Matematyka bez drogich pomocy

20 stacji z pomocami do wykonania

Papier • sznurek • tektura z opakowań

Szablony wymiarowe, montaż i rozwiązane zastosowania



Indeks stacji

E01–E05: suwak pozycyjny, tarcza reszt, licznik nawiasów, harmonijka różnic i okno ułamków.

E06–E10: suwak procentów, przelicznik jednostek, kontroler trójkąta, ramka równoległości i obwodowy licznik.

E11–E15: katalog siatek, sonda objętości, wykres z okienkami, tablica dziedziny i lustro współrzędnych.

E16–E20: równaniowa zasłona, tablica warunków, sorter danych, bramka zdarzeń i drzewo na rzep papierowy.

Budowa i zastosowanie każdej pomocy zajmują dwie strony. E01 zaczyna się na stronie 5.



Minimalny zestaw warsztatowy

Przygotuj czyste pudełka, kartki, nożyczki szkolne, linijkę, taśmę, sznurek, spinacze i ołówek.

Wymiary w opisach są wymiarami wykonania, a nie obietnicą skali wydruku. Odmierz je linijką.

Gotowy model powinien przesuwać się bez zacinania, zachowywać jednostkę i pozwalać odczytać etykiety.

Cięcia i mocowania dostosuj do wieku uczniów. Nauczyciel może przygotować szczeliny przed zajęciami.

Koszt nie jest miarą jakości. Sprawdź matematyczną relację, którą narzędzie ma pokazywać.



Stacje w zwykłej sali



Na jednej ławce umieść jedną pomoc, krótką instrukcję i kartę kontroli. Grupa liczy 2–4 osoby.



Przykładowy blok: 4 stacje po 7 minut, 3 przejścia po 1 minucie, 9 minut omówienia. Razem 40 minut.



Zacznij od zademonstrowania obsługi. Potem każdy uczeń wykonuje własny zapis, nawet jeśli narzędzie jest wspólne.



Wybierz stacje zgodne z programem klasy. Formalna dziedzina funkcji i prawdopodobieństwo warunkowe są przeznaczone do odpowiedniego etapu licealnego.



E01 • Suwak wartości pozycyjnej

Klasy 4–6

Montaż: około 15 minut. Praca przy stacji: 7 minut.

Szablon i budowa: w podstawie 24×8 cm wytnij cztery okna 2×2 cm na jednej wysokości. Podpisz je: tysiące, setki, dziesiątki, jedności. Przy każdym przyklej dwie prowadnice na pasek. Cztery pionowe paski 2×20 cm podziel na dziesięć pól z cyframi 0–9. Wsuń je tak, by w każdym oknie była widoczna jedna cyfra.



Próba działania:

Ustaw 3074 i odczytaj wartość 7. Ustaw 7 w kolumnie setek i 0 w pozostałych oknach.

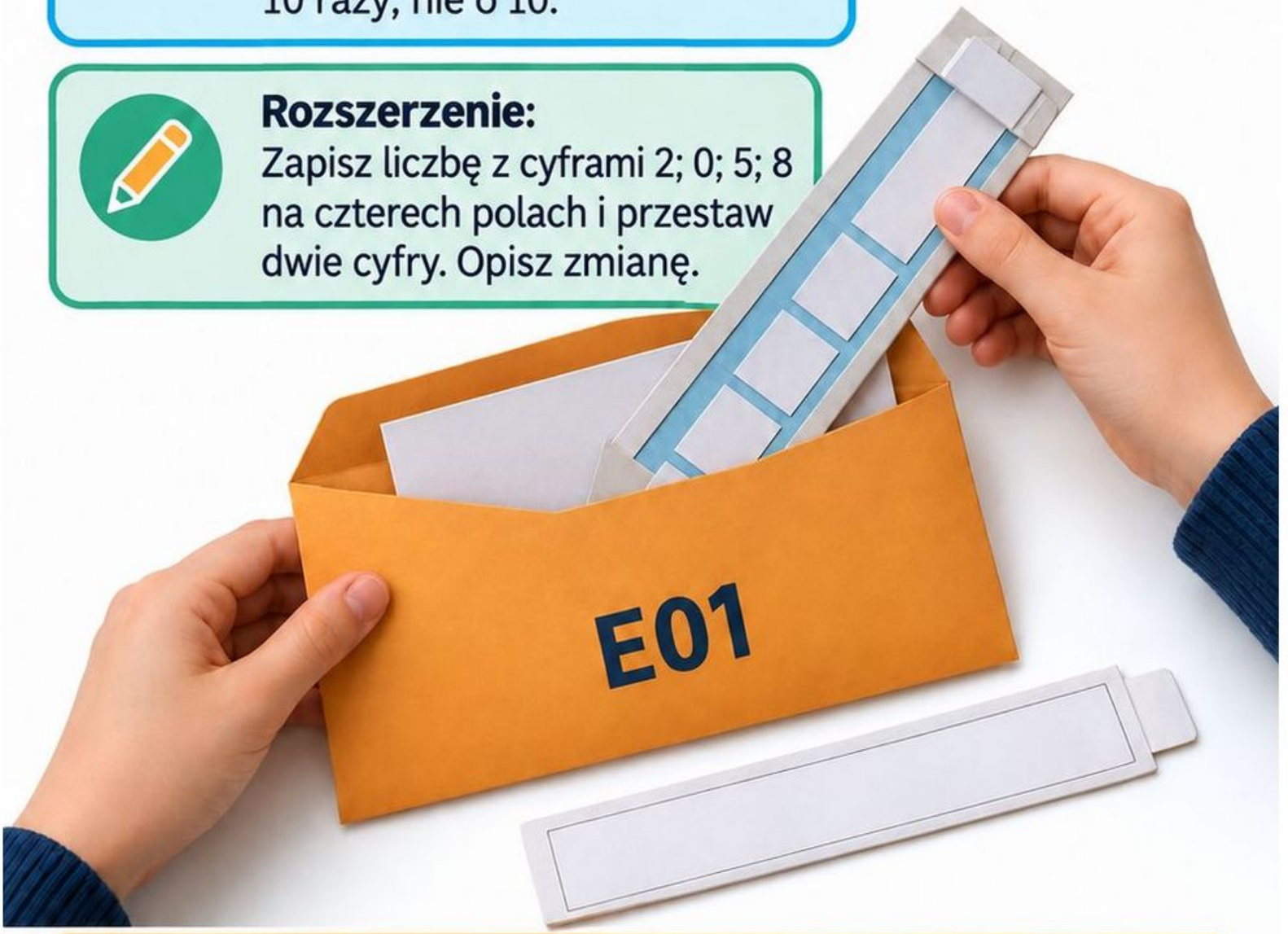
Kontrola wykonania:

czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.

E01 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład:
7 w dziesiątkach oznacza 70, w setkach 700. Wartość rośnie 10 razy, nie o 10.

Rozszerzenie:
Zapisz liczbę z cyframi 2; 0; 5; 8 na czterech polach i przestaw dwie cyfry. Opisz zmianę.



Przechowywanie:
Paski włóż do koperty E01, a prowadnice zabezpiecz kartką.

Sprawdzenie ucznia:
samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.

E02 • Tarcza reszt z dzielenia

Klasy 4–6

Montaż: około 15 minut. **Praca przy stacji:** 7 minut.

Szablon i budowa: Narysuj koło średnicy 14 cm z sześcioma polami 0–5. Zamocuj papierową wskazówkę spinaczem. Na osobnych kartach zapisz 13; 20; 29; 36; 47.

Próba działania: Dla każdej karty ustaw resztę z dzielenia przez 6. Sprawdź, czy wskazówka zawsze trafia w zakres 0–5.

Kontrola wykonania: czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.



E02 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład:

29=4×6+5, więc wskazówka na 5;
36=6×6+0, więc na 0.



Rozszerzenie:

Zmień dzielnik na 4 i wyjaśnij, dlaczego nowa tarcza potrzebuje czterech pól.

Przechowywanie:

Wskazówkę przechowuj płasko pod tarczą; karty w małej kopercie.

Sprawdzenie ucznia:

samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.

E03 • Okienko kolejności działań

Klasy 4–6

Montaż: około 15 minut. Praca przy stacji: 7 minut.

Szablon i budowa: Wytnij ramkę 18×6 cm z oknem 12×3 cm. Przygotuj paski zapisów i kartonik zasłaniający nieaktualną część. Nad oknem dodaj etykiety: nawiasy, potęgi, mnożenie/dzielenie, dodawanie/odejmowanie.



Próba działania: Wsuń 18−6:3×2. Przesuwaj zasłonę po każdym przepisanym etapie.

Kontrola wykonania: czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.

E03 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład: $18-6:3\times2=18-2\times2=14$. Działania równorzędne wykonujemy od lewej.

Rozszerzenie: Porównaj z $(18-6):3\times2=8$; wyjaśnij rolę nawiasów.



Przechowywanie: Zapisuj paski ołówkiem; przechowuj zestaw z jednym paskiem pustym do nowych zadań.

Sprawdzenie ucznia: samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.

E04 • Harmonijka przyrostów

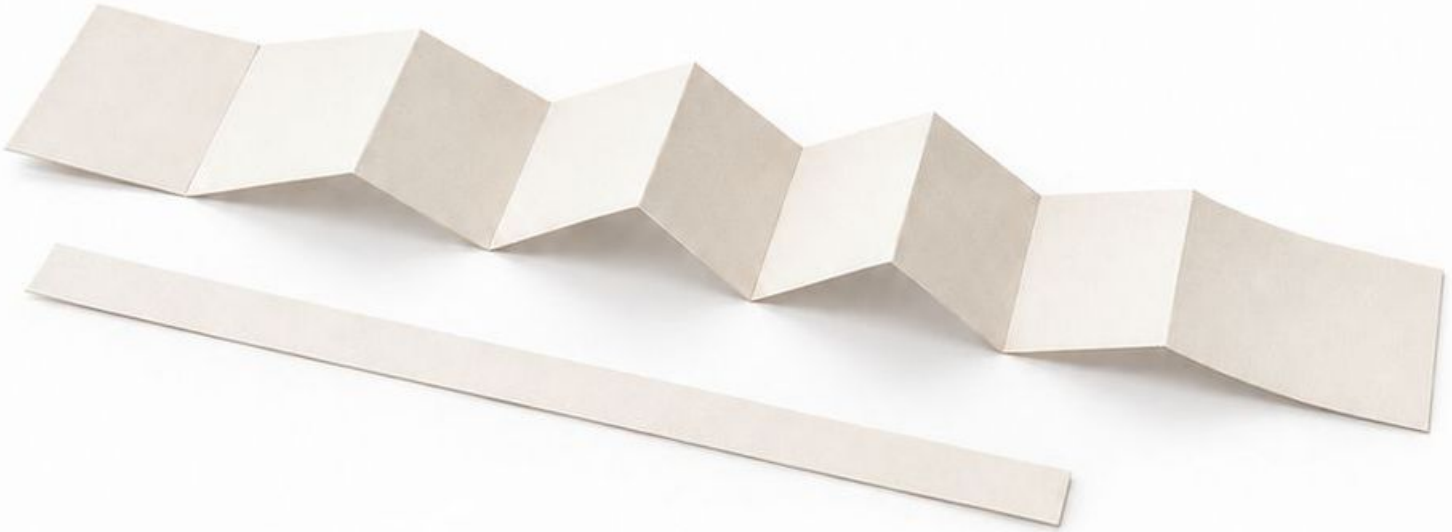
Klasy 7–8

Montaż: około 15 minut.
Praca przy stacji: 7 minut.

Szablon i budowa: Złóż pasek 40×6 cm w 8 pól po 5 cm. Na górze pól zapisz numery 1–8, a na dole kolejne wartości. Wąski pasek obok służy na różnice między sąsiadami.

Próba działania: Wpisz 3; 7; 11; 15; 19; 23; 27; 31. Złóż harmonijkę, pokazując tylko pierwszy i piąty etap.

Kontrola wykonania: czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.



E04 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład:

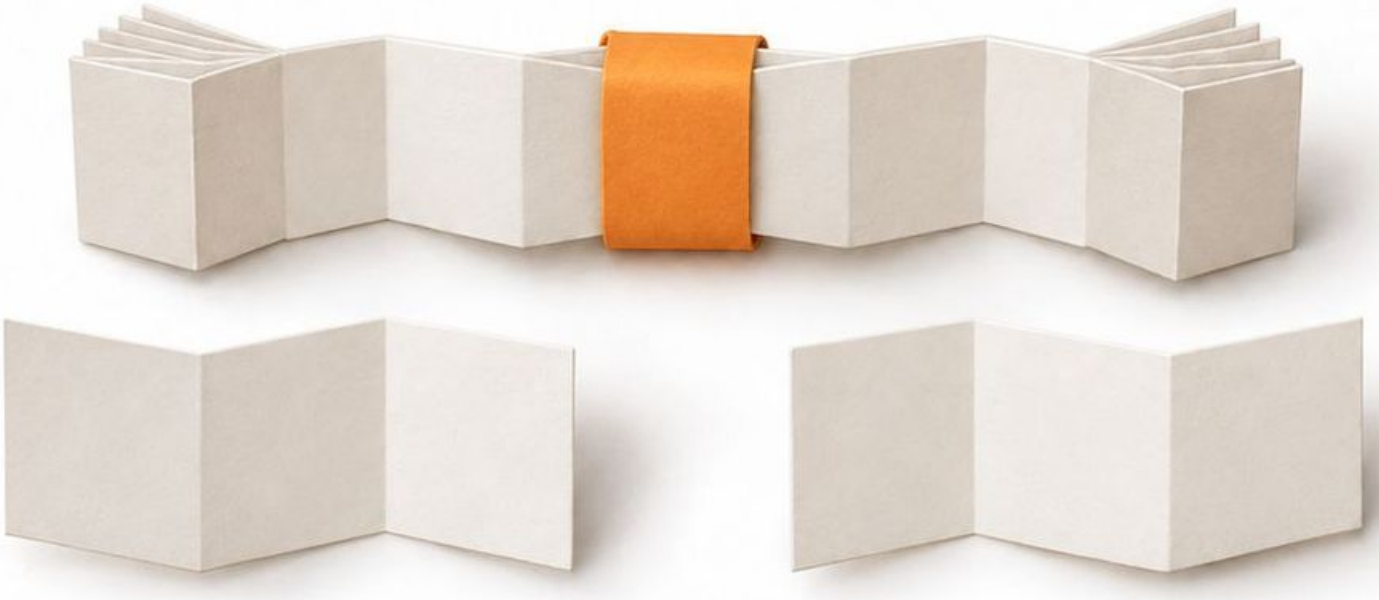
Przyrost 4; piąty wyraz 19; wzór 4 n−1 dla n≥1.

Rozszerzenie:

Zmień jeden przyrost i pokaż, dlaczego stały wzór liniowy przestaje opisywać całość.

Przechowywanie:

Złóż i owiń papierową opaską; nie wycieraj przykładu wzorcowego.



Sprawdzenie ucznia:

samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.

E05 • Okno równych całości

Klasy 4–6

Montaż: około 15 minut. Praca przy stacji: 7 minut.

Szablon i budowa:

Zrób kartę 20×10 cm z dwoma oknami 16×3 cm. Wsuń dwa paski o jednakowej długości, lecz podziałach na 5 i 10 części. Ustal wspólny początek i koniec.



Próba działania:

Wysuń do okien 2/5 i 4/10 zaznaczonego paska. Sprawdź zrównanie końców części.

Kontrola wykonania:

czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.

E05 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład:

2/5=4/10; zmiana podziału nie zmienia wartości tej samej zaznaczonej długości.

Rozszerzenie:

Sprawdź 3/5 i 7/10; poprawnie 3/5<7/10.



Przechowywanie:

Paski przechowuj w jednej ramce, aby nie pomieszać długości całości.

Sprawdzenie ucznia:

samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.

E06 • Procentowy suwak całości

Klasy 7–8

Montaż: około 15 minut.
Praca przy stacji: 7 minut.

Szablon i budowa: Podstawa 25×8 cm ma 11 podziałek 0–100% co 10%. Pod spodem wsuń wymienny pasek wartości dla całości 200 zł: 0 zł; 20 zł; ...; 200 zł. Przygotuj drugi dla 300 zł.



Próba działania: Ustaw znacznik na 40%, zmień pasek cen bez przesuwania znacznika.

Kontrola wykonania: czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.

E06 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład:

40% z 200 to 80 zł; z 300 to 120 zł.
Udział stały, wartość zmienna.

Rozszerzenie:

Dopisz środkowe podziałki 5%:
dla 300 zł odpowiadają 15 zł.

Przechowywanie:

Każdy pasek podpisz wartością
całości i kodem E06.



Sprawdzenie ucznia:

samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie,
co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy.
Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje
uzasadnienia.

E07 • Tor jednostek z dwiema bramkami

Klasy 4–6

Montaż: około 15 minut.
Praca przy stacji: 7 minut.



Szablon i budowa: Na tekturze 24×8 cm narysuj tory m–dm–cm–mm i m^2–dm^2–cm^2. Umieść przesuwne bramki z etykietami ×10 oraz ×100. Obroty bramek oznacz dzielenie.

Próba działania: Przelicz 2 m oraz 2 m^2 do odpowiednich jednostek centymetrowych, wybierając właściwy tor.

Kontrola wykonania: czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.

E07 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład: 2 m=200 cm; 2 m^2=20000 cm^2. Na torze pola każdy krok ma mnożnik 100.



Rozszerzenie: Dodaj osobny tor objętości z mnożnikiem 1000; wyjaśnij liczbę wymiarów.

Przechowywanie: Bramki schowaj w kieszeniach przy właściwym torze.

Sprawdzenie ucznia: samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.

E08 • Kontroler nierówności trójkąta

Klasy 4–6

Montaż: około 15 minut.
Praca przy stacji: 7 minut.

Szablon i budowa: Przygotuj pasek 30×5 cm z podziałką i przesuwne znaczniki a, *b*, *c*. Karty długości **3; 4; 6; 7; 8** umieść w osobnej kieszeni. Suma dwóch krótszych ma własny przesuwany nawias.

Próba działania: Dla **3; 4; 7** zrównaj sumę krótszych z trzecim. Następnie zmień 7 na 6.

Kontrola wykonania: czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.

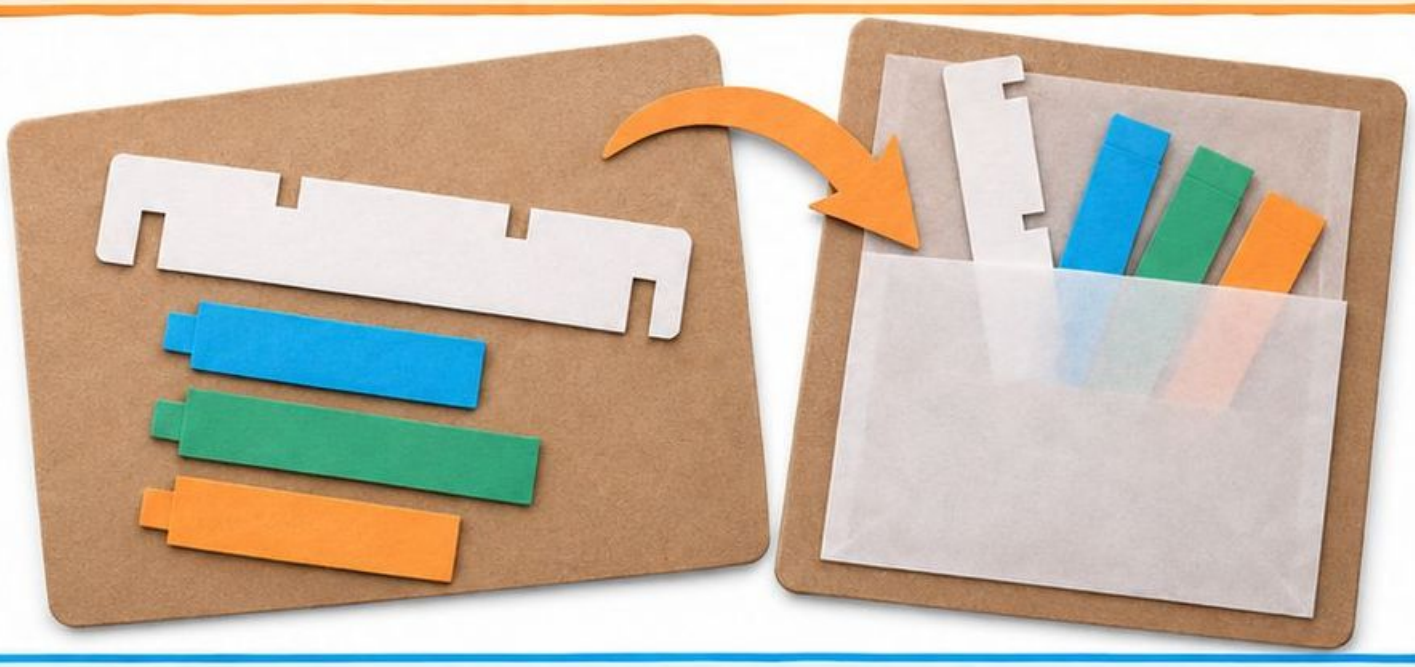


E08 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład: 3+4=7 nie daje trójkąta; 3+4>6 daje trójkąt, gdy 6 jest najdłuższe.

Rozszerzenie: Znajdź wszystkie całkowite *c* pasujące do boków 4 i 7: 4–10.

Przechowywanie: Włóż znaczniki do kieszeni, a podziałkę osłoń kartką.



Sprawdzenie ucznia: samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.

E09 • Ramka par równoległych

Klasy 7–8

Montaż: około 15 minut.
Praca przy stacji: 7 minut.



Szablon i budowa:

Wytnij dwie tekturowe listwy 20×2 cm i połącz końce dwoma równymi paskami 10×2 cm na ruchomych papierowych mocowaniach. Powstaje ruchomy równoległobok.

Próba działania:

Przesuwaj ramkę z prostokąta w ukośny równoległobok. Obserwuj przeciwległe boki i kąty.

Kontrola wykonania:

czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.

E09 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład:

Pary przeciwległych boków pozostają równoległe przy równych przeciwległych bokach; kąty mogą stracić 90°.



Rozszerzenie:

Wyjaśnij, dlaczego obwód modelu pozostaje stały, a pole może maleć.

Przechowywanie:

Przechowuj płasko; kontroluj jednakowe długości przeciwległych listew.

Sprawdzenie ucznia:

samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.

E10 • Licznik odcinków granicy

Klasy 4–6

Montaż: około 15 minut.
Praca przy stacji: 7 minut.

Szablon i budowa: Na karcie 20×15 cm narysuj figurę L z prostokąta 8×6 jednostek po wycięciu rogu 3×2. Dodaj sześć zakrywek na długościi i znacznik śledzący granicę.

Próba działania: Odsłaniaj długości dopiero po ich obliczeniu, zapisując sumę odcinków odwiedzanych przez znacznik.

Kontrola wykonania: czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.



E10 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład:

Boki granicy: 5; 2; 3; 4; 8; 6; obwód 28 jednostek. Wewnętrznych odcinków nie liczymy.

Rozszerzenie:

Zrób kartę z prostokątnym wcięciem w środku boku i porównaj wzrost obwodu.



Przechowywanie:

Zakrywki przyklej jako klapki, aby się nie zgubiły.

Sprawdzenie ucznia:

samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.

E11 • Katalog siatek na zawiasie

Klasy 7–8

Montaż: około 15 minut.
Praca przy stacji: 7 minut.

Szablon i budowa: Zbuduj sześć kwadratów 4×4 cm połączonych taśmą: cztery w rzędzie, dwa po przeciwnych stronach drugiego. Na odwrocie podpisz ściany A–F; zostaw mocowania do rozkładania.

Próba działania: Złóż sześcian, znajdź pary ścian przeciwległych i odtwórz siatkę bez odrywania taśmy.

Kontrola wykonania: czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.



E11 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład:

Sześcian ma 6 ścian, 12 krawędzi, 8 wierzchołków. Dla krawędzi 4 cm pole 96 cm^2.

Rozszerzenie:

Zaproponuj inną siatkę, sprawdź fizyczne zamknięcie zamiast samego liczenia kwadratów.



Przechowywanie:

Złóż płasko; przechowuj schemat pierwotnego układu w kopercie.

Sprawdzenie ucznia:

samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.

E12 • Sonda objętości ze skalą

Klasy 7–8

Montaż: około 15 minut.
Praca przy stacji: 7 minut.

Szablon i budowa:
Zrób otwarte pudełko o wewnętrznej podstawie 5×4 cm i wysokości 10 cm z przezroczystego opakowania albo model papierowy. Do ścianki przyłóż pasek 0–10 cm z podziałką co 1 cm.
Nie nalewaj wody do papieru.



Próba działania:
Wsuń poziomą kartę na wysokość 3 cm i oblicz modelową objętość pod nią.

Kontrola wykonania:
czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów.
Zapisz ograniczenia modelu.

E12 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład:

Pole podstawy 20 cm^2; przy 3 cm objętość 60 cm^3 =60 ml. Dla papieru to odczyt modelu, nie pomiar wody.

Rozszerzenie:

Ile wysokości odpowiada 150 ml? 7,5 cm, przy tej samej podstawie.

Przechowywanie:

Pasek i poziomą kartę włóż do pudełka; kontroluj wymiary wewnętrzne.

Sprawdzenie ucznia:

samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.



E13 • Wykres z odkrywanymi oknami

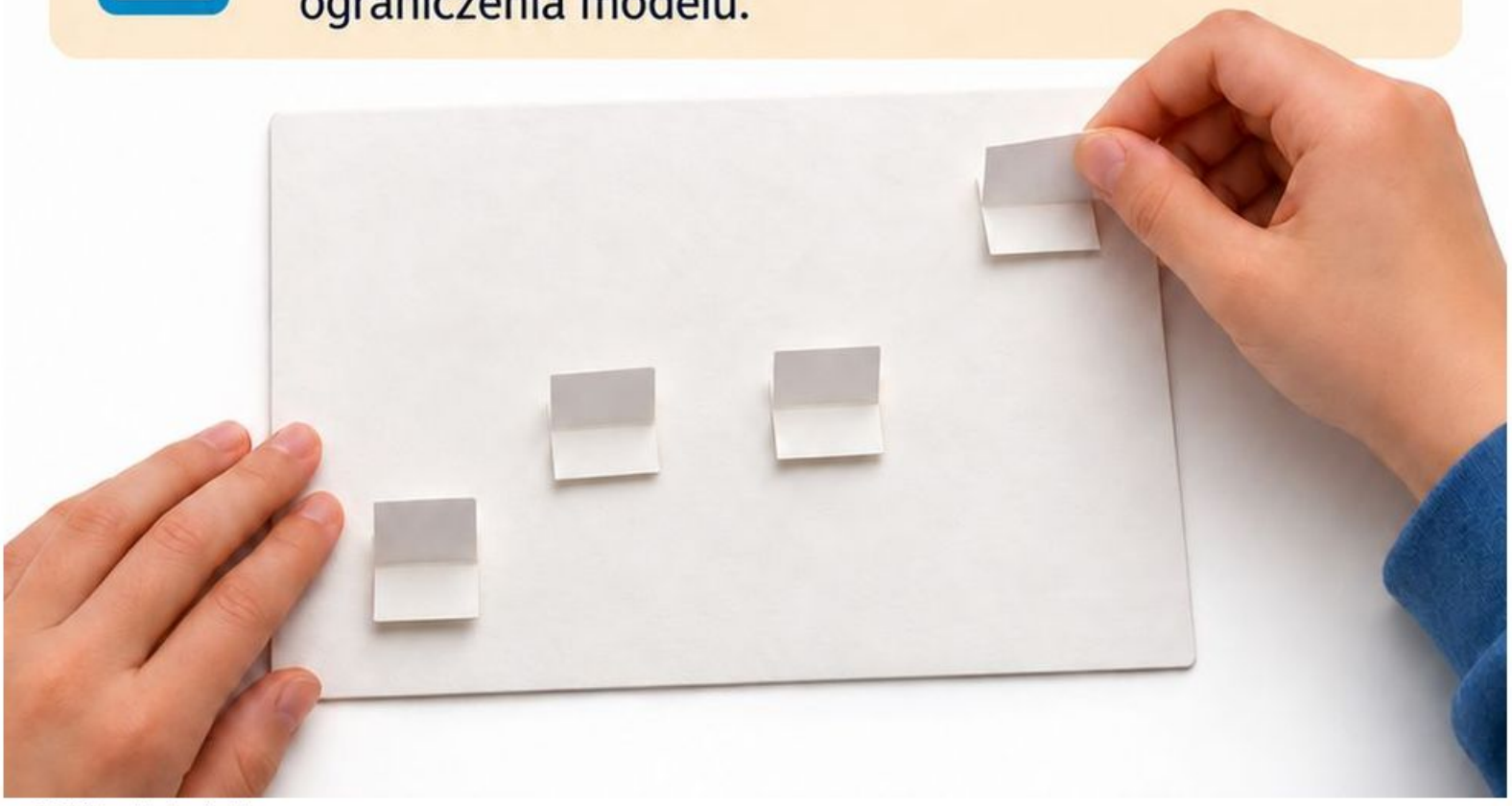
Klasy 7–8

Montaż: około 15 minut.
Praca przy stacji: 7 minut.

Szablon i budowa: Na karcie 24×18 cm narysuj osie: czas 0–4 h, droga 0–12 km. Zaznacz punkty (0; 0), (1; 4), (2; 4), (4; 12), łącząc odcinkami. Przy każdym punkcie umieść klapkę na współrzędne.

Próba działania: Zakryj wartości i poproś o odczyt. Następnie odsłoń do samokontroli.

Kontrola wykonania: czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.



E13 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład: Postój 1–2 h; cała droga 12 km, czas 4 h, średnia 3 km/h.

Rozszerzenie: Zamień opis osi droga na temperaturę i wyjaśnij zmianę interpretacji poziomego fragmentu.



Przechowywanie: Przechowuj płasko; nie przenoś klapek między osiami.

Sprawdzenie ucznia: samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezemtuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.

E14 • Tablica dopuszczalnych wejść

Liceum i technikum

Montaż: około 15 minut. Praca przy stacji: 7 minut.

Szablon i budowa: Karta 24×12 cm ma trzy kolumny: wejście, wolno/nie wolno, wynik. Wytnij karty −2; −1; 0; 1; 2; 3 oraz dwa paski reguł $1/(x-1)$ i $\sqrt{(x+2)}$.

Próba działania: Dopasuj każdą kartę do warunków obu reguł osobno; nie łącz ich w jeden wzór.

Kontrola wykonania: czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.



E14 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład: Dla pierwszej zabronione 1; dla drugiej wszystkie podane karty dozwolone. Poza modelem kart warunek drugiej to $x \geq -2$.

Rozszerzenie: Dla sumy obu wyrażeń dziedzina $[-2; 1) \cup (1; \infty)$.

Przechowywanie: Reguły i wejścia przechowuj oddzielnie; lista kart na odwrocie.

Sprawdzenie ucznia: samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.



E15 • Lustro współrzędnych z kalki

Klasy 7–8



Montaż: około 15 minut.
Praca przy stacji: 7 minut.

Szablon i budowa: Zbuduj kartę 20×20 cm z osiami −5 do 5. Połóż przezroczystą kalkę z tymi samymi osiami; połącz taśmą przy osi *x* jak zawias. Zaznacz punkt (3; 2).

Próba działania: Odbij kalkę, porównując położenie punktu z odbiciem względem osi *x*.

Kontrola wykonania: czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.

E15 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład: $(3; 2) \rightarrow (3; -2)$. Współrzędna pozioma bez zmiany, pionowa zmienia znak.

Rozszerzenie: Zrób drugą kalkę dla osi y i porównaj dwa odbicia kolejno: $(-3; -2)$.



Przechowywanie: Kalkę zostaw na zawiasie; zaznacz stronę przednią, aby uniknąć mylenia odbicia z obrotem.

Sprawdzenie ucznia: samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.

E16 • Zasłona równania krokowego

Klasy 7–8

Montaż: około 15 minut.
Praca przy stacji: 7 minut.



Szablon i budowa: Na karcie 20×15 cm zapisz kroki $4x+6=30$; $4x=24$; $x=6$. Przykryj każdy wiersz oddzielną klapką. Przygotuj boczne karty operacji: −6, ÷4, sprawdzenie.

Próba działania: Uczeń wybiera operację, zanim odsłoni kolejną linię; dopiero potem porównuje.

Kontrola wykonania: czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.

E16 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład: Odejmujemy 6 po obu stronach, dzielimy przez 4; $4\times6+6=30$.

Rozszerzenie: Zapisz nową kartę $3x-5=16$: $x=7$; właściwa pierwsza operacja +5.

Przechowywanie: Wymienne przykłady chowaj za klapkami, opisując kodem E16.

Sprawdzenie ucznia: samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.



E17 • Tablica warunków przekształcenia

Liceum i technikum

Montaż: około 15 minut.
Praca przy stacji: 7 minut.

Szablon i budowa: Podziel kartę 24 × 15 cm na trzy kieszenie: dozwolone zawsze, dozwolone pod warunkiem, niedozwolone. Przygotuj karty: dodaj 3, mnóż przez 0 w celu równoważności, dziel przez x, dziel przez 2.

Próba działania: Posortuj operacje przy rozwiązywaniu równań z zachowaniem równoważności.

Kontrola wykonania: czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.



E17 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład: Dodaj 3 oraz dziel przez 2: bezwarunkowo. Dziel przez x: tylko gdy $x \neq 0$. Mnożenie przez 0 nie jest równoważnym krokiem odwracalnym.

Rozszerzenie: Pokaż na $x(x-2)=0$, jak dzielenie przez x gubi rozwiązanie 0.



Przechowywanie: Do każdej karty dopisz na odwrocie warunek lub kontrprzykład.

Sprawdzenie ucznia: samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.

E18 • Sorter mediany z szufladkami

Klasy 7–8

Montaż: około 15 minut. Praca przy stacji: 7 minut.

Szablon i budowa: Zrób 7 kieszeni z papieru po 3×4 cm w jednym rzędzie. Na kartach zapisz 1; 4; 4; 6; 8; 9; 20. Po bokach dodaj dwa znaczniki skreślania skrajnych pól.

Próba działania: Wsuń karty rosnąco i przesuwaj znaczniki symetrycznie do środka.

Kontrola wykonania: czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.



E18 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład:

Mediana 6. Usunięcie 20 daje środek między 4 i 6, czyli 5.

Rozszerzenie:

Zmień 20 na 200; porównaj reakcję mediany i średniej. Mediana nie zmienia się.



Przechowywanie:

Karty pozostaw w kolejności; przy mieszaniu zachowaj oba powtórzenia 4.

Sprawdzenie ucznia:

samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.

E19 • Bramka sumy zdarzeń

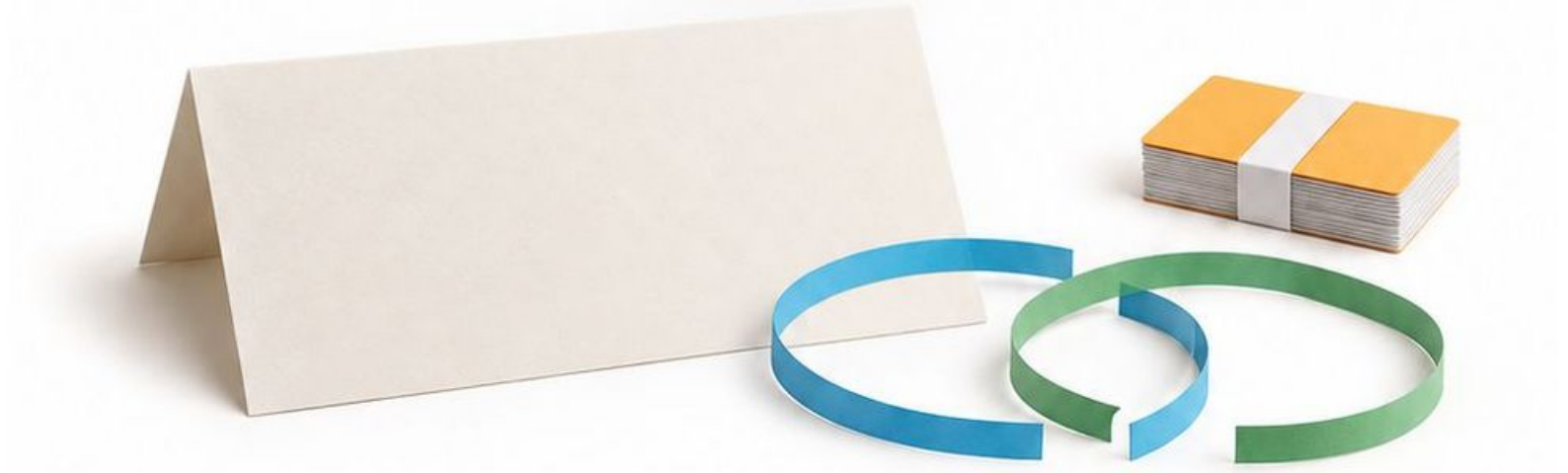
Klasy 7–8 / liceum i technikum

Montaż: około 15 minut.
Praca przy stacji: 7 minut.

Szablon i budowa: Na karcie 24×15 cm narysuj dwa nakładające się obrysy A, B. Użyj kart 1–6: parzyste do A, większe od 3 do B. Przygotuj sześć znaczników, po jednym na wynik.

Próba działania: Umieść 4 i 6 we wspólnej części, 2 tylko w A, 5 tylko w B, 1 i 3 poza. Nie dubluj wspólnych kart.

Kontrola wykonania: czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.



E19 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład:

$A \cup B = \{2; 4; 5; 6\}$; dla uczciwej kostki $P = 4/6 = 2/3$. Model pokazuje, dlaczego odejmujemy część wspólną.

Rozszerzenie:

Zmień B na „większe od 4” i ponownie policz: $P = 2/3$.

Przechowywanie:

Przechowuj 6 kart i planszę razem, sprawdź brak duplikatów.



Sprawdzenie ucznia:

samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.

E20 • Drzewo wielokrotnego użytku

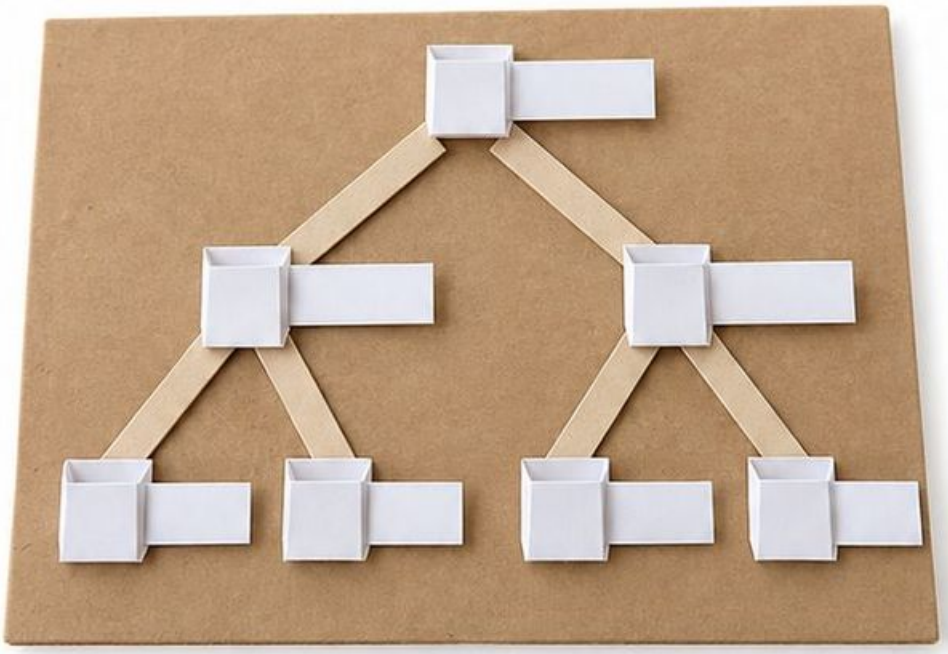
Liceum i technikum

Montaż: około 15 minut. Praca przy stacji: 7 minut.

Szablon i budowa: Na tekturze 24×18 cm narysuj dwa poziomy rozgałęzień: 2 gałęzie i z każdej kolejne 2. Paski etykiet mocuj na zagiętych papierowych kieszonkach. Oznacz kolory C, B i miejsca na ułamki.

Próba działania: Dla worka 2 czerwone, 3 białe uzupełnij losowanie 2 kul bez zwracania. Wzdłuż każdej ścieżki mnożysz ułamki.

Kontrola wykonania: czytelne etykiety, zgodne wymiary i swobodny ruch elementów. Zapisz ograniczenia modelu.





E20 • Zastosowanie

Rozwiązany przykład:

CC: 2/5 × 1/4 = 1/10;
CB: 3/10;
BC: 3/10;
BB: 3/10.
Suma 1.



Rozszerzenie:

Zmień regułę na zwracanie:
CC=4/25, CB=6/25, BC=6/25, BB=9/25.

Przechowywanie:

Każdą regułę podpisz; nie mieszaj etykiet losowania ze zwracaniem i bez.

Sprawdzenie ucznia:

samodzielny zapis obliczenia i wyjaśnienie, co reprezentuje każdy ruch lub element pomocy. Narzędzie wspiera argument; nie zastępuje uzasadnienia.

Inwentarz sali

Zestaw startowy dla czterech stacji:
4 podkładki tekturowe, 8 spinaczy, 4 koperty, 1 linijka na parę i komplet kart opisany kodami.

Przed lekcją policz części według instrukcji wybranych E01–E20. Oznacz zestaw wspólnym kodem na odwrocie.

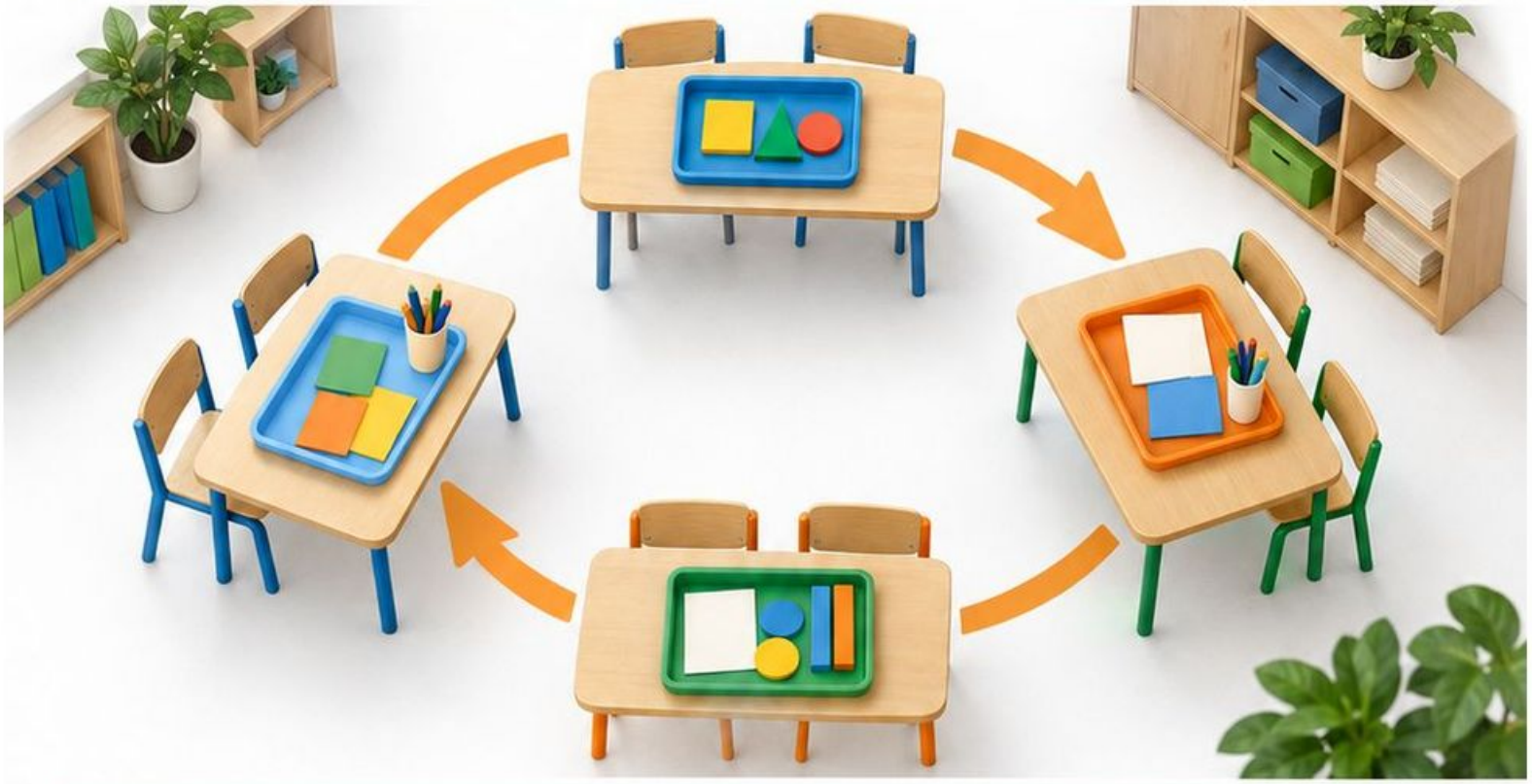
Przykład wpisu: E01 — podstawa, 4 paski cyfr, 8 prowadnic — komplet. E19 — plansza z dwoma obrysami, 6 kart wyników, 6 znaczników — komplet.

Zamieniaj materiały, zachowując wymiary i relacje. Nie zastępuj kostek objętości płaskimi kartami bez wskazania zmiany modelu.



Trasa rotacji

Przykład jednej tematycznej trasy:
E01 → E07 → E03 → E18, po 7 minut na stację.



Grupa A zaczyna E01, B E07, C E03, D E18.
Każda przesuwa się o jedno stanowisko w tej samej kolejności.

Cztery rundy: 28 minut; przejścia: 3 minuty.
Po rotacji 9 minut na omówienie,
5 na wprowadzenie: razem 45 minut.

Na stacji jedna osoba obsługuje model, druga sprawdza zapis. Po pierwszym przykładzie zamiana. Każdy oddaje własny wniosek.

Naprawa i uzupełnianie

Po lekcji sprawdź liczbę elementów, czytelność oznaczeń i stan prowadnic. Oddziel część uszkodzoną od kompletnego zestawu.



Suwak zacina się: poszerz prowadnicę, nie zmieniaj odległości między polami.

Brak karty wyniku: odtwórz jej wartość z zapisanej listy, nie dobieraj przypadkowej liczby.

Starta podziałka: wykonaj nową z kontrolą linijką.

Przed kolejnym użyciem rozwiąż wzorcowy przykład z pomocy. Jeśli wynik nie pasuje, napraw model lub oznaczenia przed oddaniem go uczniom.

Źródła i zakres

ZPE: Matematyka, szkoła podstawowa — zpe.gov.pl/podstawa-programowa/szkola-podstawowa/matematyka

ZPE: Matematyka, szkoła ponadpodstawowa — zpe.gov.pl/podstawa-programowa/szkola-ponadpodstawowa/matematyka

Sprawdź aktualny zakres klasy. Pomoc manipulacyjna może być użyta na różnych etapach z innymi pytaniami.

Konstrukcje, rozmiary robocze i przykłady są autorskimi propozycjami. Nie są gotowymi pomocami wymagającymi zakupu u określonego producenta.

Wersja 1.0 • listopad 2026.

