.

Odkrywaj



Narysuj pierwsze 4 punkty modeli $A(n) = 10 + 3\,n$ i $B(n) = 10 \times 1{,}3^{\,n}$ dla $n = 0; 1; 2; 3$. Który ma stałe różnice, a który stałe ilorazy?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Kiedy modele się spotykają?

Cel: porównujesz modele i zakres ich zastosowania.

Ćwicz

Rozwiąż równanie $x^2=2x+3$.
Podaj punkty przecięcia wykresów $y=x^2$ i $y=2x+3$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Taryfa stała lub rosnąca

Cel: porównujesz modele i zakres ich zastosowania.

Zastosuj

Oferta A kosztuje 60 zł za cały dzień, a B 12 zł plus 6 zł za godzinę. Dla czasu $0 \le t \le 12$ h ustal, kiedy B jest tańsza i kiedy ceny są równe.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwa punkty nie dowodzą liniowości

Cel: porównujesz modele i zakres ich zastosowania.

Popraw błąd

Modele $f(x)=2x$ i $g(x)=x^2-x$ mają te same wartości dla $x=0$ i 3. Sprawdź oba punkty i porównaj wartości dla $x=1$. Czy dane dwóch punktów rozstrzygają model?



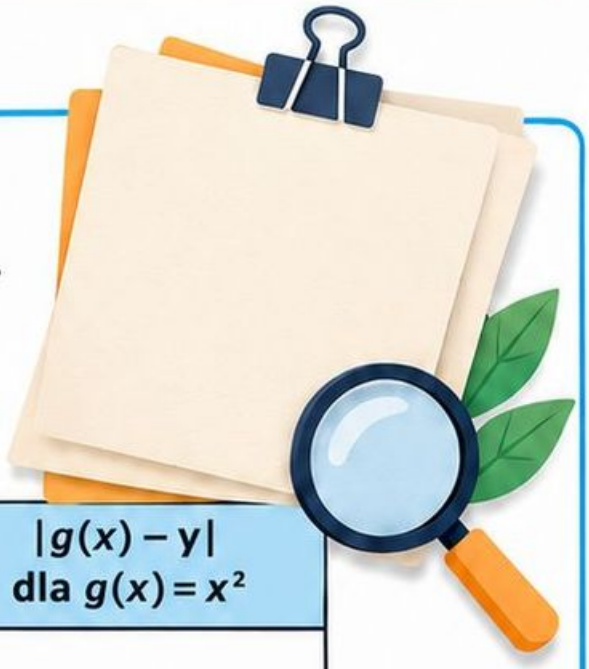
Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Błąd dopasowania

Cel: porównujesz modele i zakres ich zastosowania.

Porównaj w parze



W parze porównajcie modele $f(x) = 2x + 1$ i $g(x) = x^2$ dla obserwacji (1; 3), (2; 5), (3; 7). Obliczcie sumy bezwzględnych różnic od danych. Który lepiej pasuje do tych obserwacji?

Obserwacja $(x; y)$	$\lvert f(x) - y \rvert$ dla $f(x) = 2x + 1$	$\lvert g(x) - y \rvert$ dla $g(x) = x^2$
(1; 3)		
(2; 5)		
(3; 7)		
Suma bezwzględnych różnic		

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

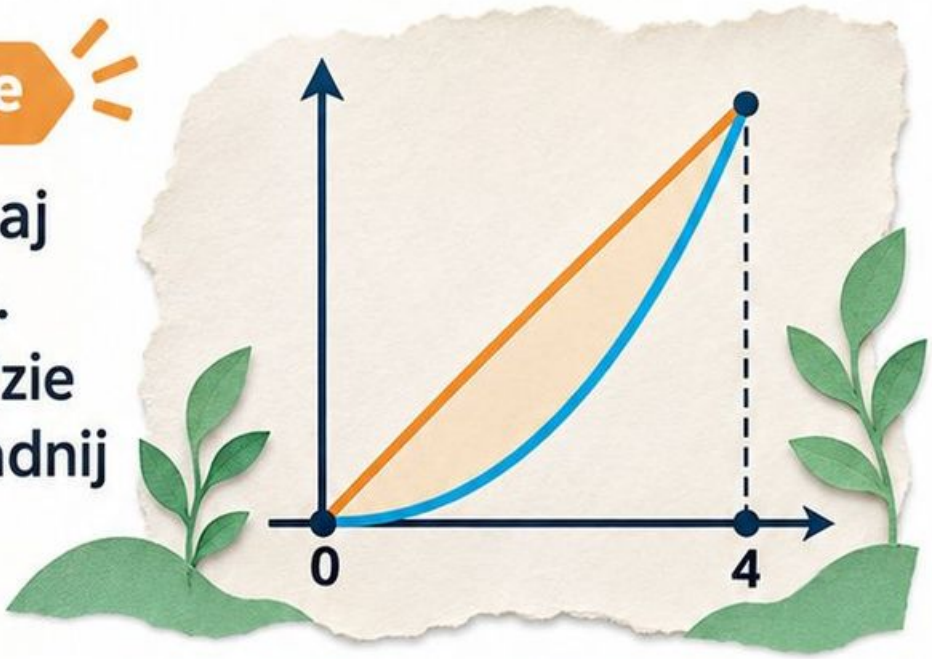
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Porównaj na przedziale

Cel: porównujesz modele i zakres ich zastosowania.

Podejmij wyzwanie

Na $0 \le x \le 4$ porównaj $f(x) = x^2$ i $g(x) = 4x$. Gdzie są równe, a gdzie g jest większa? Uzasadnij przez $x(4-x)$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Współrzędne punktów — odpowiedzi

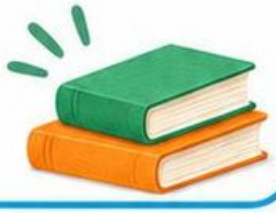
Klucz odpowiedzi

Współrzędne punktów



M05-001

A I, B II, C III, D IV.



M05-002

Pozioma oś: $y = 0$; pionowa: $x = 0$; R początek obu osi.



M05-003

6+4=10 m.



M05-004

Jej punkt (5; −2); poprawnie 2 w prawo, 5 w dół.



M05-005

Względem x: (−3; −4); względem y: (3; 4).



M05-006

D=(−2; 4); pole 7×3=21 jednostek².



Tabele zależności — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Tabele zależności



M05-007:



−3; −1; 1; 3; 5; wynik rośnie o 2.

M05-008:



−4; 2; 11; $x = 7$.

M05-009:



0; 16; 48; 80 zł; nie, liczba biletów całkowita nieujemna.

M05-010:



Np. y=x+4; przy x=0 wartość 4 zamiast 0; jeden punkt nie ustala reguły.

M05-011:



−2; 2; 14; rozdzielność daje ten sam wzór.

M05-012:



y=2 x; nie, skończone dane nie wyznaczają jedynej reguły bez założenia.

Wykresy z życia — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Wykresy z życia



M05-013:

Postój 1–1,5 h; droga 8 km.



M05-014:

14°C; 2°C/h.



M05-015:

90 l; punkty (0; 120), (2; 80), czas od 8:00.



M05-016:

Droga się nie zmieniała: postój; wykres nie podaje nachylenia terenu.



M05-017:

0,4 km/min i 24 km/h; różne liczbowo, ta sama prędkość.

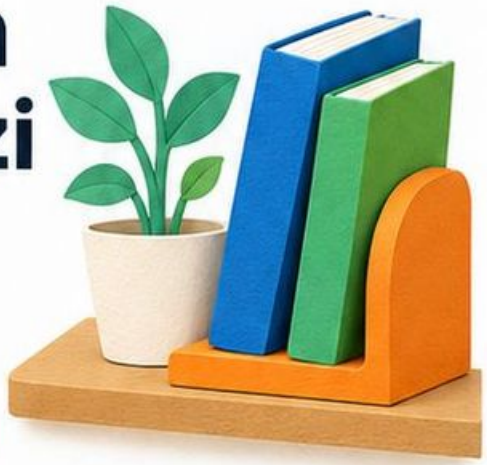


M05-018:

Spadek 5 cm/h; 9 godzin.



Proporcjonalność na wykresie — odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

Proporcjonalność na wykresie

M05-019: Punkty (0; 0), (1; 3), (2; 6), (3; 9); iloraz 3; zerowemu x odpowiada zero.



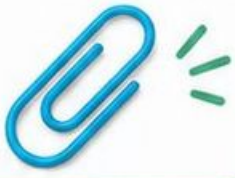
M05-020: $k = 2{,}5$; $y = -5$; tak.



M05-021: 17,50 zł; 3 kg; $y = 7x$.



M05-022: Nie; nie przechodzi przez (0; 0); y/x nie jest stały.



M05-023: $y = 6x$ bardziej stroma; tylko $x = 0$.



M05-024: $k = 4$; $y = 4x$; $x = 9$.



Funkcja, dziedzina i zbiór wartości — odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

Funkcja, dziedzina i zbiór wartości

M05-025: D={1; 2; 3}; W={4; 5}; nie, różne wejścia mogą mieć to samo wyjście.

M05-026: $Df = \mathbf{R}$ bez 3; $Dg = [-2; \infty)$.

M05-027: D={1; 2; 3; 4; 5; 6}; W={26; 44; 62; 80; 98; 116} zł.

M05-028: Nie, $x = 1$ ma dwa wyniki; usunąć (1; 2) lub (1; 5).

M05-029: W={0; 1; 4}; 5 nie.

M05-030: $[-7; 7)$.

Miejsca zerowe i znak — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi



Miejsca zerowe i znak

M05-031:

Zero 3; dodatnia $x>3$; ujemna $x<3$.

M05-032:

Zero 4; $x<4$; $x\geq 4$.

M05-033:

Dodatni od 16 sztuk; zero przy 15.

M05-034:

Miejsce zerowe -2; $f(0)=6$ to punkt przecięcia osi y.

M05-035:

Zero -2; f dodatnia $x>-2$, g dodatnia $x<-2$; $g=-f$.

M05-036:

Ujemny, dodatni, zero, ujemny; dokładna wartość nieznana.

Monotoniczność — odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

M05-037: Rośnie $[-2; 0]$; stała $[0; 2]$; maleje $[2; 5]$.

M05-038: f rosnąca; g malejąca; h stała.

M05-039: Wzrost $[0; 3]$, stałość $[3; 4]$, spadek $[4; 6]$.

M05-040: Malejąca; $99>98$, gdy argument rośnie.

M05-041: f rośnie, g maleje; nie, np. $f(0)=-10$.

M05-042: $f(-1)>f(4)$; znaku nie można ustalić.

Współczynniki funkcji liniowej — odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

Współczynniki funkcji liniowej

M05-043

Ten sam współczynnik 2 i nachylenie; przesunięcie 3 w górę; przecięcia 0 i 3.

M05-044

$a = -3$, $b = 7$; 7; 1; zero 7/3.

M05-045

6 zł/m³; stała opłata 15 zł; 63 zł.

M05-046

$y = -2x + 5$; $a = -2$, malejąca; $b = 5$.

M05-047

Pierwsze dwie równoległe; druga i trzecia przecinają y w 6.

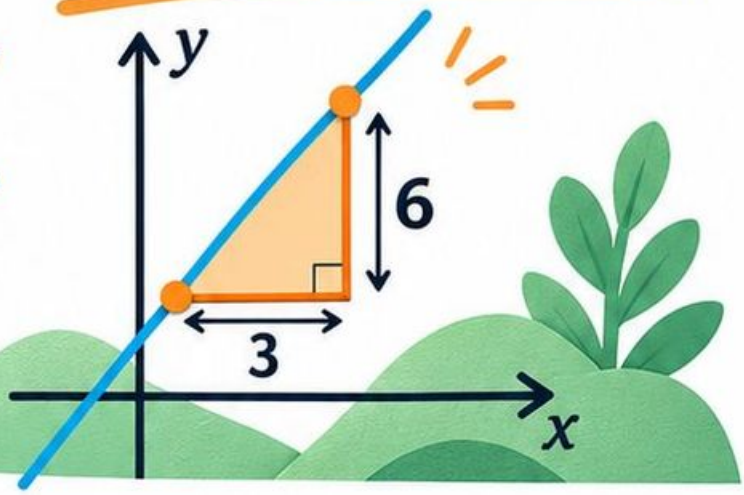
M05-048

$3k - 9 = 0$; $k = 3$; $f(x) = x$, funkcja rośnie.

Równanie prostej — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

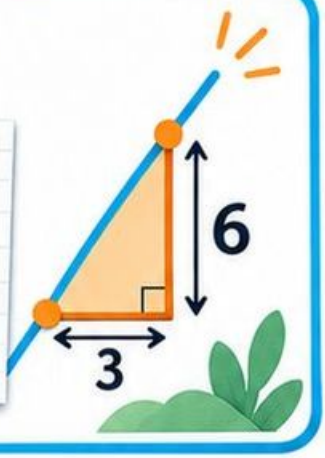
Równanie prostej



M05-049:

$$a=\frac{8-2}{3}=2;$$

$$y=2x+2.$$



M05-050:

$1=-8+b;$

$b=9;$

$y=-2x+9.$

$y=-2x+9$

M05-051:

$T(t)=3t+3;$

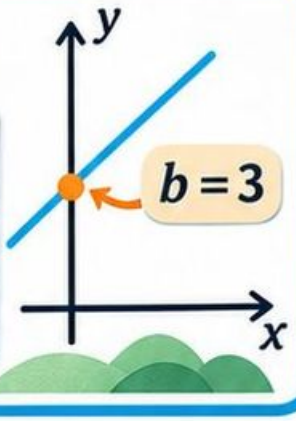
$T(2)=9°C.$



M05-052:

$a=2;\ b=3;$

$y=2x+3.$



M05-053:

Równoważne;

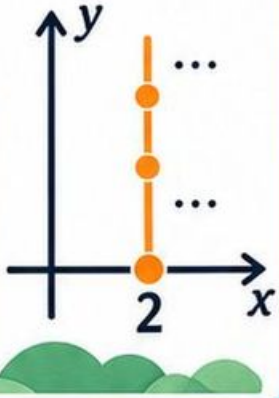
$4=6-2.$



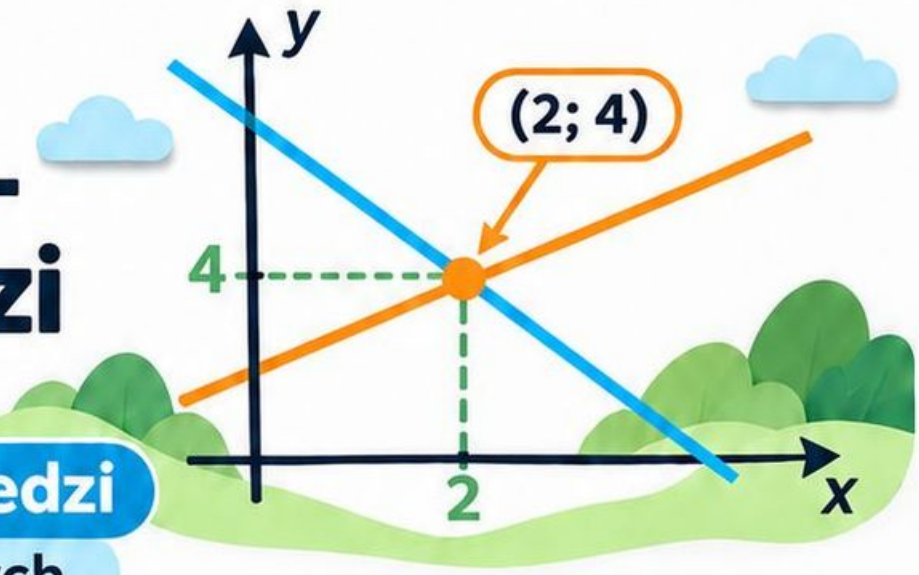
M05-054:

$x=2;$

dla jednego x wiele wartości y.



Przecięcia prostych – odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

Przecięcia prostych

M05-055:

(2; 4); $x + 2 = -x + 6$.

M05-056:

$x = 4$; $y = 11$.

M05-057:

Równość 5 h, koszt 55 zł;
8 h: A 70 zł, B 82 zł, A tańsza.

M05-058:

$y = 7$; punkt (3; 7).

M05-059:

Pierwsza i druga równoległe;
trzecia z pierwszą w (0; 1).

M05-060:

Druga daje $y = 5$; $k = 3$;
punkt (1; 5).

Modele liniowe i ograniczenia — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Modele liniowe i ograniczenia



M05-061: $0 \le t \le 6$ h; $0 \le V \le 90$ l.

M05-062: $n = 24$ daje równość; zysk od $n = 25$.

M05-063: 6 zł, 6 zł, 12 zł; nie, opłata skokowa.

M05-064: n całkowite 0–10; 12 zakupów niemożliwe w budżecie.

M05-065: $L = 2t + 10$; $L(6) = 22$; daleka ekstrapolacja nieuzasadniona.

M05-066: $t = 6$ h, poza $[0; 5]$; nie jest uprawnioną prognozą.

Parabola i postacie funkcji — odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

Parabola i postacie funkcji

M05-067: 4; 1; 0; 1; 4; oś $x = 0$.



M05-068: W(3; −8); $x = 3$; ramiona w górę; $f(0)=10$.



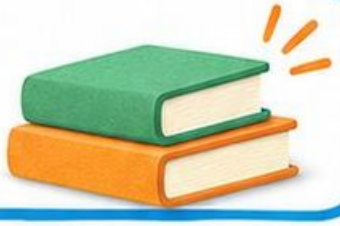
M05-069: 0; 16; 0 m; oś $x = 4$.



M05-070: W(−2; 5); $x+2=0$ przy −2.



M05-071: Wszystkie x^2-6x+5; ogólna współczynniki, kanoniczna wierzchołek, iloczynowa zera.



M05-072: $5=4a-3$; $a=2$; $y=2(x-2)^2-3$.



Wierzchołek i ekstrema — odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

Wierzchołek i ekstrema

M05-073

Minimum 2 przy $x = 1$; $W = [2; \infty)$.

M05-074

$p = 3$; $q = 4$; $W(3; 4)$; maksimum 4.

M05-075

$t = 2$ s; $h = 20$ m.

M05-076

Maksimum 7 przy $x = -1$; minimum na R nie istnieje.

M05-077

Min 0 przy 2; max 9 przy 5; $f(0)=4$.

M05-078

Min 5 przy 4; max 26 przy 1.

Miejsca zerowe funkcji kwadratowej — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Miejsca zerowe funkcji kwadratowej



M05-079:

Zera -2; 4; oś $x = 1$; ramiona w górę.

M05-080:

$\Delta = 25$; $x = 1/2$ i 3; $f(x) = (2x - 1)(x - 3)$.

M05-081:

$t = 0$ s lub $t = 3$ s; fizyczny przedział $[0; 3]$.

M05-082:

f brak zer; g jedno zero 1; może być 0; 1 lub 2 zera.

M05-083:

Zera 2 i 6; wierzchołek $(4; -4)$.

M05-084:

$f(x) = a(x - 1)(x - 5)$; $5a = 10$; $a = 2$; $f(x) = 2(x - 1)(x - 5)$.

Nierówności kwadratowe — odpowiedzi



Klucz odpowiedzi



Nierówności kwadratowe

M05-085: $x \in (1; 4)$.

M05-086: $(-\infty; -3] \cup [3; \infty)$; $(-2; 2)$.

M05-087: $x = 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10$.

M05-088: (2; 3); dla 2 wartość 0, nie<0.

M05-089: $(x+4)(x-2)$; zera −4; 2; rozwiązanie $[-4; 2]$.

M05-090: Pierwsze {3}; drugie R bez {−1}.

Optymalizacja kwadratowa — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Optymalizacja kwadratowa



M05-091: $P=x(12-x)$; 20; 32; 36 cm²; max 36 przy 6.

M05-092: $P(x)=-(x-7)^2+49$; maksimum 49 dla $x=7$.

M05-093: Drugi bok: $40-2x$. $P(x)=-2x^2+40x$; maksimum dla $x = 10$; wymiary 10×20 m, pole 200 m².

M05-094: $x = 5$; $P(5) = 91$; wierzchołek poza dziedziną.

M05-095: $n = 4$ lub $n = 5$; $Z(4) = Z(5) = 15$; oba argumenty optymalne.

M05-096: $P=x(15-x)$; max 50 cm² przy 5; 5×10 cm; kwadrat $x = 7{,}5$ poza zakresem.

Porównanie modeli — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Porównanie modeli

M05-097

A: 10; 13; 16; 19.
B: 10; 13; 16,9; 21,97.
A ma różnicę 3;
B ma iloraz 1,3.

M05-098

$x = -1$ lub $x = 3$;
punkty $(-1; 1)$, $(3; 9)$.

M05-099

B tańsza dla $0 \le t < 8$;
równe dla 8;
A tańsza $8 < t \le 12$.

M05-100

Dla $x = 0$: $f(0) = g(0) = 0$.
Dla $x = 3$: $f(3) = g(3) = 6$.
Dla $x = 1$: $f(1) = 2$, $g(1) = 0$.
Dwa punkty nie rozstrzygają modelu.

M05-101

f błąd 0;
g: 2+1+2=5;
f lepszy dla tych danych.

M05-102

Równe dla $x = 0$ lub $x = 4$;
$g(x) > f(x)$ dla $0 < x < 4$,
bo $x(4-x) > 0$.

Mapa myśli

Dane mają osie i dziedzinę

Punkt (x; y): najpierw współrzędna pozioma, potem pionowa.

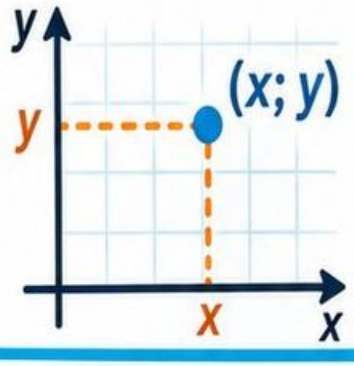


Tabela przechowuje pary; reguła określa, jak powstają wyniki.



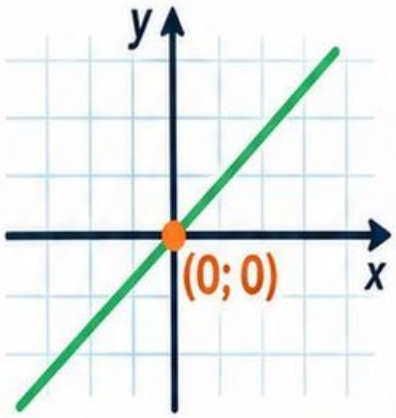


Wykres drogi od czasu: odcinek poziomy oznacza postój, nie płaski teren.





Proporcjonalność prosta: $y = kx$, wykres przechodzi przez (0; 0).



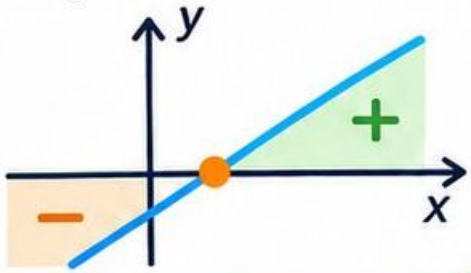
Każdej wartości argumentu funkcja przyporządkowuje dokładnie jedną wartość.



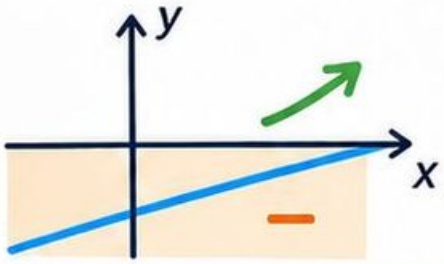
Znak, zmiana i prosta

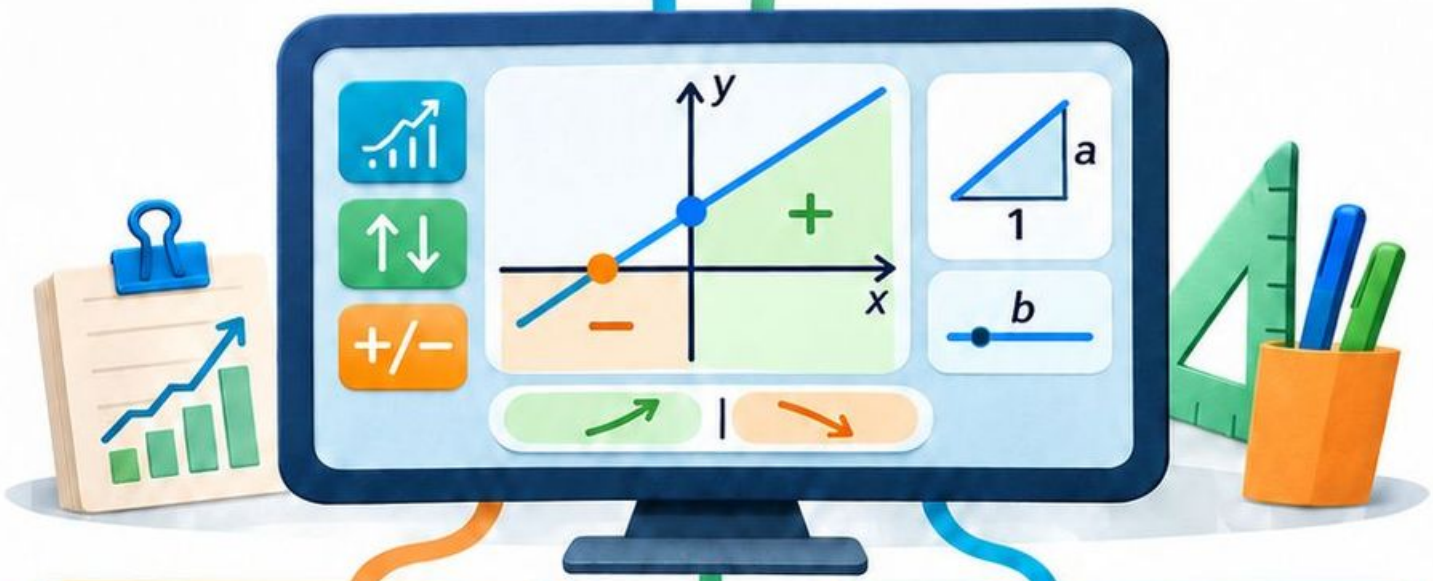
Mapa myśli

Miejsce zerowe: $f(x)=0$. Dodatni wykres leży nad osią x.

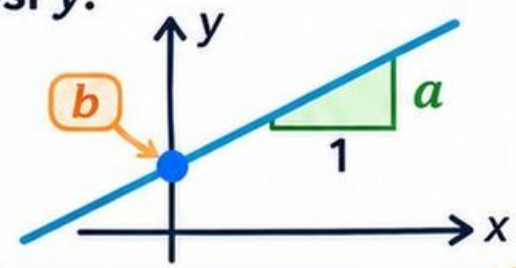


Funkcja rosnąca może mieć wartości ujemne. Monotoniczność nie jest znakiem.

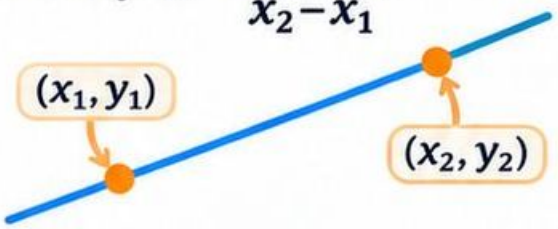




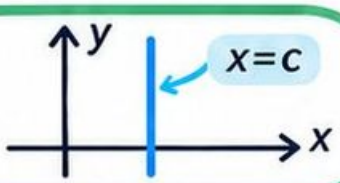
$y=ax+b$: a opisuje nachylenie, b przecięcie osi y.



Dwa punkty o różnych współrzędnych x wyznaczają prostą. $a=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$.



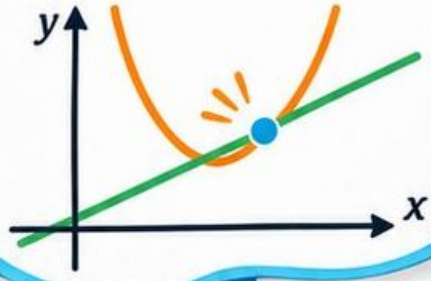
Prosta pionowa $x=c$ nie jest wykresem funkcji y od x.



Przecięcie i parabola

Mapa myśli

Punkt przecięcia spełnia oba równania. Zrównaj wartości y, oblicz x, potem y.



Ogranicz model do dozwolonych argumentów. Ujemna ilość wody nie ma sensu fizycznego.

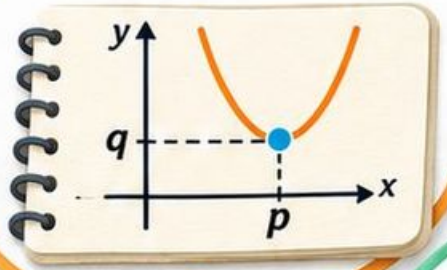




Postać kanoniczna:

$$f(x)=a(x-p)^2+q.$$

Wierzchołek $(p; q)$.



$a>0$: minimum q.
$a<0$: maksimum q.

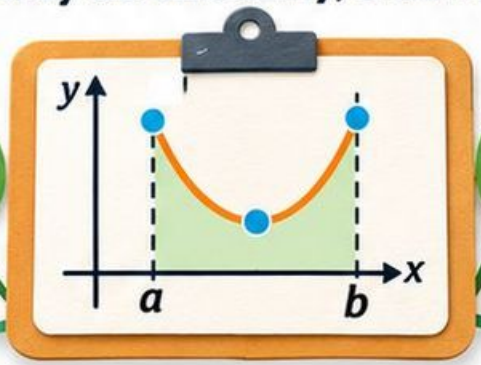


$a>0$: minimum q



$a<0$: maksimum q

Na ograniczonym przedziale sprawdź wierzchołek, jeżeli należy do dziedziny, oraz końce.



Od zer do decyzji

Mapa myśli

Postać iloczynowa:
$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$
wskazuje miejsca zerowe.



Nierówność rozwiąż ze znaku wykresu. Nawias otwarty wyklucza miejsce zerowe.



Optymalizacja: nazwij zmienną, ustal dziedzinę, zapisz funkcję, wyznacz optimum i sprawdź sens.





Dla całkowitej decyzji sprawdź liczby całkowite przy wierzchołku.



Porównanie modeli wymaga tych samych danych, jednostek i zakresu. Mały błąd dopasowania nie gwarantuje dalekiej prognozy.

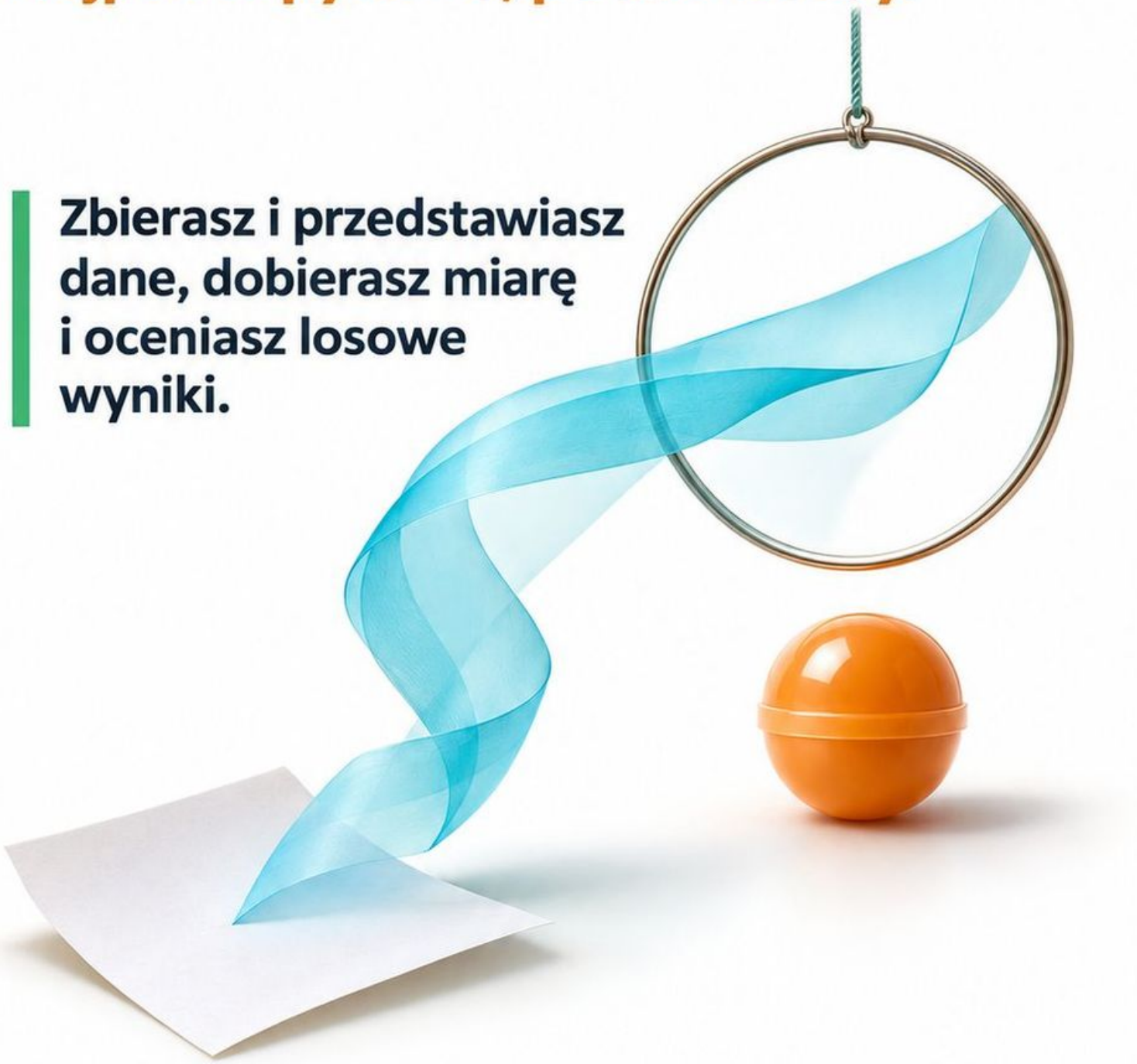


MODUŁ 6

Dane i prawdopodobieństwo

Najpierw pytanie, potem liczby.

Zbierasz i przedstawiasz dane, dobierasz miarę i oceniasz losowe wyniki.



Nie wnioskuj więcej, niż pozwalają dane. Odróżniaj model *od* wyniku doświadczenia.

M06-001 • Klasy 7–8 • 15 minut

Co naprawdę chcesz wiedzieć?

Cel: planujesz rzetelne zbieranie danych.

Odkrywaj

Chcesz zbadać czas dojazdu uczniów do szkoły. Zaproponuj pytanie z jednostką i okresem odniesienia oraz sposób anonimowego zapisu. Wskaż, jak potraktować różne czasy w różne dni.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Kategoria czy liczba?

Cel: planujesz rzetelne zbieranie danych.

Ćwicz

Podziel zmienne na liczbowe i jakościowe: liczba rodzeństwa, kolor plecaka, czas biegu, ulubiony sport. Którą liczbową zapisuje się naturalnie liczbami całkowitymi?







Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Próba z biblioteki

Cel: planujesz rzetelne zbieranie danych.

Zastosuj

O ulubioną lekturę całej szkoły zapytano tylko uczniów koła czytelniczego. Wyjaśnij możliwe obciążenie. Zaproponuj dobór próby lepiej obejmujący szkołę.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-004 • Klasy 7–8 • 15 minut

Pytanie z sugestią

Cel: planujesz rzetelne zbieranie danych.

Popraw błąd

Ankieta pyta: „Czy zgadzasz się, że nasza świetna stołówka powinna działać dłużej?”. Usuń sugestię i zaproponuj neutralne odpowiedzi.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____



Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-005 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dwie metody zbierania

Cel: planujesz rzetelne zbieranie danych.

Porównaj w parze

W parze zaplanujcie badanie liczby rowerów przed szkołą. Jedna osoba proponuje ankietę, druga obserwację. Ustalcie jeden moment pomiaru i omówcie różnicę mierzonej wielkości.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wniosek z małej próby

Cel: planujesz rzetelne zbieranie danych.

Podejmij wyzwanie

Pięcioro znajomych popiera nowy plan zajęć. Czy można na tej podstawie stwierdzić, że popiera go cała szkoła? Zaplanuj jeden krok poprawiający wiarygodność wniosku.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-007 • Klasy 7–8 • 15 minut

Kreski i liczby

Cel: porządkujesz dane w tabeli liczebności.

Odkrywaj

Dane to: 1; 2; 1; 0; 3; 2; 1; 2; 0; 1. Zbuduj tabelę wartości 0–3 z kreskami i liczebnościami. Sprawdź sumę.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-008 • Klasy 7–8 • 15 minut

Liczebność i częstość

Cel: porządkujesz dane w tabeli liczebności.

Ćwicz

W grupie 20 osób odpowiedzi A, B, C mają liczebności 5; 9; 6: Oblicz częstości względne i ich sumę.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-009 • Klasy 7–8 • 15 minut

Wypożyczenia w bibliotece

Cel: porządkujesz dane w tabeli liczebności.

Zastosuj

Przez tydzień liczby książek wypożyczonych przez 8 osób wyniosły 2; 0; 1; 2; 3; 1; 2; 1. Zbuduj tabelę i podaj liczbę osób z co najmniej 2 książkami.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-010 • Klasy 7–8 • 15 minut

Pusta kategoria też ma miejsce

Cel: porządkujesz dane w tabeli liczebności.

Popraw błąd

Wyniki kostki to 1; 1; 2; 4; 4; 6. Kuba pomija 3 i 5 w tabeli możliwych wyników. Uzupełnij pełną tabelę i wyjaśnij liczebność 0.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-011 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dwie tabele, te same dane

Cel: porządkujesz dane w tabeli liczebności.

Porównaj w parze

W parze opracujcie dane 2; 2; 3; 4; 2; 4; 3; 1. Jedna osoba sortuje listę, druga robi kreski. Porównajcie liczebności i sumę.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Brakująca liczebność

Cel: porządkujesz dane w tabeli liczebności.

Podejmij wyzwanie

Tabela ma wartości 0; 1; 2; 3 i liczebności 4; 7; k; 3. Badano 20 osób. Wyznacz k i częstość odpowiedzi 2.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-013 • Klasy 7–8 • 15 minut

Słupki od zera

Cel: tworzysz i odczytujesz wykres słupkowy.

Odkrywaj

Narysuj wykres liczby głosów: A 6, B 9, C 3. Oś liczby głosów zacznij od 0, użyj tej samej skali. Ile głosów zebrano i która odpowiedź dominuje?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-014 • Klasy 7–8 • 15 minut

Różnica i suma

Cel: tworzysz i odczytujesz wykres słupkowy.

Ćwicz



Wykres ma słupki: poniedziałek 12, wtorek 18, środa 15. O ile wtorek przewyższa poniedziałek? Jaka jest suma z 3 dni?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

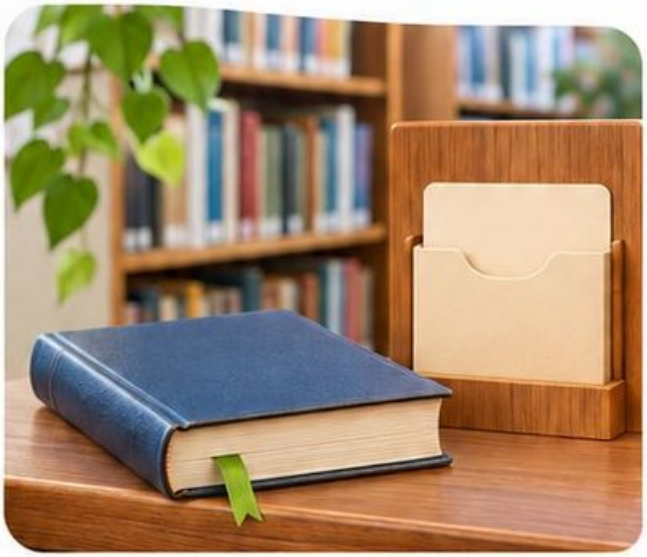
M06-015 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dane o książkach

Cel: tworzysz i odczytujesz wykres słupkowy.

Zastosuj

Klasy A, B, C wypożyczyły kolejno 24; 30; 18 książek. Narysuj wykres, podpisując jednostkę. O ile książek mniej wypożyczyła C niż B?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Szerokość nie powinna liczyć głosów

Cel: tworzysz i odczytujesz wykres słupkowy.

Popraw błąd

Ada rysuje słupek dla 10 głosów dwa razy szerszy niż dla 8. Dlaczego porównanie pól może mylić? Jak poprawić prosty wykres słupkowy?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwa sposoby przedstawienia

Cel: tworzysz i odczytujesz wykres słupkowy.

Porównaj w parze

W parze przedstawcie dane A 4, B 7, C 5 jako tabelę i słupki. Odczytajcie najliczniejszą kategorię oraz różnicę między skrajnymi liczebnościami.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-018 • Klasy 7–8 • 15 minut

Porównanie grup o różnych rozmiarach

Cel: tworzysz i odczytujesz wykres słupkowy.

Podejmij wyzwanie

W A 20 z 25 osób, a w B 24 z 40 osób wybrało rower. Która grupa ma więcej takich osób, a która większy udział? Zaproponuj wykres dla uczciwego porównania udziałów.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-019 • Klasy 7–8 • 15 minut

Koło jako całość

Cel: wiążesz udział z kątem diagramu kołowego.

Odkrywaj

Narysuj diagram dla udziałów 50%; 25%; 25%. Oblicz kąty sektorów. Wyjaśnij, dlaczego ich suma wynosi 360°.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-020 • Klasy 7–8 • 15 minut

Od liczebności do kąta

Cel: wiążesz udział z kątem diagramu kołowego.

Ćwicz

W grupie 30 osób kategorie A, B, C mają liczebności 12; 10; 8. Oblicz kąty sektorów, nie zaokrąglając.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-021 • Klasy 7–8 • 15 minut

Podział budżetu

Cel: wiążesz udział z kątem diagramu kołowego.

Zastosuj

Z 600 zł przeznaczono 300 na materiały, 180 na transport i 120 na rezerwę. Oblicz udziały procentowe i kąty na diagramie.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-022 • Klasy 7–8 • 15 minut

Procent nie jest stopniem

Cel: wiążesz udział z kątem diagramu kołowego.

Popraw błąd

Kuba rysuje sektor 40% jako kąt 40°. Popraw miarę i wyjaśnij przeliczenie. Ile procent opisuje 90°?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwa koła, dwie całości

Cel: wiążesz udział z kątem diagramu kołowego.

Porównaj w parze

W parze porównajcie diagramy: grupa A 20 osób, połowa wybiera kino; grupa B 40 osób, połowa wybiera kino. Czy równe kąty oznaczają równe liczebności?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-024 • Klasy 7–8 • 15 minut

Czy diagram kołowy pasuje?

Cel: wiążesz udział z kątem diagramu kołowego.

Podejmij wyzwanie

Uczniowie mogli wskazać kilka sportów; udziały wskazań to 60%; 50%; 30% osób. Czy można przedstawić te udziały jako rozłączne części jednego koła? Zaproponuj lepszy wykres.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-025 • Klasy 7–8 • 15 minut

Wyrównaj wieże

Cel: obliczasz i interpretujesz średnią arytmetyczną.

Odkrywaj

Narysuj wieże z 2; 4; 6 i 8 klocków. Przenieś klocki tak, aby wieże były równe. Zapisz średnią i sprawdź zachowanie sumy.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-026 • Klasy 7–8 • 15 minut

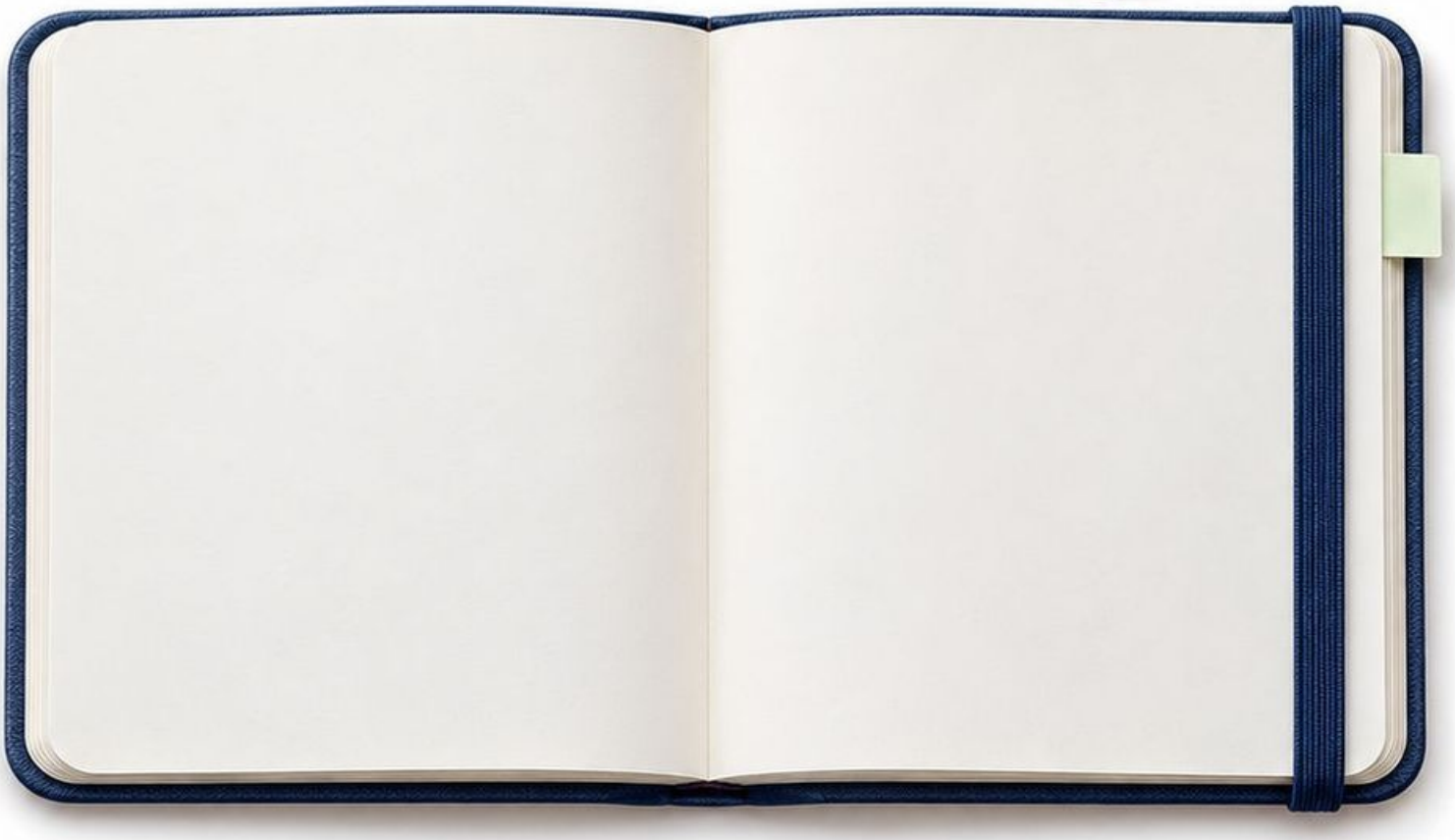
Suma podzielona przez liczbę danych

Cel: obliczasz i interpretujesz średnią arytmetyczną.

Ćwicz



Oblicz średnią liczb 3; 7; 8; 10.
Następnie średnią −2; 0; 5; 9.
Zapisz sumy i liczbę danych.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-027 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dzienna liczba klientów

Cel: obliczasz i interpretujesz średnią arytmetyczną.

Zastosuj



W 5 dni sklep odwiedziło 18; 22; 25; 15; 20 klientów. Oblicz średnią dzienną. Czy musiał istnieć dzień z dokładnie taką liczbą klientów?

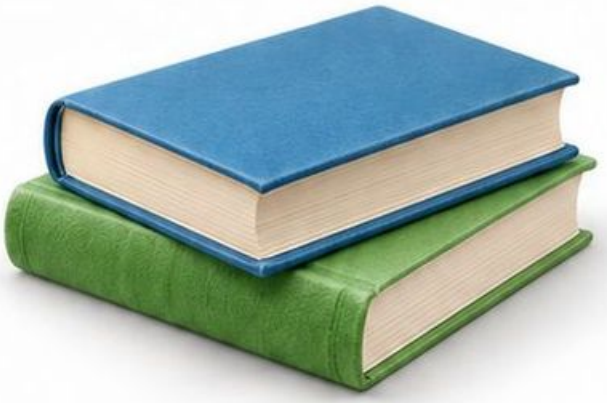
Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Nie dziel przez największą liczbę

Cel: obliczasz i interpretujesz średnią arytmetyczną.

Popraw błąd



Ada dodaje 2; 4; 9 i dzieli przez 9. Popraw obliczenie i wyjaśnij mianownik.





Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Zmiana wszystkich danych

Cel: obliczasz i interpretujesz średnią arytmetyczną.

Porównaj w parze

W parze obliczcie średnią 4; 6; 8, a potem 7; 9; 11. Jak dodanie 3 do każdego wyniku zmienia średnią? Uzasadnij sumą.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-030 • Klasy 7–8 • 15 minut

Brakujący wynik

Cel: obliczasz i interpretujesz średnią arytmetyczną.

Podejmij wyzwanie

Średnia 5 liczb wynosi 12. Cztery to 8; 10; 13; 15. Oblicz piątą i sprawdź średnią.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-031 • Klasy 7–8 • 15 minut

Środek szeregu

Cel: wyznaczasz medianę po uporządkowaniu danych.

Odkrywaj

Ułóż rosnąco dane 9; 2; 7; 4; 5.
Skreślaj parami skrajne wartości.
Podaj medianę.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-032 • Klasy 7–8 • 15 minut

Parzysta liczba danych

Cel: wyznaczasz medianę po uporządkowaniu danych.

Ćwicz

Oblicz mediany zbiorów 1; 8; 3; 6 oraz 2; 2; 5; 9; 10; 11. Zapisz dwie środkowe wartości i ich średnią.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-033 • Klasy 7–8 • 15 minut

Czas dojazdu

Cel: wyznaczasz medianę po uporządkowaniu danych.

Zastosuj

Czasy dojazdu w minutach to 10; 12; 12; 15; 51. Oblicz medianę i średnią. Która lepiej opisuje środkowy typowy wynik w tym małym zbiorze?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-034 • Klasy 7–8 • 15 minut

Kolejność wpisu to nie porządek

Cel: wyznaczasz medianę po uporządkowaniu danych.

Popraw błąd

Kuba wskazuje trzeci zapis w 8; 1; 9; 2; 3 jako medianę 9. Popraw, porządkując dane.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

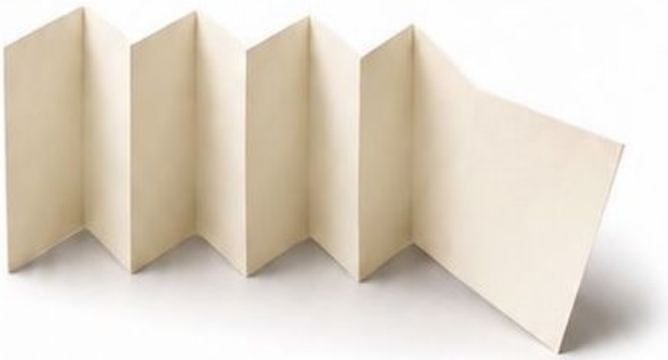
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Skrajna zmiana w parze

Cel: wyznaczasz medianę po uporządkowaniu danych.

Porównaj w parze

W parze porównajcie medianę danych 2; 4; 6; 8; 10 i 2; 4; 6; 8; 100. Obliczcie też średnie. Co zmieniło się mniej?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-036 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dobierz brakującą liczbę

Cel: wyznaczasz medianę po uporządkowaniu danych.

Podejmij wyzwanie

Zbiór 2; 5; 8; x ma medianę 6. Znajdź x i sprawdź uporządkowanie. Rozważ, w którym miejscu może znajdować się x.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-037 • Klasy 7–8 • 15 minut

Najczęstszy wynik

Cel: wyznaczasz dominantę i rozstęp oraz znasz ich ograniczenia.

Odkrywaj



Dane to 2; 3; 3; 4; 5; 3; 2.
Zaznacz powtórzenia na osi.
Podaj dominantę i rozstęp.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwie dominanty

Cel: wyznaczasz dominantę i rozstęp oraz znasz ich ograniczenia.

Ćwicz



Wyznacz dominanty i rozstęp danych 1; 1; 2; 3; 3; 5. Czy dominanta musi być tylko jedna?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-039 • Klasy 7–8 • 15 minut

Rozmiary butów

Cel: wyznaczasz dominantę i rozstęp oraz znasz ich ograniczenia.

Zastosuj



W sklepie sprzedano rozmiary 38; 39; 39; 40; 41; 39; 40. Jaki rozmiar był najczęstszy? Jaki jest rozstęp rozmiarów?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-040 • Klasy 7–8 • 15 minut

Rozstęp to nie liczba danych

Cel: wyznaczasz dominantę i rozstęp oraz znasz ich ograniczenia.

Popraw błąd

Ada dla 4; 7; 9; 10 podaje rozstęp 4, bo są 4 liczby. Popraw i wyjaśnij definicję.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-041 • Klasy 7–8 • 15 minut

Ten sam rozstęp, inny środek

Cel: wyznaczasz dominantę i rozstęp oraz znasz ich ograniczenia.

Porównaj w parze



W parze porównajcie A: 0; 0; 0; 10 i B: 0; 10; 10; 10. Obliczcie rozstępy, dominanty i średnie. Czy rozstęp sam opisuje cały zbiór?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-042 • Klasy 7–8 • 15 minut

Kiedy dominanta ma mało sensu?

Cel: wyznaczasz dominantę i rozstęp oraz znasz ich ograniczenia.

Podejmij wyzwanie

Dane 1; 2; 3; 4 występują po razie. Wyjaśnij, dlaczego nie ma wyróżnionej dominanty. Dodaj jedną obserwację, aby dominantą było 3, bez zmiany rozstępu.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-043 • Klasy 7–8 • 15 minut

Klocki jako wagi

Cel: dobierasz wagi zamiast uśredniać średnie bez sprawdzenia.

Odkrywaj

Grupa A liczy 2 osoby ze średnim wynikiem 10, a B 6 osób ze średnim 6. Narysuj 8 jednostkowych pól i oblicz wspólną średnią.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-044 • Klasy 7–8 • 15 minut

Średnia z wagami

Cel: dobierasz wagi zamiast uśredniać średnie bez sprawdzenia.

Ćwicz

Oblicz średnią ważoną wyników 4; 7; 9 z wagami 2; 1; 3. Zapisz sumę wag i ważoną sumę.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-045 • Klasy 7–8 • 15 minut

Ocena w modelowym kursie

Cel: dobierasz wagi zamiast uśredniać średnie bez sprawdzenia.

Zastosuj

W modelu kursu projekt ma wagę 40%, a test 60%. Wyniki to 80 i 65 punktów na 100. Oblicz wynik ważony. Nie jest to krajowa reguła oceniania.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-046 • Klasy 7–8 • 15 minut

Średnia średnich nie zawsze działa

Cel: dobierasz wagi zamiast uśredniać średnie bez sprawdzenia.

Popraw błąd

Kuba uśrednia średnie klas: 10 osób ma średnią 8, a 30 osób średnią 4. Podaje 6. Popraw, uwzględniając liczebności.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-047 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dwie równoważne wagi

Cel: dobierasz wagi zamiast uśredniać średnie bez sprawdzenia.

Porównaj w parze

W parze obliczcie średnią wyników 6 i 10 z wagami 1 i 3, a następnie 25% i 75%. Dlaczego wynik jest taki sam?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-048 • Klasy 7–8 • 15 minut

Brakujący składnik wyniku

Cel: dobierasz wagi zamiast uśredniać średnie bez sprawdzenia.

Podejmij wyzwanie

W modelu wynik końcowy to 30% projektu i 70% testu. Projekt dał 80 punktów. Jaki wynik testu daje końcowo 73 punkty?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

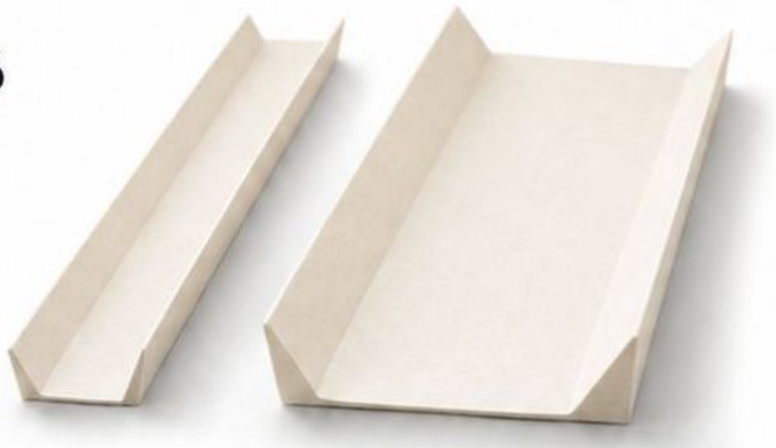
M06-049 • Klasy 7–8 • 15 minut

Równa średnia, inne skupienie

Cel: porównujesz środek i zróżnicowanie danych.

Odkrywaj

Zaznacz na osiach A: 4; 5; 6 i B: 0; 5; 10. Oblicz średnie i rozstępy. Który zbiór jest bardziej rozproszony według rozstępu?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-050 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dwie miary środka

Cel: porównujesz środek i zróżnicowanie danych.

Ćwicz

Dla A: 2; 3; 4; 5; 6 oraz B: 2; 3; 4; 5; 26 oblicz średnie i mediany. Wskaż wpływ wartości skrajnej.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-051 • Klasy 7–8 • 15 minut

Czas realizacji zamówień

Cel: porównujesz środek i zróżnicowanie danych.

Zastosuj



Firma A ma czasy 2; 2; 3; 3; 10 dni; B: 3; 4; 4; 4; 5 dni. Oblicz średnią, medianę i rozstęp. Czy jednakowa średnia oznacza identyczną przewidywalność?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-052 • Klasy 7–8 • 15 minut

Większy zbiór to nie większa średnia

Cel: porównujesz środek i zróżnicowanie danych.

Popraw błąd

Kuba uznaje A: 3; 3; 3; 3 za lepsze od B: 5; 5, bo A ma więcej wyników. Porównaj średnie i wyjaśnij różnicę liczebności i wartości.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-053 • Klasy 7–8 • 15 minut

Wybierz miarę w parze

Cel: porównujesz środek i zróżnicowanie danych.

Porównaj w parze

W parze porównajcie czasy A: 10; 11; 12; 13; 14 i B: 10; 10; 10; 10; 30. Obliczcie średnią i medianę. Która miara opisuje typowy czas większości osób w B?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-054 • Klasy 7–8 • 15 minut

Średnia bez rozkładu

Cel: porównujesz środek i zróżnicowanie danych.

Podejmij wyzwanie



Dwie grupy mają średni wynik 70 punktów. Czy można ustalić, która ma wyższą medianę? Podaj dwa różne trzyelementowe zbiory o średniej 70 i różnych medianach.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-055 • Klasy 7–8 • 15 minut

Ucięta oś

Cel: wykrywasz mylące sposoby przedstawiania danych.

Odkrywaj

Wartości to 95 i 100. Narysuj słupki od 0, a obok od 90, oznaczając ucięcie. Oblicz rzeczywisty wzrost procentowy. Dlaczego drugi wykres wzmacnia wrażenie różnicy?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

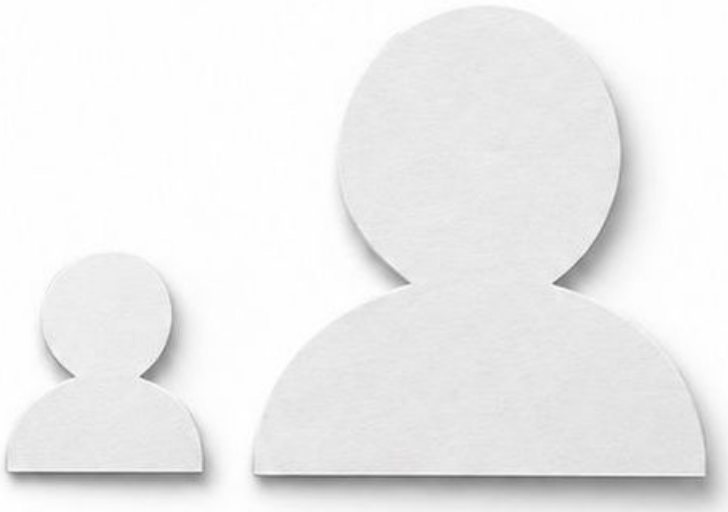
M06-056 • Klasy 7–8 • 15 minut

Obrazek w dwóch wymiarach

Cel: wykrywasz mylące sposoby przedstawiania danych.

Ćwicz

Liczba użytkowników wzrosła 2 razy. Ikonę powiększono 2 razy na szerokość i wysokość. Ile razy wzrosło jej pole? Czy pole obrazu wiernie skaluje liczbę?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Reklama z jednego miesiąca

Cel: wykrywasz mylące sposoby przedstawiania danych.

Zastosuj

Sprzedaż w styczniu, lutym, marcu to 100; 60; 90. Reklama pokazuje tylko luty→marzec i ogłasza trwały wzrost. Oblicz ten wzrost i zmianę styczeń→marzec.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Inna skala w każdej grupie

Cel: wykrywasz mylące sposoby przedstawiania danych.

Popraw błąd

Dwa słupki mają tę samą wysokość, ale pierwszy wykres używa skali 0–10, a drugi 0–100. Kuba uznaje wartości za równe. Wyjaśnij błąd.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Procent czego?

Cel: wykrywasz mylące sposoby przedstawiania danych.

Porównaj w parze

W parze oceńcie zdanie: „Skargi spadły o 50%”. Rok wcześniej było ich 2, a teraz 1. Zapiszcie pełny komunikat liczbowy i wskażcie brakujący kontekst do oceny jakości usługi.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

☑ **Sprawdź wynik i warunki zadania.**

M06-060 • Klasy 7–8 • 15 minut

Korelacja nie dowodzi przyczyny

Cel: wykrywasz mylące sposoby przedstawiania danych.

Podejmij wyzwanie

W szkolnych danych większa liczba wypożyczeń książek wiąże się z wyższymi wynikami testów. Czy sam wykres dowodzi, że wypożyczanie powoduje wzrost wyników? Podaj możliwy czynnik wspólny.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Losowanie czy pewność?

Cel: opisujesz doświadczenie losowe i jego możliwe wyniki.

Odkrywaj

Porównaj rzut kostką z obliczeniem 2+3. Która czynność jest doświadczeniem losowym? Wypisz możliwe wyniki rzutu zwykłą kostką.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

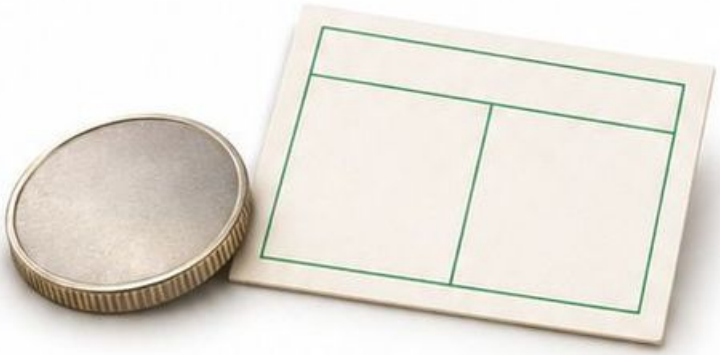
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dokładnie określ wynik

Cel: opisujesz doświadczenie losowe i jego możliwe wyniki.

Ćwicz

Rzucasz monetą dwa razy. Czy zapis „jeden orzeł" jest pojedynczym uporządkowanym wynikiem? Wypisz wyniki z dokładnie jednym orłem.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

✓ **Sprawdź wynik i warunki zadania.**

M06-063 • Klasy 7–8 • 15 minut

Worek z kulami

Cel: opisujesz doświadczenie losowe i jego możliwe wyniki.

Zastosuj

W worku są 3 czerwone i 2 niebieskie kule. Losujesz jedną i zapisujesz kolor. Jakie są możliwe wyniki? Czy mają jednakowe szanse w modelu równomiernego losowania kul?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-064 • Klasy 7–8 • 15 minut

Wynik niemożliwy

Cel: opisujesz doświadczenie losowe i jego możliwe wyniki.

Popraw błąd

Kuba wpisuje 7 jako możliwy wynik jednego rzutu standardową kostką. Popraw przestrzeń wyników i podaj przykład zdarzenia pewnego.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Warunki doświadczenia

Cel: opisujesz doświadczenie losowe i jego możliwe wyniki.

Porównaj w parze

W parze zaplanujcie 10 rzutów monetą. Ustalcie, co zapisujecie i jak traktujecie monetę stającą na krawędzi. Dlaczego regułę trzeba uzgodnić przed próbami?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Nie każdy wynik w kolorach jest równy

Cel: opisujesz doświadczenie losowe i jego możliwe wyniki.

Podejmij wyzwanie

Bączek ma 4 równe sektory: 3 czerwone i 1 zielony. Czy można uznać dwa kolory za jednakowo prawdopodobne, bo są dwa? Uzasadnij modelem sektorów.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-067 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dwa rzuty monetą

Cel: budujesz kompletną przestrzeń jednakowo prawdopodobnych wyników.

Odkrywaj

Narysuj tabelę wyników dwóch rzutów uczciwą monetą. Wypisz Ω i wskaż zdarzenie „co najmniej jeden orzeł”.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-068 • Klasy 7–8 • 15 minut

Kostka i moneta

Cel: budujesz kompletną przestrzeń jednakowo prawdopodobnych wyników.

Ćwicz



Rzucasz kostką i monetą. Ile jest uporządkowanych par wyników? Wypisz pary z liczbą większą od 4 i reszką.

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-069 • Klasy 7–8 • 15 minut

Kod z dwóch cyfr

Cel: budujesz kompletną przestrzeń jednakowo prawdopodobnych wyników.

Zastosuj

Tworzysz dwucyfrowy kod z cyfr 1; 2; 3, pozwalając na powtórzenia. Kolejność ma znaczenie. Wypisz wszystkie kody i ich liczbę.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-070 • Klasy 7–8 • 15 minut

Kolejność jednak ma znaczenie

Cel: budujesz kompletną przestrzeń jednakowo prawdopodobnych wyników.

Popraw błąd

Kuba przy dwóch rzutach kostką uznaje (2; 5) i (5; 2) za jeden wynik. Wyjaśnij różnicę i podaj liczbę wszystkich uporządkowanych wyników.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-071 • Klasy 7–8 • 15 minut

Bez powtórzeń w parze

Cel: budujesz kompletną przestrzeń jednakowo prawdopodobnych wyników.

Porównaj w parze

W parze wypiszcie wszystkie dwuliterowe kody z A, B, C bez powtórzeń. Porównajcie z liczbą kodów przy dopuszczeniu powtórzeń.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Kolory a elementarne kule

Cel: budujesz kompletną przestrzeń jednakowo prawdopodobnych wyników.

Podejmij wyzwanie

Losujesz jedną kulę z worka z 2 białymi i 3 czarnymi. Ponumeruj kule B 1, B 2, C 1, C 2, C 3. Dlaczego ta przestrzeń lepiej nadaje się do klasycznego liczenia niż dwa same kolory?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Zaznacz sprzyjające

Cel: liczysz prawdopodobieństwo przy równych szansach wyników elementarnych.

Odkrywaj

Rzucasz uczciwą kostką. Zaznacz na modelu 6 wyników liczby parzyste. Oblicz prawdopodobieństwo wyniku parzystego i wyniku większego od 4.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Zdarzenie i dopełnienie

Cel: liczysz prawdopodobieństwo przy równych szansach wyników elementarnych.

Ćwicz

Z liczb 1–10 losujesz jedną z jednakowymi szansami. Oblicz prawdopodobieństwo liczby pierwszej oraz niepierwszej. Pamiętaj o liczbie 1.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Losowanie nagrody

Cel: liczysz prawdopodobieństwo przy równych szansach wyników elementarnych.

Zastosuj

Wśród 25 jednakowych losów są 4 wygrywające. Losujesz jeden. Oblicz szansę wygranej i przegranej w ułamku i procencie.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-076 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dwa kolory nie dają połowy

Cel: liczysz prawdopodobieństwo przy równych szansach wyników elementarnych.

Popraw błąd

W worku jest 1 zielona i 4 żółte kule. Ada podaje P(zielona)=1/2. Popraw z odwołaniem do równych szans każdej kuli.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-077 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dwie metody na brak orła

Cel: liczysz prawdopodobieństwo przy równych szansach wyników elementarnych.

Porównaj w parze

W parze obliczcie prawdopodobieństwo co najmniej jednego orła w 3 niezależnych rzutach uczciwą monetą. Jedna osoba wypisuje 8 wyników, druga używa dopełnienia.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-078 • Klasy 7–8 • 15 minut

Dwa rzuty, suma 9

Cel: liczysz prawdopodobieństwo przy równych szansach wyników elementarnych.

Podejmij wyzwanie

Rzucasz dwa razy uczciwą kostką. Oblicz prawdopodobieństwo sumy 9. Wypisz wszystkie sprzyjające uporządkowane pary.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

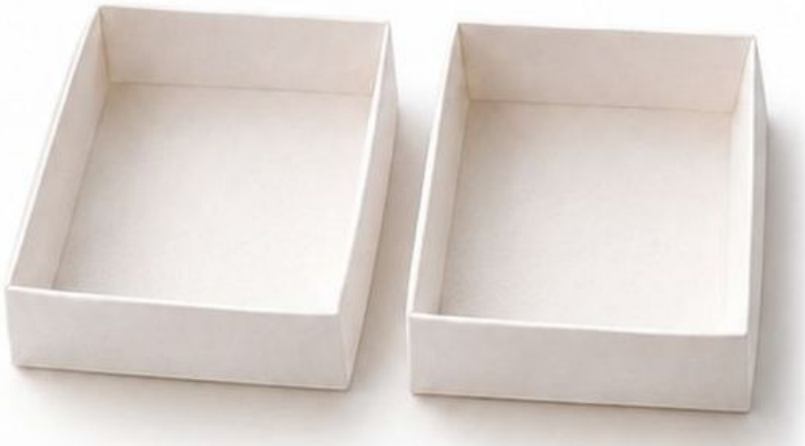
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwie rozłączne grupy

Cel: dodajesz prawdopodobieństwa z uwzględnieniem wspólnej części.

Odkrywaj

Losujesz liczbę 1–12 z równymi szansami. Zaznacz na osi zdarzenia ***A*:** wynik 1 lub 2 oraz ***B*:** wynik 10; 11 lub 12. Oblicz $P(A \text{ lub } B)$. Dlaczego można dodać liczebności?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wspólna część tylko raz

Cel: dodajesz prawdopodobieństwa z uwzględnieniem wspólnej części.

Ćwicz

Dla kostki A oznacza liczbę parzystą, a B większą od 3. Wypisz A, B i część wspólną. Oblicz $P(A \cup B)$.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Uczestnicy dwóch kół

Cel: dodajesz prawdopodobieństwa z uwzględnieniem wspólnej części.

Zastosuj

Spośród 30 osób 12 chodzi na koło muzyczne, 10 na plastyczne, a 4 na oba. Losujesz osobę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że należy do co najmniej jednego z tych kół?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

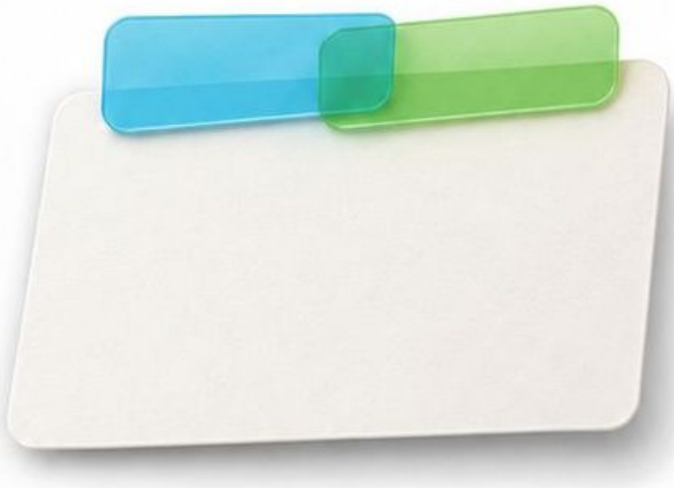
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Podwójne policzenie

Cel: dodajesz prawdopodobieństwa z uwzględnieniem wspólnej części.

Popraw błąd

Kuba dla kostki dodaje P(parzysta)=1/2 i P(większa od 4)=1/3, otrzymując 5/6. Popraw szansę zdarzenia „parzysta lub większa od 4”.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dopełnienie w parze

Cel: dodajesz prawdopodobieństwa z uwzględnieniem wspólnej części.

Porównaj w parze

W parze obliczcie szansę wyniku 1 lub 6 przy kostce. Jedna osoba dodaje dwa rozłączne zdarzenia, druga odejmuje od 1 szansę wyników 2–5.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-084 • Liceum i technikum • zakres podstawowy • 15 minut

Odtwórz nakładanie

Cel: dodajesz prawdopodobieństwa z uwzględnieniem wspólnej części.

Podejmij wyzwanie



$P(A)=0{,}6$, $P(B)=0{,}5$, $P(A\cup B)=0{,}8$. Oblicz $P(A\cap B)$. Czy zdarzenia są rozłączne?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwa niezależne rzuty

Cel: mnożysz prawdopodobieństwa z poprawnymi warunkami kolejnych etapów.

Odkrywaj

Narysuj drzewo dwóch rzutów uczciwą monetą. Oblicz prawdopodobieństwo OO. Dlaczego druga szansa nadal wynosi *1/2*?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Kostka i moneta niezależnie

Cel: mnożysz prawdopodobieństwa z poprawnymi warunkami kolejnych etapów.

Ćwicz

Rzucasz uczciwą kostką i monetą niezależnie. Oblicz P(parzysta i orzeł) oraz P(sześć i reszka).



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Kule ze zwracaniem

Cel: mnożysz prawdopodobieństwa z poprawnymi warunkami kolejnych etapów.

Zastosuj

W worku są 3 czerwone i 2 białe kule. Losujesz dwa razy, za każdym razem zwracając kulę i mieszając. Oblicz prawdopodobieństwo dwóch czerwonych.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Bez zwracania zmienia się worek

Cel: mnożysz prawdopodobieństwa z poprawnymi warunkami kolejnych etapów.

Popraw błąd

Ada dla 2 losowań bez zwracania z 3 czerwonych i 2 białych liczy $P(CC)=3/5\times3/5$. Popraw drugi czynnik i wynik.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwie procedury w parze

Cel: mnożysz prawdopodobieństwa z poprawnymi warunkami kolejnych etapów.

Porównaj w parze

Porównajcie szansę dwóch białych z worka 2 białe, 3 czerwone: ze zwracaniem i bez zwracania. Obliczcie i wyjaśnijcie różnicę.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Kolejny etap zależy od pierwszego

Cel: mnożysz prawdopodobieństwa z poprawnymi warunkami kolejnych etapów.

Podejmij wyzwanie

Losujesz bez zwracania
3 kule z worka 4 zielone,2 żółte.
Oblicz szansę 3 zielonych.
Zapisz kolejne składy
po zielonych wynikach.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Suma gałęzi

Cel: czytasz drzewo i sumujesz rozłączne ścieżki.

Odkrywaj

Bączek daje czerwony z szansą 2/3, a niebieski 1/3. Kręcisz dwa razy niezależnie. Narysuj drzewo i podpisz prawdopodobieństwa 4 ścieżek. Sprawdź sumę.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

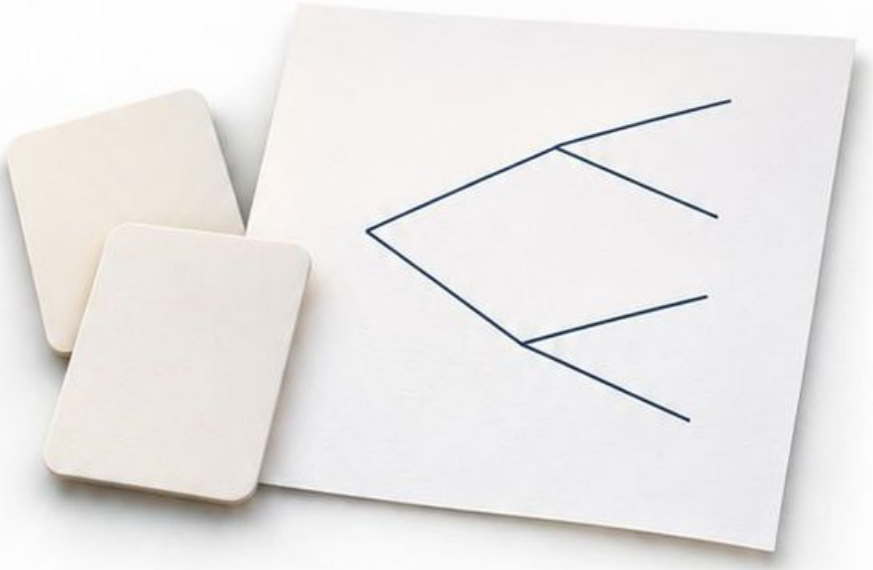
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dokładnie jeden sukces

Cel: czytasz drzewo i sumujesz rozłączne ścieżki.

Ćwicz

W dwóch niezależnych próbach sukces ma szansę 0,4. Oblicz szansę dokładnie jednego sukcesu, sumując dwie ścieżki.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Dwie kule różnych kolorów

Cel: czytasz drzewo i sumujesz rozłączne ścieżki.

Zastosuj

W worku są 2 czerwone i 3 białe. Losujesz 2 bez zwracania. Oblicz szansę różnych kolorów przez ścieżki CB i BC.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

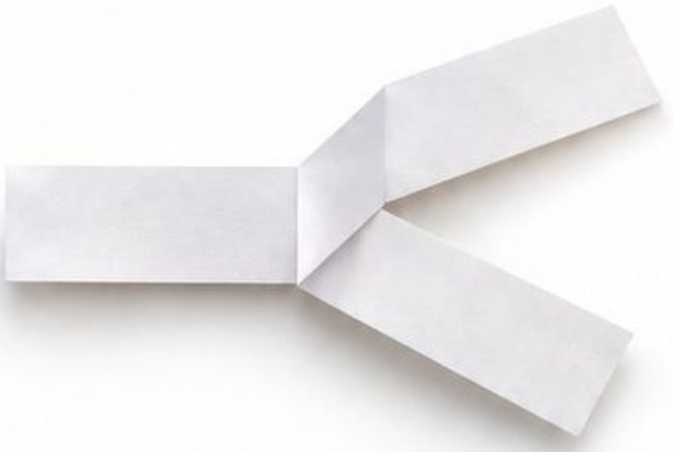
Sprawdź wynik i warunki zadania.

Nie dodawaj wzdłuż ścieżki

Cel: czytasz drzewo i sumujesz rozłączne ścieżki.

Popraw błąd

Kuba na ścieżce dwóch niezależnych orłów dodaje 1/2+1/2=1. Popraw i wyjaśnij, kiedy na drzewie mnożymy, a kiedy dodajemy.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Drzewo i tabela

Cel: czytasz drzewo i sumujesz rozłączne ścieżki.

Porównaj w parze

W parze obliczcie szansę różnych wyników w dwóch rzutach uczciwą monetą. Jedna osoba rysuje drzewo, druga tabelę 2×2. Porównajcie wyniki.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Najpierw wybierz worek

Cel: czytasz drzewo i sumujesz rozłączne ścieżki.

Podejmij wyzwanie

Wybierasz worek A z prawdopodobieństwem 1/2 lub B z 1/2. A ma 3 czerwone i 1 białą kulę, B ma 1 czerwoną i 3 białe. Losujesz kulę z wybranego worka. Oblicz szansę czerwonej.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Wynik serii

Cel: porównujesz częstość empiryczną z prawdopodobieństwem modelowym.

Odkrywaj

W 20 rzutach monetą orzeł wystąpił 13 razy. Zaznacz wyniki na 20 polach i oblicz częstość orła. Czy dowodzi to, że szansa orła wynosi 13/20?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Połącz dwie serie

Cel: porównujesz częstość empiryczną z prawdopodobieństwem modelowym.

Ćwicz



Pierwsza seria dała 18 sukcesów w 30 próbach, druga 22 w 50. Oblicz częstość każdej i łączną. Dlaczego nie wystarczy zwykła średnia dwóch częstości?

Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

M06-099 • Klasy 7–8 • 15 minut

Symulacja losowania

Cel: porównujesz częstość empiryczną z prawdopodobieństwem modelowym.

Zastosuj

Zaproponuj symulację worka z 3 czerwonymi i 2 białymi kulami za pomocą uczciwej kostki. Co robisz po 6? Które wyniki oznaczają kolory?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

☑ **Sprawdź wynik i warunki zadania.**

Los nie wyrównuje długu

Cel: porównujesz częstość empiryczną z prawdopodobieństwem modelowym.

Popraw błąd

Po 5 orłach z rzędu Kuba mówi, że w kolejnym niezależnym rzucie uczciwą monetą reszka jest bardziej prawdopodobna. Oceń i podaj jej szansę.



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Więcej prób, to nie gwarancja

Cel: porównujesz częstość empiryczną z prawdopodobieństwem modelowym.

Porównaj w parze

W parze porównajcie wyniki: seria A 7 sukcesów na 10, seria B 52 na 100. Obliczcie częstości i odległości od modelowego $p=0,5$, Czy większa próba zawsze musi być bliższa p?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Zaplanuj kontrolę modelu

Cel: porównujesz częstość empiryczną z prawdopodobieństwem modelowym.

Podejmij wyzwanie

Chcesz zbadać, czy bączek z 4 nominalnie równymi sektorami działa podobnie do modelu 1/4. Zaplanuj 200 **prób, zapis** i porównanie. Czy dokładnie 50 trafień każdego sektora jest konieczne?



Zapisz obliczenia i uzasadnienie: _____

Sprawdź wynik i warunki zadania.

Pytania i zbieranie danych — odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

Pytania i zbieranie danych

M06-001:	Np. „Ile minut trwał dziś Twój dojazd od wyjścia do wejścia do szkoły?"; anonimowe liczby; osobne dni lub ustalony typowy dzień.
M06-002:	Liczbowe: rodzeństwo, czas; jakościowe: kolor, sport; rodzeństwo całkowite.
M06-003:	Koło może mieć inne upodobania; losować uczniów z różnych klas zamiast tylko koła.
M06-004:	Np. „Czy godziny pracy stołówki powinny zostać wydłużone?"; tak, nie, nie mam zdania.
M06-005:	Obserwacja liczy rowery obecne w ustalonym czasie; ankieta może pytać o deklarowane dojazdy, nie to samo.
M06-006:	Nie; mała wygodna próba; np. większa losowana próba z wielu klas.

Klucz odpowiedzi



Tabele liczebności

M06-007: 0:2; 1:4; 2:3; 3:1; suma 10.

M06-008: 0,25; 0,45; 0,30; suma 1.

M06-009: 0:1; 1:3; 2:3; 3:1; co najmniej 2:4 osoby.

M06-010: 1:2, 2:1, 3:0, 4:2, 5:0, 6:1; możliwe, lecz nie zaobserwowane.

M06-011: 1:1; 2:3; 3:2; 4:2; suma 8.

M06-012: $k = 6$; $6/20 = 0{,}3 = 30\%$.

Wykresy słupkowe — odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

Wykresy słupkowe

M06-013: 18 głosów; B 9.

M06-014: O 6; suma 45.

M06-015: O 12 książek.

M06-016: Używać jednakowych szerokości; liczebność pokazuje wysokość przy wspólnej skali.

M06-017: B 7; różnica 7−4=3.

M06-018: Więcej B 24; udział A 80%, B 60%; słupki procentowe.

Klucz odpowiedzi



Diagramy kołowe

M06-019: 180°,90°,90°; pełna całość to pełny obrót.

M06-020: 144°,120°,96°.

M06-021: 50%,30%,20%; 180°,108°,72°.

M06-022: 40%×360°=144°; 90°=25%.

M06-023: Nie; A 10 osób, B 20 osób; obie połowy 180°.

M06-024: Nie, suma 140%, kategorie się nakładają; wykres słupkowy odsetków.



Klucz odpowiedzi

Średnia arytmetyczna

M06-025:	**Suma 20; średnia 5; 4×5=20.**
M06-026:	**28/4=7; 12/4=3.**
M06-027:	**Średnia 20; w tych danych tak, ale ogólnie średnia nie musi występować.**
M06-028:	**(2+4+9)/3=5; dzielimy przez liczbę obserwacji 3.**
M06-029:	**6→9; średnia wzrasta o 3.**
M06-030:	**Suma 60; znane 46; brakująca 14.**

Mediana — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi



Mediana

M06-031: 2; 4; 5; 7; 9; mediana 5.

M06-032: 3 i 6→4,5; 5 i 9→7.

M06-033: Mediana 12; średnia 20; mediana odporna na skrajne 51.

M06-034: 1; 2; 3; 8; 9; mediana 3.

M06-035: Mediana obie 6; średnie 6 i 24; mediana bez zmiany.

M06-036: $x = 7$; porządek 2; 5; 7; 8; mediana $(5+7)/2=6$.

Dominanta i rozstęp – odpowiedzi



Klucz odpowiedzi

Dominanta i rozstęp

M06-037: Dominanta 3; rozstęp 5−2=3.

M06-038: Dominanty 1 i 3; rozstęp 4; nie.

M06-039: Dominanta 39; rozstęp 41−38=3.

M06-040: Rozstęp 10−4=6; różnica maksimum i minimum.

M06-041: Oba 10; dominanty 0 i 10; średnie 2,5 i 7,5; nie.

M06-042: Brak częstszego wyniku; dodać 3; rozstęp nadal 3.

Średnia ważona – odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Średnia ważona



M06-043: $(2\times10+6\times6)/8=7$.

M06-044: Wagi 6; suma 42; średnia 7.

M06-045: $0{,}4\times80+0{,}6\times65=71$ punktów.

M06-046: $(10\times8+30\times4)/40=5$.

M06-047: 9; wagi mają ten sam stosunek 1:3.

M06-048: $24+0{,}7\,t=73$; $t = 70$ punktów.

Porównywanie zbiorów — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi



M06-049: Średnie 5; rozstępy 2 i 10; B.

M06-050: Średnie 4 i 8; mediany 4 i 4; skrajna zmienia średnią.

M06-051: Średnie 4; mediany 3 i 4; rozstępy 8 i 2; nie.

M06-052: Średnie 3 i 5; liczba obserwacji nie oznacza większego wyniku.

M06-053: A średnia 12, mediana 12; B średnia 14, mediana 10; mediana lepiej opisuje większość B.

M06-054: Nie; np 50; 60; 100 mediana 60 oraz 40; 80; 90 mediana 80; sumy 210.

Myląće wykresy — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Myląće wykresy



M06-055: Wzrost 5/95≈5,26%; skrócona skala wyolbrzymia proporcje wysokości.

M06-056: Pole 4 razy; nie, powinno 2 razy, jeżeli pole ma reprezentować dane.

M06-057: Luty→marzec 50%; styczeń→marzec spadek 10%; trwałość nie wynika z 3 danych.

M06-058: Wysokości porównywalne tylko przy wspólnej skali; mogą oznaczać 10 i 100.

M06-059: 2→1, spadek o 1 i 50%; potrzebna liczba klientów/usług i porównywalny okres.

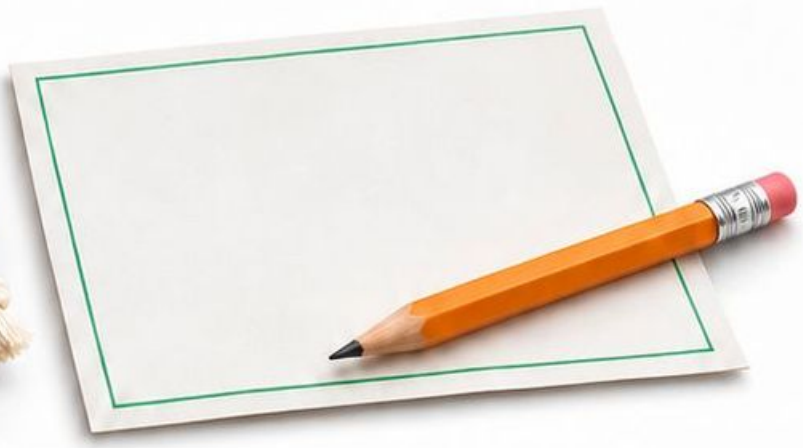
M06-060: Nie; np. zainteresowanie nauką lub czas poświęcany nauce może wpływać na oba.

Doświadczenia losowe — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi / Doświadczenia losowe

M06-061:	Rzut kostką; 1; 2; 3; 4; 5; 6; rachunek ma ustalony wynik 5.
M06-062:	Nie, to zdarzenie; OR i RO.
M06-063:	Kolory C, N; nie, 3/5 i 2/5.
M06-064:	1–6; np. wynik mniejszy od 7 jest pewny.
M06-065:	Np. zapisać O/R, przy krawędzi powtórzyć; reguła przed próbami zapobiega wybiórczemu traktowaniu wyników.
M06-066:	Nie; P(C)=3/4, P(Z)=1/4; równe są sektory, nie kolory.





Przestrzeń zdarzeń — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi



Przestrzeń zdarzeń

M06-067: Ω={OO, OR, RO, RR}; zdarzenie{OO, OR, RO}.

M06-068: 12 wyników; (5; R),(6; R).

M06-069: 11; 12; 13; 21; 22; 23; 31; 32; 33; łącznie 9 kodów.

M06-070: Pierwszy i drugi rzut rozróżnione; 36 wyników.

M06-071: AB, AC, BA, BC, CA, CB; 6; z powtórzeniami 9.

M06-072: 5 kul ma równe szanse w modelu; kolory mają 2/5 i 3/5, więc nie są równoszansowe.

Prawdopodobieństwo klasyczne — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Prawdopodobieństwo klasyczne

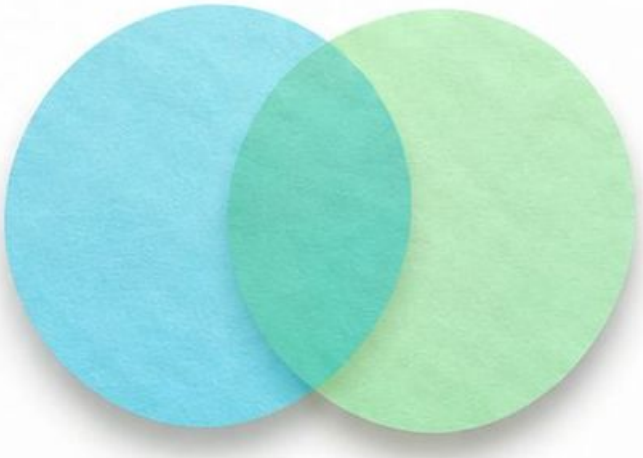


M06-073:	3/6=1/2; 2/6=1/3.
M06-074:	Pierwsze 2; 3; 5; 7; 4/10=2/5; niepierwsze 3/5.
M06-075:	4/25=16%; 21/25=84%.
M06-076:	1/5=20%; liczymy kule, nie same nazwy kolorów.
M06-077:	7/8; 1−P(RRR)=1−1/8.
M06-078:	(3; 6),(4; 5),(5; 4),(6; 3); 4/36=1/9.

Reguła dodawania – odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Reguła dodawania





M06-079: Rozłączne; 5/12; brak wspólnego wyniku.

M06-080: A{2; 4; 6}; B{4; 5; 6}; wspólne{4; 6}; 4/6=2/3.

M06-081: (12+10−4)/30=18/30=3/5.

M06-082: A{2; 4; 6}, B{5; 6}; wspólny 6; 4/6=2/3.

M06-083: 1/6+1/6=1/3; 1−4/6=1/3.

M06-084: 0,6+0,5−0,8=0,3; nie.

Reguła mnożenia — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi



Reguła mnożenia

M06-085:	1/2×1/2=1/4; niezależność rzutów.
M06-086:	1/2×1/2=1/4; 1/6×1/2=1/12.
M06-087:	3/5×3/5=9/25.
M06-088:	3/5×2/4=3/10; po czerwonej zostają 2 z 4.
M06-089:	Ze 2/5×2/5=4/25; bez 2/5×1/4=1/10.
M06-090:	4/6×3/5×2/4=1/5; potem 3 Z 2 Ż, następnie 2 Z 2 Ż.

Drzewa zdarzeń — odpowiedzi

Klucz odpowiedzi



Drzewa zdarzeń

M06-091:	CC 4/9, CN 2/9, NC 2/9, NN 1/9; suma 1.
M06-092:	$0{,}4\times0{,}6+0{,}6\times0{,}4=0{,}48$.
M06-093:	$2/5\times3/4+3/5\times2/4=3/5$.
M06-094:	OO 1/4; wzdłuż ścieżki mnożymy, dla rozłącznych ścieżek dodajemy.
M06-095:	OR lub RO; $1/4+1/4=1/2$.
M06-096:	$1/2\times3/4+1/2\times1/4=1/2$.

Symulacja i częstość względna – odpowiedzi

Klucz odpowiedzi

Symulacja i częstość względna



M06-097: Częstość 13/20=0,65; nie, to wynik próby, nie dowód parametru modelu.

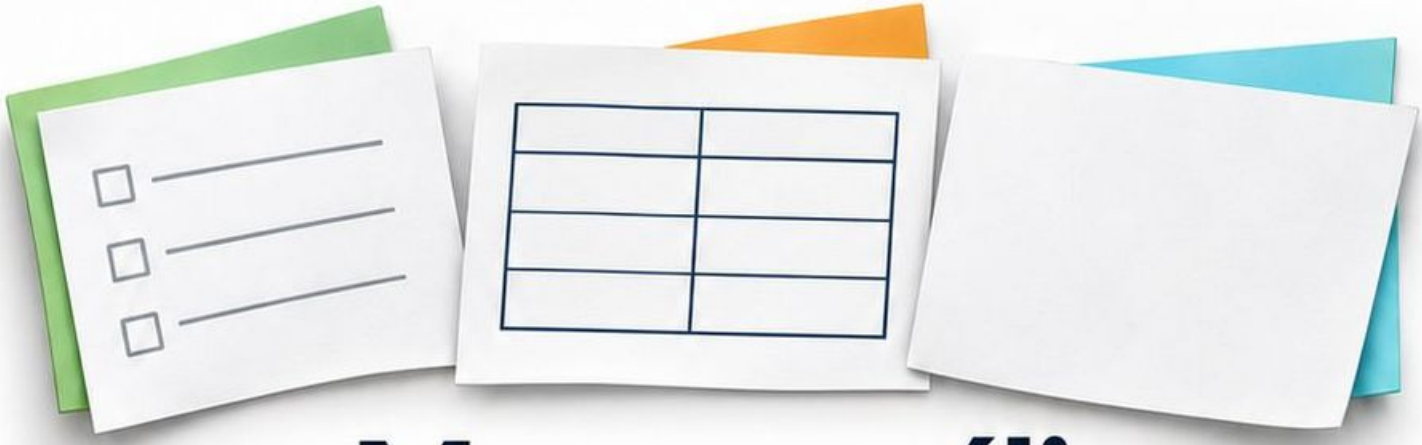
M06-098: 0,6 i 0,44; łącznie 40/80=0,5; różne liczebności prób.

M06-099: 1–3 czerwone,4–5 białe,6 odrzucić i powtórzyć; daje 3/5 i 2/5.

M06-100: Fałsz; P(R)=1/2, niezależność poprzednich wyników.

M06-101: A 0,7, błąd 0,2; B 0,52, błąd 0,02; tu B bliżej, ale brak gwarancji dla każdej serii.

M06-102: Tabela 4 liczebności, suma 200, częstości n/200, porównać z 0,25; dokładnie 50 nie jest konieczne; odchylenia losowe.



Mapa myśli

Od pytania do obrazu danych

Pytanie określa wielkość, jednostkę i okres. Próba powinna obejmować badaną populację bez oczywistej selekcji.

Tabela: liczebności sumują się do liczby obserwacji. Częstości względne do 1.

Słupki: jednakowe szerokości, wspólna skala i podpisane osie.

Koło: rozłączne części jednej całości. Kąt=udział×360°.

Kilka odpowiedzi jednej osoby może dawać sumę ponad 100%; wtedy koło zwykle nie pasuje.



Mapa myśli

Średnia=suma danych/liczba danych. Wrażliwa na wartości skrajne.

Mediana: środek uporządkowanego szeregu; przy parzystej liczbie danych średnia dwóch środkowych.

Dominanta: najczęstsza wartość. Może być więcej niż jedna.

Środek nie mówi wszystkiego

Rozstęp= maksimum−minimum.

Średnia ważona= ważona suma/suma wag. Nie uśredniaj średnich grup bez sprawdzenia liczebności.

Dobierz miarę do pytania, a nie do oczekiwanego wniosku.



Mapa myśli

Dane i model losowy

Ta sama średnia może ukrywać różne rozproszenie. Obejrzyj rozkład.

Ucięte osie i powiększane obrazki mogą wyolbrzymiać różnice.

Doświadczenie losowe ma określone możliwe wyniki.

Przestrzeń Ω powinna być kompletna. Dla dwóch kostek wynik jest uporządkowaną parą, jest 36 par.

Model klasyczny: P(A)=liczba sprzyjających/liczba wszystkich, gdy wyniki elementarne mają równe szanse.

Dwa kolory kul nie muszą mieć jednakowych szans.



Mapa myśli

Ścieżki i częstości

Suma zdarzeń: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Dla rozłącznych część wspólna ma prawdopodobieństwo 0.

Wzdłuż ścieżki drzewa mnożymy prawdopodobieństwa kolejnych gałęzi.

Rozłączne ścieżki prowadzące do zdarzenia dodajemy.

Bez zwracania zmienia się skład worka; nie zakładaj automatycznie niezależności.

Częstość sukcesu = liczba sukcesów/liczba prób. Nie jest gwarantowanym wynikiem następnej próby.

Większa próba pomaga oceniać model, ale nie wymusza idealnych proporcji w konkretnej serii.

